ISAACI BARROW

Mathematicæ Profesioris Lucasiani

LECTIONES

Habitæ in Scholis Publicis

Academiæ Cantabrigiensis:





LONDINI,

Ex Typographia J. PLAYFORD,



1665

MATHEMATICI PROFESSORIS LECTIONES.

LECT. I.

E magnitudinis affectionibus & symptomatis communibus. quæ experientiam incurrunt, adeóque Mathematicis materiam hypothefibus subminiftrant, difquifiturum præfari fubit & præmonere, quod plane conscius sim mihi quam lubricum & anceps negotium aggrediar. Sunt enim ejusmodi res, quas perdifficile sit non explicando perplexiores reddere, non illuttrando obscurare; tam serme tenuis & abstractæ naturæ res, vix utillas imaginatio comprehendere, jultos fingulis limites affignare, alias ab aliis secernere queat; subtilissimam adeò mentis aciem eludunt, & distinctas ipsarum ideas captanti fugaces elabuntur & evanescunt : sic ut illis plerisque non immeritò possit applicari, quod de tem-

pore dixisse perhibetur S. Augustinus, Quid sit tempus, si nemo quærat à me scio, si quie interroget nescio. Quid enim v. g. lit extensio, quid spatium, quid motus, qui de illis sermones conserit unusquisque, vel è vulgo se clare putat intelligere, fin ipforum mentem excutias, & dum ore proferunt ista vocabula quid mente cogitent explores, inextricabilibus plerosque laqueis irretitos cernes, hæsitantes animo, lingua præpeditos. Imò post diligentissimam contemplationem cum exquifitiffima cura de illis verba facientes, etiam subtilissimi Philosophi vix consona dicere possunt, aut alii aliis, aut sibimet iidem ipsis; nec fere quisquam eas ita pertractat, ut non è dictis immaria paradoxa, gravissima que consequi videantur difficultates. Ex.g. Carresius ex suo spatii conceptu deducit infinitam (vel'idem efferendo mollius, indefinitam) mundang materix extensionem, nec non impossibilitatem vacui, & immediatam contiguitatem corporum antea distantium, annihilatis vel amotis corporibus intermediis, hisque cognata. Quæ velut à communi fensu abhorrentia, quam merito non disputo, reprehendit & explodit ejus kmulus Hobbius. Atverò num clariora vel certiera, minus dov sara, magis alegura reponit ipfe? Videamus pauxillum: Spatium appellat corporis idaam vel phantalina; lecum spatif cum corporis magnitudine coincidentiam; motum unius foci relictionem, & alterius acquisitionem. Quis non videt quam aut hac repugnent libi, vel admodum ridiculis obnoxia fint consequentiis; talibus nempe locus ergo corporis, hujus videlicet fchola.

Cap. 7. de Corp.

schola, nil erit aliud quam coincidentia phantalmatis (mei, tui, cujulvis) cum scholæ magnitudine. Quafi verò Papa Romanus non incolat Vaticanas ædes, non Romæ versetur. alt ubique gentium collocetur in omnium quotquot funt, aut de eo cogitant, hominum phantasiis? (quo pacto facile concipiatur esse pontifex œcumenicus). Ergò motus, lapidis puta vel fagittz, fuerit unius coincidentiæ phantasmatis cum magnitudine relictio, & alterius coincidentiæ acquifitio; dúmque Turca movet exercitum in Hungariam, nil is aliud quam in tua phantasia discursitat, in tuo cerebello castra metatur. At quomodo obsecro magnitudo corporis cum phantasmate velidaa mentis coincidat, congruat, coexistat? quomodo derelinqui vel acquiri potest coincidentia corporis cum phantasmate? quomodo phantasma distantia corpora fejungat & intercedat? quomodo phantasma occupari, repleri, discerpi, mensuram admittere, tótque potest aliis attributis subjacere, que non veretur ipse post traditam istam imaginariam spatii desinitionem spatio affignare? Quid fi nullus homo, nullus in universo phantastes existeret, ideone nusquam aliæ res effent? aut necessario quiescerent omnia (sed nec quiescerent cum quietis etiam definitionem spatii phantasma subingrediatur)? Ideò, inquam, nullum fpatium, nullus locus, nullus motus existere possint? Quam absona sunt hæc, quam παράλομα, nedum παράδοξα? Obiter hac (pauca de multis) ut offendam quam de narales da, quamque surspuisveola funtiffa communia magnitudinis fymptomata, A 3

ptomata, quum ea quam accuratiffime fludentes enucleare, viri prz multis ingeniofi tot se labyrinthis, difficultatibus, incommodis innectant. Quo magis condonandum sit mihi, si dilutius fortalis & crassius, ad communem fenfum, quam ad Metaphyficos captus accommodatius, quonsque tantum conducere putem proposito negotio, hocest, quatenus Mathematicis inserviant hppothesibus, The Sease Surevey, de iis dispiciam, ea recenseam & exponam. Ad rem: E magnitudinis przcipuis & communioribus affectionibus prima se nobis offert (nam ad nullum me ordinem astringo, cum nullum sit, ut in ultima pramonui, ex parte rei fundamentum ordinis inter ejuldem rei proprietates reciprocas ac essentiales) prima, dico, magnitudinem dis Enze contemplantibus, se fensui nostro, & cogitationi subjicit Terminatio. Nullam certe rem sensu attingimus, nisi ceu terminatam; nullius corporis interiora viscera penetramus, sed externam tantum cutem oculo perluftramus, manu contrectamus. Nec cogitatione (faltem diftincta) quamvis magnitudinam complectimur, nisi ut limitibus quibusdam conclusam & comprehensam. Confuse quidem imaginari possumus magnitudinem aliquam, puta lineam rectam, potentia, siguti dixit Aristoteles, infinitam; hoc est, eam produci vel augeri quousque libet, vel citra intervallum majus quovis intervallo designato, quam proinde denominamus infinitam, nec improprie signidem admittatur Philosophi, Bbyf. III.c. subtilissima profectio, definitio infiniti, Ame-YOU TET EST, & XT TO TOTOY New Garrons del

7 Aaber Ewisiv (Infinitum eft, cuju fiquie aliquam quantitatem accipiat, aliquid extra (vel praterea) sumi posest). Verum hoc nihil ett aliud quam plures successive lineas, idque juxta potentiam quandam indererminatam & arbitrariam, non unam actu lineam interminatam distincte considerare; talem animo comprehendere non possumus, nam iterum recte Philosophus, roarespor n arespor Phys. 1.5. Zyvesov, Infinitum quà sale concipi cognoscique nequit. (Eadem reselt de infinito xal' doalperin, per subductionem aut subdivisionem infinitam; quo nil intelligitur aliud quam Sebtractionem seu divisionem ad libitum posse continuari, nec ad impossibilitatem ultra progrediendi redigi negotium. De utroque infinito). Rursum optime Aristoteles de Mathematicis loquens, & N vor Son) or Phys. 11.11 axege, is xpor), and uovor solu ar fis-Aov) merrepu (uevle ' Infinit a magnitudine Marbematici nec egent nec utuntur, fed quantam lubet accipiunt ube placuerit terminatam. vera dum lineam concipimus, idzam formamus, alicujus exilissimi quali fili inter duos extremos apices protensi (saltem ab uno ad seipfum recurrentis, ut fit in lineis curvis figuram aliquam ambientibus). Dum superficiem cogitamus, corporis alicujus tenuissimam quali cuticulam, aut laminam angustissimà margine circumseptam imaginamur; dum corporiseffigiem phantafiz penecillo depingimus, molem plerunque quandam opacam strictissimo rarissimóque velo undiquaque obductam nobis repræsentamus. Dum angulum concipimus, spatium aliquod indeterminatum duabus aut pluribus lineis, vel superficiebus A 4

11.10

ficiebus inclusum, vel aliquid tale concipir mus. Nec fecus de quantis analogicis ; dum pondus scilicet cogitamus, aliquam cogitamus potentiam magnitudini cuipiam terminatæ (libræ videlicet uni, vel pluribus) elevandis parem; dum motum, corporis alieujus ab hoc ad illum terminum transitionem fuecessivam; dum numerum, unitatis repetitionem aliqua incipientem, aliqua definentem; vel multitudinem duabus unitatibus extremis, inclusive fumptis, definitam (ex vulgi ferè loquor fententia, nam revera unitates non funt termini numerorum, etfi terminos ipli suos habent, eosdem nempe quos magnitudines quas repræsentant). Omnis ightur à nobis diffinctà ratione conceptibilis quantitas est aliquo modo terminata, quatenusque talis thoc est illa lpsa quantitatis affectio) conducit hand parum Mathematicis hypothelibus. Nam ex ea potifimum magnitudinis pracipuas species seu dimensiones varias deducimus; & quòd non temerè confingantur, at suo modo revera existant, quodammodo demonstramus. Sie enim licet argumentari : Corpus vel folida magnitudo (quam nemo scilicet non admittit, utpote palpabilem, & que propterea prafupponi potest) non ex ulla parte ad infinitum excurrit, & undiquaque terminatur : ifte terminus non elt introversum, aut quoad profunditatem divisibilis (nam si divisibilis effet, haud totus, fed ejus duntaxat exterius aliqued foret terminus præter hypothesm). Hinc datur folide magnitudinis terminus aliquis fecundum profunditatem indivisibilis; is vocctur superficies; ecce unam hypothefin

ANTHONY.

pothefin Mathematicam, & ex ea refultantem definitionem. Porro dicta superficies non eft ufquam interminata, sed aliquo ambitu fen extremo clauditur; id extremum smili discursu, quali prids, versus interiora. seu quoad latitudinem, est indivisibile. Supponatur ergo dari superficiei terminus quoad latitudinem indivisibilis, qui dicatur linea; ecce alteram hypothefin, eique connatam definitionem. Itidem, ista linea non eft infinita, fed introvfum, hoc eft quoad lon+ gitudinem, ad utramque partem termino includitur; paríque ratione funt hi termini prorfus indivisibiles: ergo supponatur dari linez terminus indivifibilis, & hic appelletur punctum; quod omni modo indivisibile est, participans quippe de superficiei quoad profunditatem, & linea quoad latitudinem indivisibilitate; nec non immediate quoad longitudinem indivinible, quatenus linea terminus. Hinc tertia suppositio, conjunctam habens puncti definitionem. Equibus patet haud absque fundamento supponi puncta, lineas, & superficies à Mathematicis; nam licet ut termini nil ferè videantur aliud præter ulterioris extensionis negationes (negationes tamen in re fundatas, ut vidimus, & ab intelledu bene perceptas; ficut umbras & tenebras in Phyficis, improbitatem & inscitiam in Ethicis) tamen alio modo confideratæ admodum realia ac pofitiva sortiri videntur attributa. Superficiei v.g. duobus modis dividi, adaugeri, imminui, mensuram subire, congruere, adæquari, excedere, deficere, nec non quomodocung; moveri, & quiescere convenit atque tribuitur, Imo

Imb verò, ficut innueram, folz superficies immediate sensibus objectantur, coloribus Subjacent, lucis radios, sonique fluctus refringunt, aut repercutiunt; he primos motuum impetus excipiunt; hisce solis sese corpora mutuo contingunt, quippe que nulla parte fui se permeant aut penetrant. Eadem ferme vel supparia lineis attributa coaptantur; his rerum distantiz censentur ; secundum. has lucis radii diriguntur, gravia descensum affectant, motus omnis tendit; his lucis & umbrz confinia dirimuntur; circa has quiescentes corpora revolventur ; produci denique contrahi, secari mensurari, quomodocanque comparari possunt. Nec ipsis pun-Ais, utut worden aus par, subobscuram & prætenuem habentibus entitatem . fua deesse videtur attributorum qualiscunque realitas. Nam & motum hac & quietem obtinent; motum quidem una cum corporibus quibus infunt, quietem verò subinde peculiarem fibi ; ficut rorz centrum, poli telluris aut cœli (etenim ejulmodi gyrationes circa quiescens aliquid peraguntur, & secundum aliquid sui locum servant immutabilem) etiam circa pundum, gravitatis nempe centrum, corporum momenta confillunt, in co quafi nodo vires suas colligunt & coadunant, eo quodammodo fulciuntur & fullentantur. secundum id morus sui fortinneur directionem; versus unum denique punctum in tellure medium, ceu conspirantibus votis, propendent & sponte ruunt omnia, vel directo certe areffu ab eo refugiunt atque recedunt. Sed audiamus Proclum tale puncto elogium pangentem: Tare & xerlea nal erspysian U CESHXE

Proclu.

vessine ouverline 7 compor una porla, x ivicora ras dieserous auror, no opinioria rais durainers en aulais, x ouvepeidor la mois earle. x pe akoves ouvertwent aulas, x seray son acloi movimos is pumivos, is mel क्वा किंड के प्रकार मार्थ हैं का क्षेत्र के के किंद्र के के के किंद्र के किंद ra's addas vergopas ap éaular ourezorles אונים אינו לאואצמי כיבף שני , פוד דם סאונום לאונים upperas Exor & ourex inas duquers, x TEXERO-דותם כ ד לוב כש דשו דעין שוי, בישורשה דב אפורץ שנים L'avancise xiviores : Odev à maitor alapurliple during the imosame if thei, to erpenter, & drawillow, & morruor, & wordiles Exor & soias autor cus entuiner . Torle बंग्निशीक ठेरका मार्ग बंगमां सामसे कार्न, हो लहाzoptum durav rim trwory. Hac magnifice Proclus, etfi speciosiùs & populariùs (opinor) quam verius & accuratins. Nihilom nus enim cum illo de indivisibilibus istis ferio pronuntiante (xal' cripferar idpo), x ט חבוף בוע באבו, א שטים עוץ מט דס דבאה, א שוחצם sar dia marler Tuepisar) juxta non fentio. Non exiltimo superficies, lineas aut punda separatam quandam exiltentiam, aut propriam ex seipsis efficaciam possidere, vel aliter's folida magnitudine quam na sirvoiar distingui; sed unicam potius arbitror ex parte rei magnitudinem dari, que prout in varias partes extendi, diversimode partiri, differentes spissitudinis, latitudinis, & longitudinis considerationes induere vel subire potest, causam vel occasionem suppeditat idoneam rationi nostra distinctionem istam, magnitudinis in tres quasi species huic scientiz perquam utilem & accommodatam comminiscendi. miniscendi. Sed de terminatione magnitu-

dinis hæc dicta sufficiant: de figuratione enim speciali succurret opportunior alius dicendi locus. Ei succenturiat Extensio; quá nempe significatur magnitudinis terminos non immediate conjungi vel coëxistere, sed iis aliquid intercedere vel interponi. Id enim exigit ratio termini vel extremi, quæ diversi quiddam supponit intra terminos

Pbys.Vl.1.

περί από μων γραμμων. nos non immediate conjungi vel coëxistere, sed iis aliquid intercedere vel interponi. Id enim exigit ratio termini vel extremi, qua diversi quiddam supponit intra terminos comprehensum. ('Oux a μα το έρα α, κ 38 हार हे जबीव हे जिसे पह बे सहिह है, है महिला है के हे बूद-Tov, x 8 Egdlov . Extrema simul consistere nequeuvi, nec enim aliquod ejus quod partibus caret extremum eft; aliud enim extremum eft ab eo, quod extremum babet, inquit Philosophus: & alibi, to mepas and a & mepas) nec sane concipere possumus ullam magnitudinem nisi velut extensam, & terminos habentem aliquo diffitos intervallo; non lineam nifi ceu femitam inter extrema duo loca porrectam; non superficiem, nisi ceu pavimentum intra limbos fuos constratum; non corpus aliter quam ut (vasculum aut) cameram suos intra parietes aliquid complectentem. Tales enim nobis experientia similitudines ac idzas suggerit magnitudinum. Nec fecus ipsis not avadorias quantis etiam suo modo convenit extentio qualifcunque. Nam inter vim uni libræ attollendæ parem, & illam quæ decem libras potest elevare, media jacet potentia duas, tres, &c. libras evehere valens; unde pondus suo modo extenditur. Et inter anni, mensis, diei, hora, ra vuv primum ac ultimum duratio quædam intercedit, juxta quam tempus extenditur. Ac inter motus initium & finem medium quiddam decurfo **Ipatio**

spatio respondens jacet. Numeri verò eadem eft, quæ magnitudinis, quam denominat & repræsentat, extensio; binariis scilicet quo linea bipalmaris exprimitur, duorum ad palmorum longitudinem extenditur; binarius quo bijugerus ager effertur, ad duorum ingerum latitudinem exporrigitur. Cum igitur ex conceptibus nostris ab experientia defumptis fatis apparet, omnem magnitudinem & quantitatem aliquatenus omnem extendi, licebit Mathematicis hanc supponere, quasque possunt ab ea supposita consequentias elicere: valebuntque v.g. tales hypotheses: inter designata puncta sumatur media linea: inter expositas lineas jacet media fuperficies: inter fuperficies extremas concipiatur interjecti corporis aliquide inter duo instantia medii temporis quidelam intelligatur : inter duo momenta ponatur aliquid intercepti ponderis : inter duos terminos aliquid porrigator intercurrentis morus. Et ejulmodi quavis adhimantur haud illicitæ suppositiones. Sed de Extenfione hactenus. Illam confequitor altera magnitudinis affectio, Compolitio, hoceft, quod magnitudo continet in se diversa, vel conflat ex alio acalio. Namquoniam extenditur, & distant ejus extrema, non est tota fimul; unde designari potest alsun atque aliudinipla; adeoque componitur ex alio ac alio, hoc est ex partibus; nammagnitude quatenus componiture diversis in ea contentis dicitus totum, iffa xerò diversa partes appellantur. Pari modo cum fingula dictarum partium non fit tota fimul, (nam fitota fimul foret, cum totias magnitudios extre-287 301 mo.

III.

De Gea. Corrupt. mo, vel cum adjacentis fibi partis extremo coincideret, adeoque non effet medium quid, nec aliud, nec pars) ergo itidem defignari potest in ea aliud arque aliud, adeóque componitur ipla ex aliis partibus, & hæ pariter ex aliis, ac ita ad infinitum, hoc est quousque libuerit eam è partibus minutioribus compolitam imaginari. Unde consectatur magnitudinem quamvis ex homogeneis fibi maanitudinibus conflari atque constitui, lineam è lineis, superficiem è superficiebus, corpus è corporibus; non verò lineam è punctis, aut superficiem è lineis, aut corpus è superficiebus. Nam puncta, dicis causa, respectu linez przterquam quod nil aliud fint, ut fupradictum, quam negationes ulterioris extensionis, & vix aliquid obtineant positivi; & præterea ceu termini connotent aliquid interjectum, sicut sibi nequeant immediate coharere, totumque quicquid est linea situm cogitetur inter ipfa; sunt etiam indivisibilia, ac idcirco si duo supponantur adposita fibi, toto sui contingent se mutuo, hoc est coincident & coëxistent, necadeo quid habens extrema vel extensum constituent. (Ita ratiocinatur Philosophus; 'Ono TE 28 nafordo er evi mezeste z er lu mizelo, z मर्वा के निष्ठ । (का इर्रेंग हमाग्रम महारेश में अवंग . Sugaring to is No x when, afer Exaffor रे में प्रस् कि पर महा के मिन्ट्रिक के कि मही मही ou outedwork, asky moinoson with G. de Atomis loquitur) eadem est ratio linea respeciu superficiei, & hujus respectu corporis. Quin & eodem modo tempus ex temporibus, non ex inflantibus; motus ex motibus, non ex tendentiis indivisibilibus; velocitas

De Gen. & Corrupt.

1

è

n

.

1-

)-

locitas ex velocitatibus, & pondus ex ponderibus, neutrum ex gradibus vel impetibus absolute minimis; numerus ex unitatibus, illzex fractis partibus, non ex cyphris, constant & integrantur. Ex his etiam liqueat ubivis in linea sumi posse punctum, ubivis in superficie lineam & punctum, ubivisin corpore superficiem, lineam, & punctum, pro arbitrio. Nam quia partium corporis infinitarum (vel indefinitarum, hoc est plurium quavis multitudine determinata) aliqua definit ubivis aut incipit, ubivis habetur ejus terminus superficies, in hac partem aliquam terminans linea, in ea partem aliquam terminans punctum. Nec ab his abludit conceptus noster & sensus communis (ad hunc enim fæpiùs appellandum est, quoniam is testis elt & index experientiz, in experientia verò fundantur hypotheses, ut toties inculcatum) nam nullam omnino magni. tudinem concipimus, nisi ceu compositam ex partibus, nec has partes nisi quadantenus extenías, adeóque conflatas ex partibus. Penitus incompositum, positivè in materiatis, ficut omnem fensum, ita prorsus omnem fugit imaginationem. Igitur compositionem hanc, & quicquid eam immediate consequitur supponere licet Mathematicis, quales sunt quas subsequentis, huic arctissime connexz, proprietatis declarationi subjungam, suppositiones, nè cogar cadem repetere. Nam Compositionem excipit ejus individuz comes & conjux Divisibilitas. Quoniam enim, ut modò ostensum, magnitudo componitur ex partibus revera distinctis, ha possunt separatim existere, possunt saltem feorfim

IV.

fertim

14

Met.IV.13

feorfim confiderari, hoceft re vel mente dividi, seu in partes resolvi. Quare quanti definitionem hinc extruit Philosophus? To Stauge Tov eis w male porta, we Exa Tepor n'exasor in ea que insunt, quorum utrumque (nempe fe tantum due funt partes) vel unumquodque unum quid, idque determinate aptum natum eft effe. Adeò scilicet intima est quantitati divisibilitas, ut ex ipla videatur commode definiri. Quod sane communibus hominum conceptibus apprime congruit. Nam Indivibile quantum verbo tenus afferat non nemo, fed nullus, opinor, ejus imaginem animo depingat: cum divisibilitate mentem esfugit extensio, cum partibus totum evanescit. 30 ESTV STEP The Staire Or Staper yet; merito sciscitatur Philosophus (Quid illud est quod divisionem respuit? Plane mil.) De tota magnitudine valet hoc; de partibus etiam quibuscunque pari ratione valet; ficut omnes conflantur ex partibus, ita possunt omnes in partes alias ac alias refolvi: nullum datur in quacunque specie magnitudinis absolute minimum. Quicquid dividitur in partes dividitur iterum divinibiles (Asya 5 ouve yes, to drape to eis aid drape ta, Aritt.) Non ignoro fiquidem nemo ignorat, doctrinam hang a nonnullis gravatim admitti, ab aliis plane rejici, magnaque pallim pertinacià de perpetua quantitatis divisibilitate, déque compositione magnitudinis (an ex indivinbilibus, an ex partibus homogeneis) controversiam agitari; scio multis involutam difficultatibus, multis obnoxiam contradictoriis argutiis, ob interrenientem præ-

Phy[.17.1.

De Gen. &

Corrupt.

8.2.

YI

fertim infiniti nobis haud perfecte comprehensibilem conceptum. Tot istas tricas evolvere, tot salebras explanare, tritam aceò vexatamque, prolixam atque perplexam, quæltionem aggredi non est mihi nunc animus; integrum volumen accurate pertractata compleret; nimiam curam exposceret & longiorem moram, quam exusu foret ei jam impendere. Sufficiat quòd perpetua divisibilitas, & compositio quantitatis ex partibus homogeneis communibus, ut innuimus, hominum idæis bene respondeat; quod ipsam præstantissimi plerique Philosophi posuerint & propugnarint: (Plato imprimis, fi fides Aristoteli; II na Twy a wepa d'o Etteln- Pbyf. III.8. σεν, हम से हमी τω αυξησιν δοκεί उर्क βάλλειν, k) els a meipov i even, k) em the na Suipe on Aristoteles ipse multis in locis, Phys. Ausc. VI.1. de Gen. & Corrupt.I.2. & peculiari libello perquam erudito, mepi arouwy yeauuwy, non tantum afferit, sed valide probat; tota schola Stoicorum, & in iis acutissimus Chryfippus, ei suffragati dicuntur. Recentium quoque Philosophorum subtilissamus Cartefius calculum faum adponit, & nedum divisibilem esse materiam in partes infinitas, sed actu dividi, argumento Physico, ex peractis continuis per circulorum excentricorum inæqualia interstitia motibus deprompto, penè Accedit omnium Mathematidemonstrat. corum necessarius consensus; quamvis enim vix hoc usquam aperte supponunt, sæpe tamen tecte sumunt, & nisi verum sit, ipsorum corruunt pleræque demonstrationes. munt, inquam, ut in definitione recta linea, seu dicatur ex aquo suis interjecta punctis,

nothing a sur

æ.

feu definiatur brevisima linearum, quæ duci possunt ab uno puncto ad aliud. Nam quo modolinea duobus punctis constans, inter sua puncta jacet omnino? Et si sumatur circuli semidiameter constans, ex adversantium mente, tribus tantum punctis, erit illa equalis lateri hexagoni ifti circulo inscripti, fextans vero circularis circumferentiæ non attinget quatuor puncta (alias enim tota circumferentia punctis 24 constaret, adeóque quadrupla foret diametri, contra manifettissimas Archimedis demonstrationes, & communem sensum quo circumferentia circuli perimetro circumscripti quadrati minor dignoscitur) atqui si sextans peripheriæ non attingat quatuor puncta, neutiquam (juxta indivisibilia propugnantium hypothesin) excedet tria; non erit igitur subtensa sua major; nec proinde recta linea brevior erit omnibus, quæ inter eadem puncta duci posfunt lineis. Similis consequetur difficultas, semidiameter circuli 5 punctis constare supponatur; nam peripheria 60 graduum non attinget 6 puncla (alias integra peripheria contineret 36 puncta, hoc est, diametri triplum & semissem excederet, quod itidem communi sensui facile demonstretur refraga-Oux certe sola consideratio sufficiat evertendæ contrariæ sententiæ, saltem ejus cum Mathematicis principiis manifeste declarat repugnantiam. Item cum à puncto quovis ad quodvis punctum supponitur duci recta linea, quomodo confiftat id cum indistantia, vel immediata punctorum cohærentia? Quinetiam quod assumitur duas re-Etas lineas a concursu statim divaricari, seu di0

C

Ir

1.

la

1,

n

r-

ue

e-

&

ir-

or

on

ta

X-

na-

rit

-100

as,

up-

non

ria

tri-

lem

ga-

ciat

elus

de-

ncto

duci

indi-

ren-

re-

feu

di-

discedere à se invicem, nec præterquam uno se puncto secare, nec habere communem aliquam partem, extra punctum intersectionis, hisque cognata, ab indivisibilium positione manifelte destruuntur; ponatur enim circuli circumferentia constare quotlibet punctis, ad quæ fingula ducantur è centro radii, liquet evidentissime plurium circulorum concentricorum peripherias, aut totidem è punctis quot ille prior conflari, adeóque ipsam adzquare, quod absurdissimum, aut istos radios alibi quam incentro se contingere, sibimet occurrere, vel intersecare se motuo. Et quod ad conclusiones attinet Geometricas, quomodo bisecari potest recta linea con-Itans punctis imparibus ? quomodo linea quævis posit in tot partes æquales secari in quot alia quælibet fecta supponitur? quomodo si trianguli crura sint utlibet inæqualia, per majoris quotlibet puncta duci possint ad basim parallelz, que minoris crus pertranseuntes non coincidant, intersecent, aut contingant feipfas, contra parallelarum naturam & definitionem? Et si crura base longe majora fint, quomodo parallela crescant uniformiter, seu proportionem cum interceptis ad verticem crurum partibus confervent eandem, ut basim multo non excedant, quæ tamen minores sunt, etiam ipso sensu judicante? quomodo in eadem recta indefinité producta sumptis centris quotlibet, puta millies millenis aut utlibet pluribus, per terminum dictæ rectæ descripti circuli se in uno tantum puncto contingant, juxta manifestissimum Geometrix przceptum, ut non clarissime consequatur inde, rectam quantumvis minimam contactui vici-B 2

nam circulorum istorum circumferentias secantem punctis secari indefinite multis; adeoque potentia infinitis vel innumeris? quomodo, secundum adversarios, inter duas rectas unam puta 7, alteram 9, puncis constantem reperiri posit media proportionalis vel ad easdem 7 & 9 tertia proportionalis exhibeatur? Nequicquam adinveniendæ mediæ super conjunctas illas tanquam diametrum constituatur semicirculus, & à segmentorum communi termino erigatur perpendicularis; nec enim illa poterit esse proportione media inter dicas rectas, cum juxta positionem adversam nulla talis dari posit. Quomodo non tollatur funditus omnis magnitudinum dounulpia, quam tot exemplis oftendunt, tot demonstrationibus muniunt Geometriæ? Cum communis omnium magnitudinum mensura punctum existat, habeátque se magnitudo quævis ad aliam, ficut numerus punctorum ad numerum punctorum, si linex constent è punctis, & superficies è lineis, & è superficiebus corpora. Quomodo non pessum ibit universa de lineis asymptotis, mirabilis equidem, sed nulla Geometriæ parte minus certa vel clara doctrina; quæ magnitudinis infinitam divisibilitatem aut invicte confirmat, aut una concidit, utpote quâ minima quæpiam linea continuo ad infinitum decremento non exhauriri, neque continuo ad infinitum incremento datam, paulo majorem, adæquare lineam, perspicuè demonstratur? Quomodo denique non omnis auseratur motuum quoad velocitatem differentia? Nempe si mobile punctum uno tempore quinque percurrat puncta, quomodo possit alterum eodem tempore conficere fubfeis; is? las onnanaenam tur fe ům arr mtot ous m-Xialium 8 ra. leis eo-1a; em poad que m, cuè nis ffeino

no-

ere

fubduplum, fubtriplum, aut subquadruplum, ejusce spatii, quum totum in istas partes dividi nequeat? Infinita possem excogitare, & adferre talia, quibus oftendatur ab ilta compositionis ex indivisibilibus assertione totam concuti, prosterni, penitus subverti Geometriam; nil in ea sani vel solidirelinqui, sed immanem & deplorandam ruinam, confusionem, a ousaoi as in divinissimam istam induci scientiam +; cujus tamen effata, præter evidentiam principiorum & discurfuum rigorem, ita cum admiranda (qualis falsis seu principiis seu ratiociniis obvenire neguit) inter Calo I.s. le confonantia, tum perpetuo exquisito cum experientia consensu firme stabiliuntur, ut mundi citius cardines emoveantur loco, rerúmque machina collabatur, quam Geometriæ fundamenta (नवे अलेब Etb. !. 8. ர் அமையிற்கை கீட்டம்படிக்) labefa-Gentur, aut ejus conclusiones falsitatis arguantur. Sed dimittenda nobis est hac quastio, postquam admonuero breviter, przcipua quæ contra perpetuam quantitatis divifibilitatem adferuntur argumenta, vel petitione principii laborare, vel fallis suppositionibus inniti, vel parum ad rem pertinere. Objecit Epicurus, in suarum atomorum gratiam & patrocinium, si partes magnitudinis infinitz fint, magnitudinem ex iis conflatam intelligi non possit finitam. Quid hoe est aliud quam petere to er doxi, velidem per idem altruere? Hoc enim ipsum quæritur, an finita magritudo (nam de infinita non agitur)

* Oũ T & S Tế xá-M500 choa ya ya v Tả Má 31 má Tay. Arift. do Calo 1.5.

Το μέν χ αληθά πάνλα συνάδα, πό ζ Τωθά ταχύ διαφονά ταλικό. Arijt. Ειδ.1.8. agitur) possit habere partes infinitas. Id verò dicit adversarius non potest esse, nequit intelligi. Magis apposite rogasset explicationem modi quo fiat, quam ita fieri non posse conclusisset. Cui qualtioni responderem, quod rationi quidem adversatur, ut magnitudo finita partes habeat aliquotas (centesimas puta vel millesimas) infinitas, imò repugnat ut habeat harum plures quam centum vel mille; sed quod partes habeat plures millefimis millies acceptis, vel plures partibus alio quovis numero denominatis, non equidem video quomodo repugnet, imo potius perspicio quod rationi consentiat optime. Certe quod ficut integri numeri possint ad infinitum augeri x7 mpo Dent, ita fracti possint anlespopes diminui The nadaperes (quod nempe ficut concipitur aliquis ultra millenarium numerus, eodem modo concipiatur aliqua pars infra millesimam) signum est magnitudinis, quibus respondent, utroque pariter modo versus infinitum vergere. Quinimo quod infinita feries fractionum cettà qualibet proportione decrescentium aquetur certo numero, vel unitati, vel unitatis parti, (v.g. quòd talis feries decrescentium proportione subsesquialtera aquetur binario, decrescentium ratione subdupla zquetur unitati, decrescentium ratione subtripla aquetur semissi unitatis) satis clare docetur & oftenditur ab Arithmeticis, unde non repugnat finitum aliquod infinitas in se partes continere: præsertim cum numero nihil conveniat, quod non potiori jure convenit magnitudini, quam numerus repræsentat ac denominat. Et sane serè tollit omomnem difficultatem imaginandi quo pacto possit evenire, quòd res finita conslari possit ex partibus infinitis, si modò consideretur, prout adcrescit multitudo partium, ita pari passu reciprocè ipsarum magnitudinem decrescere. Ut si tres partes habeat illarum singula non est nisi tertia pars totius, si quatuor non nisi quarta; sic ut ipsarum parvitas multitudinem compenset. Sed urget Epicurus, vel ejus nomine Lucretius:

Præterea nife erit minimum, parvissima quæque

Corpora constabunt ex partibus infinitis.

[Rectè, quid inde?

Ergo rerum inter se summam minimamque quid escit?

Nempe futurum putat, admissa nostra hypothefi, ut minimum quantum adæquet maximum, ut granum papaveris aquiparetur toti mundo, nec musca amplitudine cedat elephanto; quia pariter ista cum his partes continent infinitas. Sed hac argumentatio nil efficit: quid enim obstat quo minus exiguares tot habeat partes minores, quot amplior alia majores obtinet; ut folidus in tot denarios, quot in uncias libra distribuatur; ut tot octantes pes, quot ipsum miliare stadios complectatur? Quidni ficut universus terrarum orbis ad arenam, fic arena se habeat ad aliam arenulam, ut quoties ille continet istam, toties ista comprehendat hanc? Cùm mundus ipse respectu alterius mundi, quem Deus condere potelt, major non sit quam hic ipfe respectu minutissimi pulvisculi vel arenulæ. Igitur constare potest utrumque (quod majus & quod minus est) ex partibus infinitis, sed illud ex majoribus, hoc ex B 4

minoribus, tanta scilicet proportione minoribus, quanta totum hoc illo toto minus eft. Sed instant porro, saltem ex assertione noftra sequi, qued infinitum infinito sit inzquale: numerus quippe partium in linea bipedali duplus erit infiniti numeri partium exiltentis in linea pedali; fiquidem numerus iste quisquis est hunc evidentissime bis includit. Absurdum autem videtur infinitum excedi, contineri, multiplicari. Respondeo etiam, in hoc adversariorum argumento palmario principium repeti; hocest, idem ex eodem aliis verbis prolato deduci. Numerus enim infinitus nil innuit aliud. quàm id cui tribuitur posse dividi, vel concipi divifum in infinitum; id quod nos afferimus utrique linex tam pedali quam bipedali convenire, non obstante quod illa sit hujus dupla; negant hoc of it evalues sub aliis verbis, at nihil in contrarium subdunt novi argumenti. Certè numerus (ficut multoties inculcatum, & mihi persuasissimum est) numerus, inquam, seu finitus seu infinitus, nullam ex se vel æqualitatem vel inæqualitatem habet alterius numeri respectu, nisi quatenus uterque generis ejusdem magnitudinem defignat & reprasentat; quare dicere numerum hunc infinitum majorem esse illo numero infinito, & hoc absurdum pronunciare, nil est aliud quam dicere magnitudinem hanc, quæ concipitur ad infinitum divisa majorem esse illà, que concipitur etiam ad infinitum divisa, & hinc absurdum confequi, hoc est, nostram thesin negare, sed illam aliqua nova machina non oppugnare. Præterez, quòd nullatenus absurdum videatur

tur infinitum infinito contineri (infinitam dico magnitudinem infinità magnitudine. vel infinitum numerum infinito numero comprehendi: nam si ponatur, in spatio quod nemo ferè non imaginatur immenso, protendi infinita linea recta; in illa proculdubio continebuntur infiniti numero pedes. & infinitz orgyz, & infiniti stadii : item illa infinita recta fæpius continebitur in infinita superficie, & hac innumeris vicibus in infinito solido corpore. Nec absimiliter in æterna duratione facile concipiantur infiniti anni, infinitiores dies, hisque pluries infinitz horz, & infinitissima momenta. positiones istas impossibiles esse, & erds e 76-TO SONO TEXNA OUNGaiver. Respondeo, cum adversarius ex infiniti natura struat argumentum, licet ipsum supponere; & quanquam iphus rei politio forte sit impossibilis, consecutio tamen perceptibilis est & manifelta, nempe quod neutiquam (ut volunt illi) infiniti naturæ repugnat in altero infinito contineri: uti licet impossibile sit hircocervum existere, satis evidens est hircocervi notioni non adversari quòd pedes habeat ant cornua. Saltem valuerit hoc ad homines, Epicureos intelligo propugnatores atomorum, qui suum xerdr magnitudine statuebant immensum, suas atomos infinitas multitudine. Eivas auto to kerdy a mespor, x Ta original a resea, statutum ab Epicuro refert Plutarchus in placitis) & attestatur Lucretius:

- patet ingens copia rebus Finibas exemptis in cunctas undique partes. Que posito clarissimè liquet infinitum numerum infinito numero, spatium infinitum infinito spatio, vel de facto comprehendi. Nam in infinito numero atomorum continentur infiniti numeri octonarii, magis infiniti quaternarii, infinitiores binarii, & unitates infinities infinitz. Paritérque de spatiis. Objecit denique Zono contra nostram fententiam, infinitis partibus constans spa-tium non posse successive pertransiri, adeóque per cam motum e rerum natura tolli. Tribus verbis repono, rectè sequuturum hoc, si mobile supponatur infinite tardum; at si velocitatem habeat aliquantam, illa cuidam spații determinate parti respondebit, quam adeò designato tempore mobile poteritemetiri. Moneo que contra compolitionem ex indivisibilibus dicta sunt, illos pleraque spectare, qui magnitudinem constitui volunt ex indivisibilibus numero finitis; quæ sententia Geometricis decretis magis adverfatur. Cum quibus fortaffe conciliari potest, nec alias quam loquendi modo differt opinio Galilzi, & aliorum ei oun lipor, ex infinitis ipsam atomis compositam censentium. Sed istam sententiam missam facio; (etenim si que mihi cogitanti obveniant omnia minutatim excuterem, in immensum redundaret sermocinatio nostra. Complura vobis ut maturiori judicio vestro corrigenda, fic & diligentiore cura supplenda linquo). Cxterum ne tumultuaria hxc disputatio provehatur in infinitum, haud dissimulo nec diffiteor ab intellectu nostro difficilè capi, quomodo dividi possit unaquaque pars, fic ut actu divise omnes non ad indivisibilia. vel 000

vel ad nihilum aut nihilo proximum aliquid redigantur; nec tamen ideo propter imperfectam conditionem humanz mentis, & captus noltri tenuitatem, deserendam esse fentio tot manifestis indiciis compertam, tot argumentis firmisimis suffultam veritatem. Egregie Aristoteles ; "AAA' & TOTTON TOWS TO TELL &T.25. נות לטים שנישו אני אין אל אלטטי לצאפניפוי דו बे केडमलंब, में माठ्ठकाई बामी विष हंवरी केड प्रसिष्ठ बे मर्वras, Bonderras Ti a Svania. h. c. Equidem rationi diffentaneum eft, quod instantias omnes repellere nequeamus, infirmitati nostra servire vel succumbere ; majorésque nos in errores conjicere, quod minoribus angustiu nos expedire nequeamus. Cui non abfimili prudentia succinit Carte- Princip. fius; Quamvis quomodo fiat indefinita ista 11.34. divisio cogitatione comprehendere nequeamus, non ideo tamen debemus dubitare quin fiat, quia clare percipimus illam necessariò sequi, ex natura materia nobis evidentissime cognita, percipimusque etiam eam esse de genere eorum, que à mente nostra, utpote finita, capi non poffunt. Maneat igitur omne quantum componi è partibus compositis, & dividi posse in partes iterum divisibiles, & proinde Mathematicis licere quallibet eis fundamentis hypotheses superstruere. les nempe; A majori quavis magnitudine subduci posse aqualem cuilibet minori. ter duas homogeneas magnitudines inæquales utcunque desumi posse mediam aliquam ejusdem generis. Ubivis in linea sumi posse panctum, in superficie punctum & lineam, in corpore punctum, lineam, & superficiem, pro lubitu. Quamlibet magnitudinem habere partes homogeneas numero quovis

denominabiles, decimas putà, centesmas, millesimas, &c. nec abhorrere à ratione, si speculandi gratià quomodocunque divisa supponatur. Et consimiles his; nec enim jam omnes hypotheses enumerare, sed ipsorum duntaxat fontes aperire propositum habeo. Superfunt alia magnitudinis attributa, qua nunc persequi tempus vetat.

LECT. II.

"UM instituti discursus filum eò me pertraxerit, ut Mathematicarum hypothesium gratia, de magnitudinis affectionibus & symptomatis communioribus dispiciam, & de nonnullis que se primum objecerant sterminatione nimirum, extensione, compositione, divisibilitate) pre rerum dignitate pauca, pro nostro proposito satis multa disferuerim, superest ut reliqua deinceps perffringam, occupationem spatii, positionem determinatam, mobilitatem, mensurabilitatem, proportionem, & squa occurrerint alia, de quibus Mathematici de promunt, aut legitime depromere possunt hypotheses ratiociniis fuis accommodatas. Imprimis magnitudini solet attribui quod occupet & repleat spatium. Quid yero sit hoc spatium difficile sit exponere. Nam an detur necne spatium aliquod ab ipsa rerum magnitudine distinctum, si vel ad conceptus vulgares attendamus, aut subtiliores Philosophorum excutiamus fententias, haud in proclivi fit statuere; adeo repugnantes sententia cum speciosis nituntur argumentis, tum gravibus urgeri videntur incommodis. Imprimis nullum à rebus quantis reverà distinctum existere spatium ista videntur arguere satis manifeste. Primò, quòd si sit improducium & independens, æternúmque proinde & immensum sit oportet (nam præterquam quod a fpatii realis affertoribus tale plerumque concipitur & supponitur, si rale non sit cessabit omnis ratio, propter quam dari supponatur, ut ejus constituendi causas expendenti liquebit) atqui dari quid eximiorum iftorum diving natura attributorum particeps, a Deo quoque non creatum nec dependens, tam rectæ rationi discrepare, quam a pietate videtur abhorrere. Tum si spatii quæcunque fit idaam examinemus, nihil in ea præter extensionem quandam, & capacitatem indefinitam deprehensuri videmur; qux cum ipsius magnitudinis sint proprietates, spatii nullum a magnitudine discrimen arguunt, cur enim re differant, quæ proprietatibus congrunnt? Non Cartesii modo, sed ipfius Aristotelis est hac argumentatio: 'Os Pbys. Aufc. ei TE TOTE (inquit Philosophus) under Sage- IV.12. १म, मं रीसे मारासंप मंगाप मांड क्यं मारा मारा में inasso fxov; Simagnitudo rerum a spatio nibil diversum babet in se, quamobrem distinguitur à fario suo rei cujuspiam moles? Porro, spatium si quod est à magnitudine differens, sciscitamur in qua rerum classe reponatur. Cum enim res omnis aut ex se subsistat, aut accidat alteri, neutrum isti spatio convenire vi-Non ad substantiæ dignitatem ipsius patroni spatium evehent, nec resipsa patietur.

tur. Sed nec accidens est, quoniam omni subfantiz extrinsecum est, & cum ea non circumfertur, eaque sublata permanet; & ab alia nulla re pendet. Prætereo Zenonis istam argutiam; quòd res omnis sit alicubi, spatium ergò fi fit aliquid ab aliis distinctum. alicubi existet; unde spatii spatium erit, & hujus secund: spatii spatium aliud, & sic infinite; quod ludicrum elt. ('E, mer to or er els dropor moberory; ut est apud Philosophum in Phylicis). Ejulmodi ratiociniis impugnatur spatii realis à magnitudine diverfitas: at non minus validis in speciem argu. mentis altruitur. Nam primo, communes hominum conceptus appellando, videtur omnibus aut innata vel alicunde conquista notio spatii à rebus distincti. Ta one mentes τουλαμθάνεαν Ε) πε, inquit Aristoteles: h.e. Omnes ubi rerum animo separant ab ipfarum Effe. Quinimo vulgus hominum imaginari consuevit i Listinevor TI, commune quiddam cunctis rebus substratum, quod infinite diftendatur, & mullis circumscribatur limitibus, quod omnino penetrabile sit, & facillime quidvis in se recipiat, nec ullius in fe rei refugiat subingressum; quod mobilium successiones excipiat, & motuum velocitates determinet, & rerum distantias metiatur; quod immobiliter fixum fit, etiam quoad omnes sui partes nulli rei alligetur, nusquam aliò transferatur; qued immensæ denique fit capacitatis vas & conceptaculum (appeior aper conivilor, ait Philosophus) uni-

versa complectens in se que sunt, & que possunt exiltere. Tale quid omnes ferè

mor-

Phy .IV. I.

Phys.IV.3.

mortales phantafiis suis insculptum habent. Et quod revera tale quid existat, præter hune imaginandi confensum, permulta videntur arguere. Quorum vis ut pateat, & aliquid efficiat, præltruendæ funt aliquæ thefes aut affertiones, quibus suffulciuntur adducenda pro spatii realitate ratiocinia. Primo, materia non est infinite extensa, saltem quod proposito nostro sufficit, haud necessario talis est. Nam undenecessitatem istam habeat? an a se? Non pium hoc, cum Deo cunclarum rerum originem toties disertis verbis ascribant sacra litera; (Ta mivros di aure & Epb. 111.9. सं को के देश मान्या का देश मान्या नवे नकी व, में डीवे Col.1.16. To अ राम्म वह लेका में देश में जी मार् के नियं के कि विकास Apo. IV. II Ezénélo. n xelp us émoinos ratira mánla. id fob.1.3. est, Quicquid uspiam est rerum, exceptà Isa. LXVI. nulla: innumera passim occurrunt talia). Neculla ratio fuadet, ut a se potius infini- Ad. VII. tam, quam infinitam habere credatur subsistentiam : an à Deo? Quis ei (agenti liberrimo & independenti) necessitatem impofuit, ut infinitatem tribueret materix? Quo liquet indicio revera tribuisse? Num potuerit haud disputo (quisenim divina potentiz limites affignet?) At longè credibilius videtur, ut reliquis rebus vires & potentias præfinitas indidit, ita certos ipsum materiæ terminos statuisse. Id quod etiam facrofancta scripta satis perspicue videntur atteltari. Ecce (semel ac iterum dicit Rex II Chron. sapientissimus) non cœli, ne quidem cœli colorum capiunt te: hoc ell, angultior ell tota rerum universitas, quam ut Deo coexistat; extimos ille rerum fines transcendit; adeoque materia non est de facto ad infini-

n

d

r

n

i-

1-

)-

C-

2-

m

1-

æ

rè

r-

11.6. VI.18.

tum

Princ. II.

tum protensa, nedum ut necessariò talis est. Regeret Cartefius, Ideo necessarium effe,ut ma. seria infinit è protendatur, quoniam ubicung; fines ejm fingamus, semper ultra ipsos aliqua fattaindefinite extensa non modo imaginamur, sed ettam vere imaginabilia; boc eft, realia effe percipimus, ac preinde etiam substantiam corpoream indefinite extensam in ils contineri; quia scilicet idea ejus extensionis, quam in Spatio qualicunque concipimus, eadem plane eft cum idad subfantia corporex. Verum hac ratio subtilior videtur quam folidior. Nam primo materiam adu infinitam nemo concipit, aut concipere potest; indefinite vero protensam concipere. nihilest aliud quam ejus terminos non attingere, vel nullos ei certos limites in animo defigere; ficut vulgus hominum telluris planitiem indefinite protradam existimat, aut astans maris littori, incerto limite definitum zquor cogitat; vel ficut arenas maris indefinite multas concipimus. Porro, ex eo quod ultra præstitutas quascunque metas spatia quadam imaginari possumus, nullo pacto sequituractu materiam aliquam ulteriorem existere. Id saltem verisimiliter colligatur, ideo posse talem existere; quia nempe quicquid nos ut evidenter poffibile percipimus, id valet divina potestas effectum reddere. Enimyero innumera nos imaginari posse, que nec sunt, nec erunt unquam, quis mentis compos inficias ierit? Nil repugnat, & facile possem imaginari, non secus ac è vulgo quilibet, uti adnotatum modo, tellurem ad fummas coeli oras, & extrema mundi mcenia pertingere; possim Solem' millies majorem, Lunam multis parasangie proeft. nanes in-4mi ipi-171icet que lla deam ere re. Inmo olaaut um leeo tas allo teter uia oile um giım, re-CUS telma em

gis

propinquiorem, stellas plurimis vicibus nus merofiores, & fexcenta talia factu neutiquam impossibilia, neque penitus absurda, mecum animo volutare, que tamen an idcirco vera erunt de facto? non certe magis quam fomnia quavis, aut agrorum deliria. Imaginabilitas igitur quantumlibet realis ad fummum rei posibilitatem aliquam, non actualem existentiam ullatenus coarguit. imaginatione non infinitus actu, sed uteunque potentià finito (determinate finito) major mundus comprobetur. Verum ut penitus agnoscamus, summa sua subtilitas hac in causa quantopere destituit & sugit Cartesi. um, imaginationis istius de spatiis ultramundanis noltræ perscrutemur & paulo perpendamus originem; illam certe, ficut alias plerasque non aliunde quam ex sensibus nostris haustam comperiemus. Cum quippe nil ferè quicquam sensu quovis attigerimus, quin aliquid ultra situm pariter sensibile progrediendo fuerimus experti; præsertim cum ad cœlum oculos elevando vastum undique se un nullo perceptibili limite conclusum, & in ignotas nobis regiones procurrens intueamur, hinc immensum queridam, seu indeterminatum coelestis spatii gurgitem, in quo nubes pendeant, venti discurrant, stellæ ceu pisciculi natent, nostra in phantafia describendi nobis obrepit occasio; a qua tamen sensione, vel ab imaginatione confusa eam excipiente, perabsurdum videtur de vera mundi, seu finita seu infinita, extensione quicquam inferre vel decernere. Nam omnis sensio est fingularium, ab existentia verò rei singularis compertam licet quiquidem deducere, quod aliud quid fimile possit existere, non autem quod aliud quid actu sit vel existat, ut aliquoties admonitum elt. Taceo quod eodem jure paríque ratione, quibus materia necessaria tribuitur extensionis infinitas, eidem aternitas & in ependentia tribuantur; nam prout ultra. quollibet mun li limites aliquid spatii, sic ante quodvis initium. Post quemvis finem aliquid temporis æque clará cogitatione 10lemus imaginari; aterna proinde necessario, & consequenter etiam independens. Secundum hunc argumentandi modum materia demonstretur, quæ tamen divinæ perfectionis idiomata periculosum fit, & Christiano Philosopho summopere cavendum, alteri quam Opt. Max. Deo adscribere. Ratum igitur fixumque sit materiam, seu molem corpoream non esse penitus interminatam, saltem non esse talem necessario. Hoc primo supponatur. Adsumatur quoque secundo quod Deo competat potellas, prout adlubescet ipsi, materiam existentem adaugendi vel imminuendi, hoc est, è nihilo procreandi quantum velit, & quamlibet eius portionem in nihilum redigendi. Jubet hoc fides, cogit pietas admittere; nec reclamat ratio, sed potius suffragatur & suadet. Nam ex eo quod concipere posimus materiam ampliorem quavis præfinita, nil obstat quo minus, imo satis evidenter inde consectatur, quod Deus omnino valeat id effectum dare. Quod si potest ampliare, pari potestate potell minuere, quamque de novo pertexuit telam eadem facilitate retexere valet; quinimo quia nobis contractiorem imaginari fas 1.

1

i

eit, imò nullam supponere, divinæ potentie subjacebit illud præstare. Ad hæc tertio facillimè concipitur, & nulla ratione negari debet, posse Deum quamcunque rem in suo quem nunc obtinet statu situque conservare, fic ut à pullis extrinsecus accidentibus immutetur intrinsice, nedum ut ejus natura penitus destruatur : ut nempe recta linea, plana superficies, circuli circumferentia, sph rica orbicularitas tales permaneant, quicquid extra illas fieri contingat, hoc est, tametsi circumjacens omnis materia quomodocunque mutetur, tollatur, aut annihiletur. bus projure nostro legitime suppositis, atque substratis spatii qualiscunque realitas à magnitudine distincta multis adstrui modis videtur. Primb, cum materia posit effe finita, Deus autem essentia sit infinitus, ultra materiæ fines subsistet, alias ejus limitibus clauderetur, aut finiretur utcunque, nec effet propterea infinitus. Ergo datur aliquid ultra, hoc est, spatium qualecunque. Et nisi Deus ultra materia hnes existat; posset imaginatio nostra locum confingere, ubi non eft, adeoque divina existentia modum aliquatenus transcendere, necimmensum proinde Deum concipere possemus aut agnoscere. Tum Deus extra hunc possit alios mundos condere, ficut & nos conditos imaginari, non illos quidem nullibi, sed alicubi; dabitur igitur spatium aliquo I, in quo collocari possint & consistere Novis quoque productis mundis intererit Deus, absque eo tamen quod omnino moveatur (immobilitas enimell & immutabilitas omnimoda, est indubitatum divinæ perfectionis attributum)

id quod aliter intelligi nequit, quam concipiendo præsentem antea fuisse spatio, in quo jam reponuntur. Ergo quos habemus, aut habere debemus, de divina infinitate, potentia, immutabilitate conceptus spatii qualemcunque distinctam realitatem involvunt. Porro, materialis mundus ex hypothesi quam afferuimus terminatus aut terminabilis, aliqua figura præditus erit, & proinde quavis figura præditus supponi potest. Sit erg sphæricus; & quod etiam supponere licet, flatuatur alius eum contingens itidem fphæricus; is priorem unico pundo continget, igitur inter alia sphæricarum puncta medium quid, hocest, aliquid spatii, interjacebit. Sumantur enim in contiguarum sphærarum superficiebus duo puncia qualibet, extra contactum, hisce dico spatium aliquod interjici; si neges, ergo duo ista puncta sese contingent, contra clarissime demonstratum in Geometricis theorema. Item connectantur duo spherarum ittarum centra rectà lineà per contactum, ut Geometria quoque docet ac probat, transeunte, ductaque intelligantur è centris ad dicta extra contactum duo puncta duo radii; quoniam igitur ex adverfariorum sententia dicta puncta sibi contigua funt, e tribus rectis constituetur triangulum, cujus duo latera tertio adaquantur, itidem contra clarissimum & certissimum Geome-Rurfus supponatur ubicuntriæ theorema. que in massa corporea dux sphara concentricæ, ipsarumque superficiebus interjacens materies annihiletur, aut amoveatur aliò (id quod à Deo præffari potest ex præffratis) ergo hæ superficies, si nihil intercedat spatii,

T.

ci-

uo.

ut

n-

m-

nt.

m

ıli-

VIS

g,

et,

æ-

di-

it.

ımı

ra er-

in

ur

ea

et in-

uo er-

ua

m, em

ie-

ın-

n-

ns

liò

·a-

at

ii,

spatii, sibi coincident, etsi millies ista major fit hac (supponamus enim ex antedictis quod utraque sphærica superficies suam retineat magnitudinem, non obstante medii corporis evacuatione, quæ extrinsecus accidit, & nihil in illis internum mutat; ipfarum utcunque magnitudinem & positionem sartas tectas conservante divina potentia). Eodem modo fi verticem inter & basim pyramidis quicquid interest medium auferatur, quando nihil spatii relinquitur, ipsa quoquam modo disjungens, punctum verticis adjacebit proxime punctis omnibus balis, adeoque toti basi congruet & adaquabitur. Hac & innumera talia consectari videntur ex negatione realis spatii, communibus hominum conceptibus non minus quam Geometricis decretis. repugnantia. Præterea duriusculum videtur, ut mundana materia quoad se totam plane statuatur immobilis, aut posito-rei dilucidandæ gratia, præter unam folidam sphæram nihil uspiam existere, quod ista sphæra ne quidem à Deo transferri possit, aut circa axem rotari; neque weipopar (ut Platonicis utar vocabulis) admittere. quod fatis infert manifelte sublatio spatii. Nam quum in hoc utrovis motu, partes eundem inter se retineant situm, eandémque difantiam, quomodocunque feratur totum, non aliter concipi potelt ipsum moveri, quam ex spatii successiva mutatione, scilicet ut una pars spatium subingrediatur à priore dereliaum, unde negato spatio tollitur ejus mobilitas. Stringit hoc quod alicubi notat Ari-Stoteles; "On skav E'nlaro o road, ei mit संरम्भणंड माड थि में रूप मंग्राप ने वे यह मा है में C 3 Rea-

इन्कार्थे मर्थ मार्थ है। है मार्थ के प्रतिकार के देश देश nivil es . i. De loco vel spatio disquirendi folus præltat occasionem motus, (qui scilicet absque spatii positione vix concipi potest) cœlumque præ omnibus potissime videtur ese in loco, quia maxime movetur : nec tamen id (respectu primi pracipuique motus diurni, quem respicere videtur Philosophus) fecundum partium fitum ac distantiam ullatenus variatur, at quali tota circumfertur, Eatenus ergo movetur aut non movetur omnino, quatenus partes ejus spatia sua permintant, quaque nunc Eoas plagas oblident, mox exdem meridianum culmen attingunt, ipsumque confestim prætervectæ vespertinas ad oras declinant. Neque sufficiet hic actionem a motu secernere cum Cartesio, quando præter spatii mutationem nullus cogitari possit actionis illius esfectus. Unicam hilce luperaddam ratiunculam: Qux-10 quid efficiat ut inter duo distantia corpora facilis fit commeatus, proclivis itus reditusque ; annon quia medium his interficitur ipatium eis intro recipiendis paratum? Quid contra faciat, ut difficile possimus inter duo contigua corpora medium aliud intrudere, imo non possimus omnino nis motum illis imprimendo fatis validum, quo procul amandentur, & a se invicem sejungantur; annon quia deficit interstitium medii corporis capax? Supponatur, e.c. inter duo corpora A, B corpus aliud C refidere, tum intelligatur hoc corpus C amoveri, fic ut non permittatur aliud succedere, ablata scilicet corporum circumitantium propentione ad motum, velichibito parumper effectu (per fucu

di

et

1)

ır

2-

ûs

s)

1-

r,

Ir

t,

t,

I-

4

a

r

r

-

n

1

superiorem potentiam) ex eo secundum adversarios immediate, nullà alia vi adhibita, nullà actione interveniente, resultabit corporum A, B contiguitas arctissima; symplegadum instar sponte sua collidentur, & continuò nullus hiatus relinquetur; adeóque difficilimum evadet, ut corpus C impetu converso se in priorem locum restituat, vel corporibus A.B rurfus intercedat, nificorpora ista valida virtute disjungantur. vix intelligi potest, cur tantopere vis major requiratur ad tantillum semovendas res fibi contiguas, quam ad quantalibet dillantia separatas sibimet admovendas; quamobrem tam ultronee cocant, tam dirimantur invite: quid in causa sit quod priorem statum nullo negotio, nullo cum motu deperdant, in eundem vix nisu vehemente, motu multo reponantur; cum ficut à Thebis Athenas, & ab Athenis retro Thebas eadem fit via, fic ad conjungenda quæ diftant, & reciproce disjungenda quæ affident, vis eadem, par motus, ejustem spatii pertransitio postulari videatur. Quinimo subobscurum est illud quamobrem juxta contrariam sententiam eodem instanti, quo corpus medium elabitur, non confestim attingant se ripz, & non successura materia pracludatur intergressus; cum vix infinite velox, nedum tardus (quales in natura plusculi dantur) & testudineus sufficere videatur motus ei congressui præveniendo, utpote cum hic nullam actionem desiderat, & per meram instantissime resultantiam emergat. "Quod si faciliùs, aut citiùs coaluerint corpora terminantia, quam intercurrentis materiæ pars iningruens præcedentem affequatur, obstruatur oportet omnis fluxus, & motus fiftatur ac auferatur, id quod nemo nescit quam perpetuæ discordet experientiæ. Annon simplicids & clarius expediantur hac dicendo, propterea per adjacentium corporum commissuras iter perrumpi difficilius, eo quod deeft intervallum, quo corpus influens recipiatur; sed inter nonnihil dissitos corporum terminos idcirco promptum haberi transitum, quia campus exporrigitur medius, penetrabilis & capax ingressuri tanti corporis; adeóque si depleatur vasculum non collabi latera, nec fi repleatur divelli (quum impossibile videatur illud, & hoc minime necessarium) sed positionem eandem, eandem intercapedinem, eandem capacitatem invariate Prætereo quas pro vacuo spatio (seu coacervato, seu corporibus intersperso) rationes adducunt & experimenta phyfica, tum quia nimium in his etiamnum contrivi temporis, & adhuc opera multum deposceretistorum examinatio, tum quia pleraque f lvi vel utcunque possent eludi per materiæ fubtilis, motus circularis, & incefinitæ divifibilitatis non absonas aceo, nec inconcinnas hypotheses. Ita ferme disceptatur utrinque; quid ergo tandem statuemus? quomodo conciliabimus has adversa fronte pugnantes verisimilitudines & undique circumfidentia nos incommoda declinabimus? Nihil ego certe, nihil in re tam ardua lubricáque pro vero venditem, aut affeverem confidentius; at si dicendæ sententiæ necessitas incumberet, & quid vero mihi videatur similius in medium cogerer producere, ne conceptibus T.

aur

r-

n-

0,

1-

d i-

n

-

ceptibus hominum nimis adversarer, & sacrofanctis Geometrix scitis impingerem, dicerem primo spatium revera dari, diftinctum a magnitudine; hoc est, illo nomine designari quid, ei conceptum respondere, fundatum in re, alium à conceptu magnitudinis, ac ita quidem ut ubi non existit maznitudo, quamvis ea non exfilteret omnino, spatium nihilominus extiturum. Dicerem secundo, spatium non esse quid actu existens, actuque diversum à rebus quantis, nedum ut habeat dimensiones aliquas sibi proprias. à magnitudinis dimensionibus actu separatas. Quid ergo erit? quid fibi vult hic griphus? Non admodum mihi placeo, nec audeo sperare me vobis ex responso meo satisfacturum; at quia dicta lex est respondeo, spatium nihil est aliud quam pura puta potentia, mera capacitas, ponibilitas, aut (vocabulis istis veniam) interponibilitas magnitudinis alicujus. Mentem meam explicatam do: olim ante conditum mundum, nullum alicubi corpus exflitit (ut credere fas elt & pium) at potuit etiam tum exiltere quantumcunque corpus, potuit hoc determinatam positionem obtinere, volente scilicet & effectore Deo: hoc est, fiat spatium. Ultra molem mundanam nullum corpus excubat, nulla reperitur actualis dimensio; verum potest ultra ipsam corpus aliquod constitui, aliqua realis dimensio extendi, hoc est, datur spatium ultramundanum. Inter hos parietes omni per divinam potentiam exclusa distentâque materiá, nullum corpus jacebit, at poterit aliquod repeni hoc est, datur spatium illis interjectum. Inter duas denique magnitudines

tudines adjacentes seu contiguas, nulla magnitudo potest interponi; hoc est, nullum datur inter ipfas spatium aut intervallum. Potest inter duasillas turres protendi funiculus decempedalis, hoc est, datur inter ipsas spatium seu distantia decempedalis. (Ubi potest obiter adnotari spatii cujuslibet singularis naturam esse quodammodo determinatam, & quodammodo indefinitam; determinata quidem quoad Mathematicam speciem & quantitatem figura fua (eft enim capacitas non omniscunque, sed talis & tantæ magnitudinis) indefinitam quoad alias qualitates, & phyficam speciem, nec non quoad individuitates, ut ita loquar, magnitudinum; (est enim capacitas cujusvis magnitudinis tanta talique figura pradita: inter latera nempe vasis cubici spatium habetur recipiendo cuivis tanto cubo seu aqueo seu aereo; non verò potest adaquate occupari, vel repleri a corpore pyramidali vel fphærico, neque majorein cubum admittet.) Hinc non denotatur spatii vocabulo Adsuma, quodvis politivum, actuali dimensione præditum, actu extensum ex se, vel divisibile, vel terminatum, vel pertransibile, vel congruum corporibus; at solummodo notat & fignificat corpus aliquod taliter extensum, eo modo figuratum, tali mensuræ adaptabile, vel fimul una vice, vel successive per motum existere posse. Non actualem aio, sed naturæ tantum suz consentaneas agnoscit figuras, dimensiones, partes, nempe potentiales; hoc pacto, capacitas admittendi corporis alicujus includit capacitatem admittendi (respective) lineas & superficies; potentia lineam

II.

na-

um

m.

cu-

sas!

Ibi

u-

12-

li-

m

i-

a-

a-

n-1;

is

1-

;

n

S

n

1

neam quadrupedalem interponendi continet potentias interponendi lineam pedalem, & bipedalem, & tripedalem, & alias minore numero denominatas. Potentia circulum interserendi potentialem, implicat rounditatem perfectam. Neque quantum aut quale fit spatium immediate vel ex se primo determinari vel agnosci potest, nec nisi per mensuram, aut determinationem magnitudinis alicujus realis ipfam occupantis; ut v. g. spatium duabus urbibus interjectum quantum sit aliter dignosci nequit, quam defiguate fuper terram (velaerem transeuntis) linex quodam pacto longitudinem emetiendo. Nec ideò merum nihil elt aut temere confictum hee nomen, ficut hircocervi vel chimæræ, sed in eodem entium ordine, quo creabilitas, sensibilitas, mobilitas, & cujusmodi possibilitates, merito jure reponendum (iffis verò nemo ferè non aliqualem adjudicat realitatem) nec ferme video cur hujusmodi spatium non rque sit ens, ac ipsa contiguitas, cui directe videtur opponi. Contiguitas enim est modus magnitudinum fignificans nullam ipsis motu secluso interponi posle magnitudinem; spatium verò contra modus earundem, quo innuitur aliam magnitudinem interponi posse, veladponi; quamvis loco neutiquam emoveantur. antem spatii notione supposita concessaque licebit utriusque prædictæ sententiæ nodos solvere, difficultates amoliri. Nam imprimis nihil hinc diving perfectionis prarogativis decedit, ens aliquod subrogando, realiter æternum ac infinitum, non productum, & non dependens à Deo; sed asseritur potiùs

tiùs ipsius illimitata potestas, corpora pro lubitu suo producendi disponendique. Neque coincidet hujus talis spatii idza cum idza magnitudinis, ast ab ea tantum quantum ab alu potentia differet atque distabit. Necalia præter fubstantiam & accidens entia nova refert in censum, ac realis mundi donat civitate, sed utriusque modum duntaxat aliquem, & poslibilitatem connotat. Nec alium locum defiderabit hoc spatium: quia nusquam actuali modo existit, at ubique faltem erit suo modo, quia Deus ubique potest magnitudines collocare. Neque difconvenit hoc cum communi sensu ac sermone hominum, qui cum spatium intercedere cogitant aut pronunciant, nihil intelligunt aliud, quam inter designatos terminos posse corpus aliquod interponi. Nec inateriz deducatur hinc infinitas ulla, sed utcunque talis extensio consequetur, qualem ei Deus ultro volet assignare. Nec ubiquitati divina derogat omnino, que nil aliud fignificat, quam omni spatio Deum adesse, vel ubicunque res aliqua potest existere. Cum Geometria vero conspirat & congruit ad amusfim : nec enim deposcit hac, ut inter duo puncta, vel duos quoscunque terminos medii quid actu reale semper intercedat, at saltem nonnunguam (in aliquibus cafibus) ut linea. superficies, aut corpus possit intercettere. Satisfacit etiam Phyficorum experimentis & phanominis, vacui tantum eis prabens, quantum sufficit recipiendis corporibus, & motibus fuis peragendis, nec tamen aliquid immiscens fictitii vacui veris actualibus dimenfionibus induti, quale partem mundi dimidiam,

I.

ro

e-

m

n-

it.

n-

di

a-

t.

1;

ie

0-

F

0-

e

it le.

2.

1-

r

.

0

i

C

midiam, corporumque principium cum affeclis suis somniavit Epicurus. Ut præteream quomodo pateat hinc, quod immobile fit fpatium, neque cum corporibus asportetur; quia nempe cum corpus unum alterorum confinium aut interstitium destituit, remanet nihilominus ilta possibilitas, & nihil hinc obstat, quin alia corpora æquè vicina, pariter intermedia substituantur & succedant. Obiter adnoto quam descripti spatii notionem illi, quam tradit D. Hobbius spatii, definitioni penè videri è regione contrari-Spatium is definit, Phantasma rei exi- Cap. VII. fentis quatenus existentis. At fi spatium eft phantasma (ut sane non oft, sed objectum phantasmatis, imaginabile quid, non ipsa imaginatio, nec imaginationis effectus) phantasma potius erit rei seu possibilis, quam ut existentis. Quippe cum spatium concipimus, magnitudinem aliquam poni, velexistere poste, non semper actu positum aut existens concipimus, ut ante mundum conditum, vel extra mundum prælentem, secundum prædicta. Quod & ipfius præmistis ratiociniis magis convenit, quam ejus propria, quam ex iis colligit, definitio. Nam conficto rerum omnium interitu, remansurum affirmat in animo spatii phantasma; atqui fingere res omnes sublatas, & easdem velut existentes cogitare sunt aniala. restabit potius idza rerum ceu possibilium. Quin ipse totidem verbis ait, Nemo spatium ideo ese dicit quod occupatum fit, sed quod occupari poffit; à vero non abludens, sed à seipso dissentiens: spatium enim per occupationem quodammodo definit esse spatium, quatenus per actum

actum potentia velut extinguitur & cessat ulterius possibile, cum quid jam existit : nec male vulgo dicitur in vasculum repletum nihil infundi posse, propter desectum spatii. fed me nescio que blanda Siren quantumvis refugientem allicit, & scopulis suis affixum, cassibus suis irretitum detinet; ad interioris Mathefis portum velis omnibus remisque contendenti remoram injicit hec qualis qualis ¿Ewlepinh philosophia. Ut hanc de spatio mesusaar, nimis equidem prolixam & spatiosam, aliquando claudam, & ceu figuram terminis circumscribam, unicum solummodo proposito meo conduceris insuper monebo, quod nempe quicquid Physici statuant, hxc quam hactenus descripsi spatii concipiendi ratio cum optime quadrat; tum abunde fufitit Geometris; si quid majus inesse deprehendatur, aut attribuatur illi, neutiquam id iis officiet; alt nil amplius deliderant, quam ut talis concedatur intercapedo, qua figura magnitudinum, falvis fuis proprietatibus, incolumes perfistant, ut ha per possibilem annihilationem aut remotionem, non confundantur aut pervertantur. E. g. Si duo circuli vel duæ sphæræsese contingant, & accipiantur, ut supradidum elt, duo extra contactum (in circumferentia circuli, vel in Iphara superficie) puncta, flagitat Geometria non ut aliqua realis & actualis linea recta duchus iffis punctis interfaceat, fed tantum ut potentialis quædam intercedat, hoc eft, ut aliqua duci vel interponi possir, vel ut fese non contingant, siquidem repudiato tali interstitio vel adserto punctorum istorum contactu, circulorum & fphærarum natura

at

1-

I.

Ω,

is

1 -

2-8c

m

o,

di

1 -

id

m

E

S,

m

n-

20

C-

11-

In

e-

e-

n.

00

ut

ili

m

ra

-

perimitur, proprietates pessundantur. Tale spatium igitur indulgeri debet Geometris, ipforum hypothesibus sublternendum; eóque magis id quoniam congruentia, commensuratio, determinata positio, motus, & ipfa quadantenus proportio magnitudinum cum eo cohærent, per id explicari possunt. Nam congruentia per ejustem spatii possessionem, mensuratio per applicationem aut fuccessionem congruam, situs determinatio, motufque per spatii identitatem, & alterationem commode describuntur, & quomodo pendeat ab his, his adhæreat, per hicelucidetur proportio, posthac forsan apparebit. Ex dictis, ut hac accommodemus instituto noltro, licebit Mathematico tales hypotheles procudere. Ponatur hoc aut illud spatium posse occupari, hoc est, quod inter designata puncta, datas superficies, exposita corpora (quæ nempe propter naturæ fuæ proprietatem, autex præcedanea quapiam suppositione fese non contingunt) linex, superficies, aut corpora (respective) possint interponi. Vicissimque ponatur quamvis magnitudinem spatium occupare, hoc est, ipsam inter contiguas magnitudines non posse collocari, sed adjacentes utrinque magnitudines ab ipfa dirimi & elongari, pro modo positæ magnitudinis. Ponatur etiam nullum uni fingulari magnitudini spatium alligari, sed ab innumeris aliis (pro mo ulo fuo, ac magnitudinum circumpositarum exigentia) posse successive, sicuti res feret, adimpleri. (Est enim spatium, ur antehac expositum) non peculiaris aliqua, sed quodammodo generalis & indefinita capacitas) nec non reciproce, qued qu'd nulla magnitudo fingulari cuipiam fpatio aftringetur. Adhuc ponatur, vel ut consectarium è dictis axioma utcunque affirmetur, Quod plures magnitudines idem spatium nequeant fimul occupare (adæquate scili-Nam actus plures etiam plures arguunt potentias; vel unus actus unicam potentiam penitus explet ac exhaurit; ergo plures magnitudines plura requirunt spatia, vel una magnitudo totam unius spatii constitutivam capacitatem devorat. Sicut existentiam Petri totam Petri possibilitatem complet & quasi satiat, efficiens ne possit alius idem numero Petrus existere. Item quà ratione plures aliquæ magnitudines unum spatium occupant, eadem quotlibet aliz possent idem illud spatium occupare; unde tota magnitudinis possibilis infinitas in unum bordeacei grani spatium possit coarčtari; quod absonum & abhorrens videtur a sana ratione. Demum ex eo quod idem spatium obtineant magnitudines, terminationem etiam & extensionem, & reliquas his connexas magnitudinis affectiones possidebunt easdem, adeoque plures illa prorsus evadent exdem; prater enimilias affectiones quod magnitudinem constituat aut distinguat, nil fermè quicquam concipimus, autopinor concipere possumus. Caterum quod hac pottrema suppositio (seu quis malit axioma) pronunciat & præ fe fert, exprimi folet impenetrabilitatis vocabulo, cui nonnulli primas partes deferunt inter omnia magnitudinis attributa, quam merito viderint ipli; mihi nulla reodutoan-lia placet, omnésque reciproca affectiones pari loco font. 12nnetiiliar-00go 12, Itixiem aliuà mu liz -חו in arra em 12his defus 10dius. um lit mi onnia deet,

oco

nt.

II.

funt. Id tantum nobis ex usu fuerit advertere positionem ejus (ratione subnixam, ut vidimus, & experientiæ quantum scimus perpetuæ consentaneam) Mathematicis esse pernecessariam. Ei siquidem innititur quicquid ex corporum pulfione, seu vi pulsiva, deducitur in Mechanicis; quicquid ex motuum dependentia suboritur in Geometria (qualis est illa à Cartesio excogitata elegantissima curvarum linearum descriptio, in ejus Geometria, quæ regularum trusione vel impulsu certa ratione ordinato peragitur) quod fi plures magnitudines idem spatium fimul possent occupare, vel quod perinde dicatur, una possit aliam penetrare, non una necessariò cederet alteri, sed immota persistens alteri transitum præbere posset, unde vana foret pulfionis suppositio, nullus resultaret (ex scientifica saltem pecessitate) esfe-Itaque necessario supponitur à Mathematicis magnitudinum impenetrabilitas, ideoque non abs re fuit illius cum ratione consensum, quódque non illicite supponi debeat, ostendisse. Pari jure vice versa supponi potest, quòd nulla singularis magnitudo plura fimul spatia possit occupare. unus actus plaribus potentiis satisfacere nequit; nec possibilitas ut Petrus & Socrates existant, sola Petri existentia completur. Item qua ratione fingularis una magnitudo plura spatia possideat, eadem quibuscunque spatiis possidendis sufficiat. Possit igitur granum papaveris, aut arenulæ minutifimæ magnitudo quicquid uspiam est spatii replere, totique possibilis magnitudinis infinitati coextendi; quod nemo fanus in animum facile inducat

8

cogitare. Ut præteream, quod eadem magnitudo plura spatia occupando plures extensiones, terminationes, & reliquas magnitudinis affectiones sortiretur, unde non una magnitudo perstaret, at in plures evaderet. Nec inutilis est hæc suppositio, sed perquam necessaria Mathematicis. Non ex ea dependet quicquid ab illis de positione determinata supponitur aut demonstratur. Nam quomodo, e. c. non frultra supponitur aut ostenditur punctum aliquod intra vel extra circulum quempiam existere, si possit simul intra ac extra existere? Quomodo dicatur ista linea com hac talem aut tantum angulum efficere, si posset alium situm tunc una obtinens alium quemvis angulum constituere? Quomodo recta curvam tangere demonstretur ex eo, quod tota prater unicum punctum contactûs extra curvam cadat, quum non repugnet fimul in illa, vel etiam intra illam jacere? Quomodo denique punctum aliquod non esse centrum circuli propositi comprobetur inde, quod diametrum non bifecet, si propter varios possibiles situs posset idem punctum bisecare simul, & non bisecare diametrum? Quicquid igitur sit de Theologia Pontificia, nifi vera fit hypothefis, eandem magnitudinem aptam natam non esse plura simul spatia occupare, penitus actum erit de tota Geometria. Sed de pofitione determinata quicquid observatu dignumelt, non jam licet attexere; prout neque de reliquis ali's magnitudinum symptomatis, quæ sequentibus asservanda superfunt. Unicum insuper monitum adjiciam, magnam tempori cum spatio cognationem, a-

X-

li-

na

t.

m

n-

a-

0-

n-

u-

ra

mi-

enm

ca

m

ti

1-

et

re

0-

s,

n

us

0-

e-

0-

r-

n,

n,

& analogiam intercedere. Sicut enim spatium ad magnitudinem, ita se tempus habere videtur ad motum, ita ut tempus sit quodammodo spatium motus. Quum enim tempus dicitur (annus puta, mensis, vel dies) nihil aliud indigitari videtur, quam talem aut tantum interea motum peragi, vel intercedere, vel interponi posse; scilicet una periodus Solis in Ecliptica, reditus unus Lunz ad Solem, una cœli (vel terræ) circa suum axem revolutio. Sed hoc obiter, nam ut de tempore jam disseratur plenius, ipsum tempus vetat & refragatur.

LECT. III.

E natura spatii, déque nonnullis ei superstructis vel adnexis hypothesibus Mathematicis, satis fuse disquisitum est in Lectione præcedente. Proxima magnitudinis affectio circumspectantibus objicit se (quippe non ita procul à spatio dissita, sed ei propids adjacens) congruentia, cujus certè suppositio quodammodo primarius est tibicen, & præcipuum fulcrum totius Matheseos. Nam ab ea æqualitatis (quæ quidem in Mathematicis utramque ferè paginam facit, & quam Proclus Hoonsov en To To (& oun-Floux, principalissimum & quasi primissimum in quantitate symptoma vocat) optime mea sententia formalis ratio desumitur; saltem ejusdem de facto veluti potissimum xps-Theroy, & palmarium adhibetur argumen-D 2 tum.

Ad 4.1.

tum. Id anomodo fit operæ forfan pretium fuerit ostendere. Quarta primi elementi propositio (qua à Proclo Ev Semonμασιν άπλέςα ον & άρχοειδεςα ον non admodum immeritò dicitur) comprobans aqualitatem duorum triangulorum habentium æqualia duo crura, hísque comprehensos angulos æquales (quoad omnia æqualitatem) demonstratur ex laterum & angulorum congruentia (adfumpto tantum axiomate, duz rectæ lineæ spatium non comprehendunt. vel potius hoc eodem recidente, Duz rectz linea terminos habentes eofdem congruent). Ab hac (adhibito duntaxat axiomate. eóque etiam per congruentiam demonstrabili (ficut post hoc ostendemus) si æqualibus aqualia addantur tota, vel si ab aqualibus aqualia subtrahantur residua sibimet exaquantur) demonstratur aqualitas triangulorum ac parallelogrammorum super easdem bases, & inter easdem parallelas constitutorum. Inde per axioma, Quæ eidemæqualia sunt, æquantur sibi mutuo (quod itidem axioma per congruentiam demonstrari potest) de parallelogrammis atque triangulis super æquales bases constitutis idem demonstratur. Ab his, adhibita folummodo præterea proportionalium definitione, deducitur parallelogrammorum & trigonorum æquè altorum cum suis basibus, vel æquales bases habentium cum suis basibus proportionalitas. Hinc aquiangulorum triangulorum fimilitudo, tum in aqualibus & unum angulum aqualem habentibus triangulis & parallelogrammis reciproca laterum (circa pares angulos) proportio, permutatímque

51

ex reciproca proportione laterum aqualitas

etiele-- מקש mo-

alium anem)

onluæ int.

clæ ruite.

rabus

bus 2-

iloem

toua-

em POilis

næ-

Ciımı

les io-

10ımı

& CZ

ue

ex

figurarum, alixque reliquæ quæ præsertim in sexto continentur elemento planarum figurarum affectiones principales derivantur. Aliter etiam (non adhibità quarta primi elementi) ex fola fere congruentia deducantur iltæ triangulorum & parallelogrammorum æqualitates atque proportionalitates supradicta, per egregiam illam à Cavallerio non ita pridem in lucem usumque communem protractam methodum indivisibilium, fœcundissimam novorum in Geometria repertorum matrem. Cujus certè pulcherrimz & utilifimæ methodi (sicut ejus author ipse non obscure infinuat) fundamentum in congruentia ponitur, ex congruentia demonstratur, ficut apparebit primas libri de Geometria indivisibilium secundi, vel itidem primas aliquot Exercitationis primæ ejusdem auctoris, propositiones attentiùs inspectan-Octava quoque primi elementi propositio (circa æqualitatem angulorum fubtenforum æqualibus lateribus, in triangulis fibi mutuo æquilateris) quæ Geometricorum Theorematum est altera uberrima scaturigo, per omnem eam præsertim quæ circulorum affectiones speculatur Geometriam diffusa, demonstratur isthic, nec aliter demonstrari potest, quam (immediate scilicet aut mediatè) per hanc epapuony. Ut præteream particulares alias complures, quæ hujus suppositione ac subsidio nituntur demonstrationes, extantes apud Archimedem, Pappum, & alios infignes Geometras. Unde merito vir acutissimus, Willebrordus Snellius luculen- Snell. praf. tifimum appellat Geometriæ supellectilis ad Cycloin-

metr.

instrumentum hanc ipsam sodomory. Eam igitur in demonstrationibus Mathematicis qui fastidiunt & respaunt, ut Mechanica crassitudinis ac duleppias aliquid redolentem, ipfissimam Geometriæ basin labefactare student; ast imprudenter & frustra. Nam Edaguony Geometra fuam non manu fed mente peragunt, non oculi sensu sed animi judicio aftimant. Supponunt (id quod nulla manus præstare, nullus sensus discernere valet) accuratam & perfectam congruentiam, ex eaque supposita justas & logicas eliciunt confequentias. Nullus hic regula, circini, vel normæ usus, nuslus brachiorum labor, aut laterum contentio, rationis totum opus, artificium & machinatio est; nil Mechanicam fapiens au sopiav exigitur; nil,inquam, Mechanicum, nifi quatenus omnis magnitudo sit aliquo modo materiz involuta, sensibus exposita, visibilis & palpabilis, sic ut quod mens intelligi jubet, id manus quadantenus exequi possit, & contemplationem praxis utcunque conetur æmulari. Quæ tamen imitatio Geometrica demonstrationis robur ac dignitatem nedum non infirmat aut deprimit, at validids constabilit, & attollit altius, ad sumptæ suppositionis realitatem ac possibilitatem, (quæ sanè genuinum est, ut sæpiùs innuimus, omniscunque scientiæ fundamen) ipfis offentans fenfibus, & rationis auctoritatem fulciens suffragio experientia. tutis adeo maxima, non labis alicujus aut vitii demonstrationes accusant congruentiam adhibentes, qui Mechanica cognationem illis adipergunt; nil eis revera aliud quam familiaritatem & facilitatem eximiam, nimi-

Lect.III. Mathematica.

III.

Eam

ticis

nicæ

olen-

icta-

Nam

fed nimi

iulla

va-

am.

iunt

cini,

bor,

ous,

ani-

am.

itu-

nsi-

ut

an-

ra-

nen

bur

ri-

us.

Ai-

iùs

n)

ri-

r-

ut

ti-

111

m

11-

19

am evidentiam, & quasi nobilitatem exprobrantes. Sane nec ipse Ramus, quanquam in veteres haud æquus adeo vel benignus quid hic habet quod culpet, at calculum fuum adponit perlibenter, & a congruentia ductam argumentationem vehementer adprobat, collaudat, usurpat. Hoc, inquit, Schol. demonstrationis Euclidea genus tam expeditum, Maib. lib. idmquo facile, vehementer amplector. quid receptum communiter ac ab ipfis Geometriz principibus & coryphais (Euclide, Archimede, Apollonio, Pappo, alissque) usurpatum demonstrandi modum contra sciolos nescio quos propugnatum eo? Quin ejus potius naturam, & qualis fit hac congruentia Mathematica propius intueamur. Congruentiam per ejustem loci vel spatii occupationem, possessionem, repletionem describi folet. Eam verò triplici modo factam concipere licet; per applicationem, per successionem, per mentalem penetrationem. applicationem, cum una magnitudo superimpofita vel appofita concipitur alteri, fic ut illam omnibus fui partibus immediate contingat, & nusquam ab ea recedat aut separetur. Ut cum mensura rei mensuratæ (virga putes mensoria telæ limbo, vel rectæ lineæ fuper terræ planiciem defignatæ) applicatur & coextenditur; in qua applicatione partes unius lougitudinis omnes alterius partibus exacte respondent, & aliæ alias immediate contingunt, adeóque ista sibi invicem congruunt hoc modo. Per successionem, cum unius magnitudinis amotæ locum ingredi concipitur altera (veluti cum effusa aqua è vasculo vinum infunditur) congruere dican-

D 4

Sed VIII, 170,

İ

tur ista magnitudines, ob identitatem spatii quod occupant successive. Per mentalem penetrationem, com duorum corporum magnitudines per ejusdem loci simultaneam possessionem coalescere, coincidere, & tanquam coadunari cogitamus. Quo ferè pa-Eto supponunt Perspectivæ scriptores inter oculum & objectum radians interpolitam tabulam, velut ubique perspicuam, a lucido quasi cono vel pyramide penetrari, sic ut trajicientes radios nusquam impediat, at recipiat in se cunctos, eorumque vestigia sibi velut impressa vel unita retineat. Ex hisce congruentia modis, qua per applicationem fit ex parte rei, solis quadrat lineis ac superficiebus, qua ob indivisibilitatem suam possent aliæ alias se totis immediate contingere; & per hunc contactum seipsas quasi penetrant, & in unum coincidunt. Unde taliter congruas lineas & superficies (hoc est, ita sibimet adjacentes, ut medii nihil interjaceat spatii) pro unis habent Geometræ Id voluisse videtur Euclides, cum negavit à duabus rectis lineis spatium comprehendi; ut & quod duo plana solidum spatium non concludunt. Et quæ plures lineas contiguas, aut se intersecantes terminant, puncta semper habent pro uno communi puncto; ut & que plures superficies conjunctas, aut se mutuo secantes dirimunt, extremas lineas pro una sumunt linea; & quæ corpora dispescunt superficies, in unam supponunt coalescere. Id fibi postulandum censuit Vitello, nempe cum dux superficies planx contingunt, unam ex iis fieri superficiem. Parique ratione circularis annuli peripheria conatii

lem

ma-

am an-

pater

taido

ut

refibi

Ex

ti-

ac

am

n-

sas

nt.

ies hil

ræ rit

li;

on

uta

0;

ut

e-

a

nt 1-

1-

1-

ia

concava convexa circuli concentrici inclusi peripheria, vel annuli spharici concava superficies adjacentis sphara concentrica convexæ superficiei coincidit. Corpora verò, propter introversum reductam profunditatem suam, solis externis superficiebus contiguæ fiunt, adeoque nulla parte fui congruere possunt, hoc applicationis modo. propter è recentioribus non nemo negavit iis toaquany omnino competere. tem ad omnes universim magnitudines, quæ per successionem fit (mediante scilicet communi spatio) congruentia pertinet & exten-Quatenus nulla magnitudo cuilibet uni spatio, neque vicissim ullum spatium uni magnitudini peculiariter aftringatur, & ab una derelictus locus ab alia tanta talíque magnitudine possit occupari. Mentalis denique congruentia magnitudinum, etiam folidarum (quicquid prædictus arbitretur Philosophus) haud absurde supponitur à Geometris. Namque primo per eam non afferitur actualis seu realis penetratio, sed tantum abstrahitur mente, vel in considerationem non venit corporum vis exclusiva penetrationem realem impediens: seu generalis & indefinita capacitas admittendi tanti corporis, que precipua spatii proprietas est. per se sola separatim consideratur. concipiendi modum sæpe falsitatis absolvit Philosophus; & Ne pive? 4506 , inquit, Pbys. 11.2. 2001 (of ov. Secundo, mentalis ista penetratio non aliter supponitur à Mathematicis, quam ut per eam destruatur realis penetrabilitas, & abfurda demonstretur. Nam ex eo quod supponatur duo corpora locum eundem

dem occupare ostendunt, eandem esse utriusque magnitudinem, & proinde quod se penetrando definant esfe duo; adeóque quod duo (formaliter duo) sese nequeant penetrare. Licet autem quidvis utcunque falsum vel absurdum supponere, quo melius ista falsitas aut absurditas dignoscatur. Nec alia ferè ratione fallitatis argui possit ulla propositio negativa, quam Ty es advivalor हे नव γωγ n, hoc est, ex ejus veritate supposità consequentia falsa detegendo. Sic igitur penetrationem hanc ¿¿ Emposas suppositam adhibent Mathematici, prout adhibent illi, qui magnitudinis ipsam impenetrabilitatem, ex penetratione supposita, conantur demon-Ipfam enim ufurpant Mathematici duntaxat indicanda vel comprobanda magnitudinum aqualitati vel inxqualitati, hoc utique pacto: affero duas sphæras æqualibus diametris descriptas aquari; nam concipiatur unius centrum alterius centro congruere, inde propter æqualitatem radiorum quorumcunque, uniuscujusvis extima superficies alterius superficiem non transcendet. ergo congruent tota dua sphara, ergo magnitudinem eandem habebunt, hoc elt, æquales erunt. Quod fi ponatur unius diameter alterius diametro major, congruentibus ut prius na Emvoiar centris unius superficies ambiens alterius superficiem excedet, (quippe que propter suppositos inequales radios è communi centro longiùs distet) ergò non erit eadem utriusque magnitudo; hoc est, ex propterea inxquales erunt. Quòd fi quis fictitiæ huic penetrationi nihilominus morosius obloqui pergat, ut ei fiat satis, adjicio

itri-

d se

oque

pe-

fal-

ilta

Nec

ulla

alov

ofità

itur

tam

illi,

em,

on-

tici

na-

hoc

ali-

on.

on-

um

er. et,

1a-

er

es

p-

20

on

fi

IS

i-0 cio mentalem istam congruentiam concipi posse per modum successionis, intelligendo scilicet unum subduci vel evanescere, alterum in ejus locum substitui; hoc est, iisdem terminis interponi, vel eodem ambitu contineri; quomodo nihil suberit difficultatis, quin eo ferè modo concipiatur hac penetratio, quo sphæra circa suum axem revoluta, seipsam quasi penetrat; quatenus ejus unæ partes in alterarum locum continuò succe-E quibus patet, quòd congruentia nil sit aliud quamejusdem spatii seu loci occupatio & completio, five fimultanea five fuccessiva; ex qua magnitudinum aliqualis refultat identitas, & in unum coalitio. Nam indivisibiles magnitudines, eo quod (secundum id quo indivisibiles sunt) applicantur fibimet invicem, fimul idem spatium occupant, & quasi coincidunt; solidæ verò magnitudines omnifariam divisibiles revera per successionem, aut simultanee per mentalem penetrationem in eodem concipiuntur spatio reponi; cúmque isto spatio quoad quantitatem unitam & identificatam, ejus interventu uniuntur & identificantur inter Sed ut hujus symptomatis indoles magis adhuc elucescat, adverto præterea congruentiam (eam præsertim quæ per éni Jesty facta concipitur) variis modis, & per aliquos quasi gradus intelligi posse peractam. Primo, sic ut tota simul magnitudines situ partium nullatenus variato spatium idem Quomodo cunda recta linea, possideant. planæ superficies, æqualium circulorum peripheria, aqualium sphararum superficies, fimiles in aqualibus circulis, cylindris, fpha-TIS

I

2.

3.

rishelices, & alia quæcunque perfectissime fimiles (hoc est, similes & aquales) magnitudines congruere possunt. Hic summus est perfectissimæ congruentiæ gradus. do, sie ut successive per partes, itidem non immutato partium situ, eidem spatio coincidant. Quo pacto recta linea figura cujuflibet perimeter recta linea in continuum exporrecta, & prismatis superficies superficiei planz in directum positz potest adaptari. Qui proximus est quasi gradus possibilis con-Tertiò, sic ut omnia magnitugruentiæ. dinis utriusque indivisibilia in eundem locum succedant, útque etiam neutra positionem evariet partium. Qua ratione dum rota vel circulus super rectam lineam ei semper contiguam incedit motu progressivo, eodémque tempore circa centrum suum volutatur, ejus peripheria dicte recte linee congruit; puncta quippe cuncta peripheriæ circularis omnibus recta linea punctis ordine continuè successivo applicantur (quæ ex congruentia, ut hoc obiter moneam, manifestè perspicitur aliquam rectam lineam peripheriæ curvæ circulari adæquari, adeóque circuli tetragonismum non esse natura suà prorfus impossibilem; id quod sic exprimit supradictus acutissimus Geometra in Cyclometrico suo; Talis utique est Mecbanica circuit cujusque revolutio, donec ad idem peripheria punctum recurrat, unde circumduci occaperat; que illud quidem arguit, & tanquam ob oculos ponit rectam aliquam lineam circuli perimetro revera aquilem exhiberi pose. Paríque ratione cum cylindrus circa suum axem rotatus supra planam superficiem progreditur, ejus curva

fime

nitu-

s eft

cun-

non

inci-

ulli-

ex-

iciei

ari.

con-

itu-

lo-

tio-

ro-

m

eo-

lu-

on-

12

di-

ex

fe-

ri-

ue

uà

lit

0-

IZ

ix

;

25

-

curva superficies dicta plana superficiei ex-Omnes quippe que deinquifite congruit. ceps in cylindri superficie dispositæ jacent re-Etz linex parallelx, parallelis omnibus in plana superficie rectis lineis continuà indi-Quarto, sic ut sivulså serie applicantur. muleundem locum occupent partium unius aliquatenus immutato fitu, at ordine nihilominus conservato, retentaque priori singularum contiguitate. Quomodo peripheria circuli, vel alia quævis curva, sic diduci potest aut extendi, ut in rectam lineam transeat, adeóque rectæ lineæ congruat; & recta linea fic incurvari potest, ut in peripheriam circuli, vel in aliam quancunque curvam degeneret. Paríque modo quævis curva fuperficies in planam extendi, vicissimque quævis plana superficies in curvam inflecti possit. Et quidem (ut hoc nonnihil ulterius explicemus) in multis quomodo fiant è rectis lineis lineæ curvæ, & in quas hærectas resolvantur; nec non è quibus planis oriantur curvæ superficies, satis liquidò discerni potelt; id quod curvarum linearum Er Duyors, curvarum superficierum πλάπυνσις appelletur. E.g. quoad curvas superficies; superficies curva cylindri nihil est aliud quam parallelogrammum rectangulum, habens bafim æqualem peripheriæ circuli, qui basis est cylindri, eandémque cum cylindro altitudinem; cujus omnes linex recta basi parallela in circulorum peripherias incurvantur: unde congruet cylindrica superficies huic parallelogrammo, si latus aliquod cylindri (hoc est, aliqua recta ducta in ejus superficie à base ad basim) ad latus parallelogrammi applicetur,

4.

plicetur, & dehinc tota superficies in planum distendatur; aut si applicato latere parallelogrammi ad latus aliquod cylindri planum ejuscirca cylindrum circumflectatur, ipfamque velut investiat, & contegat undiquaque. Conica similiter superficies nihil est aliud, quam sectator planus circuli radium habentisæqualem lateri coni, & arcum æqualem peripheria circuli, qui basis est coni, cujusque concentrici arcus in totidem perfectas circulares peripherias intorquentur. Vel potius aliter, conica superficies nihil est aliud quam triangulum rectangulum, cujus altitudo vel perpendiculum æquatur lateri coni. basis peripheriæ circuli, qui basis est coni, cujusque basi parallelæ omnes reclæ in totidem peripherias circulares finuantur. curva superficies spharica (nec non alia quavis curva superficies figuræ planænon absimili rotatu procreata) ad trilineum quoddam planum duabus rectis lineis angulum re-Etum constituentibus, & subtensa linea curva comprehensum facile redigatur. tem quomodo sit, non est in præsens exponendi locus). At quoad curvas lineas, præter circuli circumferentiam, quæ nil est aliud quam recta linea per omnes sui partes ubique similiter aut uniformiter inflexa; præter hanc, inquam, spiralis cylindrica, quæ reliquarum curvarum omnium est simplicissima, maxime uniformis & emorquepis, nihil est aliud quam recta linea parallelogrammi supradicti (ad quod reducitur cylindrica superficies) diagonio aqualis, & circa cylindricam superficiem convoluta. De curvis aliis ad rectas redigendis, aut ad alias diverfigeneris

Le&.III. Mathematica.

III.

num

alle-

num

fam-

que.

liud.

ben-

alem

ifque

ircu-

aliud

titu-

coni, i, cu-

idem

c &

quæabsi-

quod-

mre-

cur-

ld au-

expo-

præ-

aliud s ubi-

præ-

liciffi-

nihil

ammi

a fu-

indri-

s aliis

rfigeneris

po-

neris curvas, jam conticeo, nè prolixior & fimul obscurior sim, in re tantum ex transcursu attrectata.] Ad hunc verò modum quoque pertinet, aut ei perquam affinis elt ejulmodi congruentia, qualis capaces funt equales figuræ parallelis iifdem lineis aut planis inclufæ. Quarum omnes lineæ vel omnia plana in iifdem parallelis intercepta funt æqualia. Ut duo triangula vel parallelogramma, non fibi mutuò aquiangula, vel dux pyramides (prismata, coni, cylindri) inæqualiter inclinatæ, inter parallelas easdem lineas rectas, vel eadem parallela plana, & super aqualibus basibus constituta. Nam ut horum unum alteri congruat, debet fitus partium unius ad alterius partium positionem accommodari, ipfarum tamen ordine non perturbato; nec earundem quæ priùs affuit contiguitate deperdità. Quintus modus est, cum ita peragi possit eque puo pi, sic ut partium quarundam politio varietur & ordo pervertatur. Hic congruentia modus omnium imperfed issimus, & apprehensu difficillimus, convenit figuris homogeneis omnino fibi mutuò dissimilibus. Ut v.g. non aliter triangulum circulo, conus sphæræ congruant, quam alterutrius partes transponendo. partem unius applicando parti alterius, & residui partem in uno parti remanentis in altero, & sic perpetuo, donec exhauriatur negotium, & unius omnes partes tandem alterius partibus evaserint applicate, quam rem qui distinctius expositam cupit, adeat confulo prius infinuata Cavallerii loca. Ex his remattentius experienti liquebit quallibet ejusdem generis magnitudines sibimet 111-

5.

gil

mi

hi

me

bi

ri.

#

at

V

n

fa

ti

u

I

invicem, hocest, lineas lineis, superficies superficiebus, folida folidis aliquo modo, hoc est, vel totas simultanee, vel per partes (aut per indivisibilia sua) successive, retento partium fitu, vel eo nonnihil laxato, saltem iis transpositis, fieri posse congruentes. Quaslibet, inquam, congruere posse sumendo congruentiam laxius, pro coincidentia quavis etiam inadzquata; quomodo minor linea recta, majori linez recta superimposita congruet ei, hoc est, ei toto, licet non toti, coincidet. At verò firicliùs accepta congruentia solis tribuitur zqualibus magnis, quæ eundem præcise locum occupant, & nec ejus terminos excedunt uspiam, aut ab iis deficiunt, at juste complent ipsum, & ipso continentur. Et quidem in aptitudine vel potestate sic congruendi, quæ subinde præditæ funt magnitudines, nonnulli formalem constituunt ipsius æqualitatis rationem, & ipsam ex ea definiunt, equidem mea sententia non malè. Ex antiquis magnus Apollonius in ea mente fuit, ut patet ex ea quam Proclus adducit & impugnat, demonstratione celebris pronunciati, quæ eidem æqualia. Quæ demonstratio scil. innititur huic æqualitatis definitioni, Τα τάυτον κατέχον απόπον αλλήλοις ίσει είσιν · & nuper D. Hobbius nostras æqualia corpora definivit, quæ eundem locum possidere possunt; Potest autem (ait) corpus aliquod locum occupare eundem, quem aliud corpus occupat, quamvis non fint ejufdem figura, si modo flexione & transpositione partium in eandem figuram redigi intelligatur. Quæ ab Hobbio tradita vehementer exagitat, & perquam acuté refellere conatur ejus egreu-

OC

to

m

3.

0

1-

1-

a

gius Elencies; at me judice, ne verum diffimulem, haud penitissima cum efficacia. hilominus enim Apollonianæ sententiæ animo propiùs accedo, & æqualitatem ex possibili congruentia commodissime puto defini-Quamobrem ita sentiam, (quoniam id #exels videtur, & ad res noftras aliquid faciat) adjungam non nullas rationes, neq; gravabor hanc rem aliquando curatius exami-Id quod gradatim progrediendo Et primo quidem cum subdubitari posit an ullam expediat xqualitatis definitionem assignare, miniméque necessarium id existimare videatur Aristoteles, o navu, propter aqualitatis ex se satis perspicuam notionem, & fignificatum nemini non abunde perspectum; (Ta ma'su, inquit Philoso. Pofl.I.10. phus, un raubaven To on walver, av n Sirror, ώ σερ εδέ τα κοινα ε λαμβάνει τι σημαίνει, το ίσα από ίσων αφελείν όπ γνωριμών · hoc ell, Affectiones non assumit (id est, non explicite docet aut exponit) quid significent, ut neque communia (id elt, communium sententiarum vel axiomatum termini) quid significent asumit (aut explicat); ut quid significet aqualia equalibus subducere, quoniam id manifestum est, & vulgo fatis exploratum. Cum, inquam, fic ambigi possit an debeat æqualitas omnino definiri, ego nihilominus rei Mathematicæ conducere reor, ut definiatur & explicetur distincte quid per eam veniat intelligen-Nam quum æqualitas sit ejusmodi symptoma, quod immediate sensum non incurrit, nec experientia subjacet, at ex rerum instituta comparatione resultat (absque comparatione saltemà nobis non deprehen-

ditur)

dig

ho

nis

pr

ve

ma

on

8

Et

ea

Q

CC

n

m

n

11

1

(

ditur) & cum res diversimode possint inter se comparari, ideo requiri videtur, ut ex qua qualique comparatione, quando & quomodo refultare concipiamus æqualitatem, per certum aliquod argumentum, indubitatum xpimigroy, adnexum fignum evidens & reciprocum definitione expressum determinemus; fic ut ejus insit nobis distincta notio, nec ulla possit emergere dubitandi vel dissentiendi caufa. Nos quidem immediatius & frequentiùs expositæs fensibus (nam obiter illorum nihil moror fententiam, qui æqualitatis, fimilitudinis, & ejulinodi relationum ingenitas nobis à natura species arbitrantur; quando commentum illud, ut jam antea vidimus, hand he necessarium, & minus idoneum scientiis, necullà, quod ego percipiam, præter Metaphyficas quaidam vocabulorum perplexitates & argutiolas, folida ratione fubnixum, res, inquam, immediatius objectatæ fenfibus) è qualibus constant prime indemonstrabiles hypotheses non opus est, ut aliis, præter vulgo recepta fua nomina, verbis explicentur, quoniam easdem omnino cunctis hominibus fui ipfarum diffinctas idæas ingerunt insculpuntque. At ex primis istis inter se comparatis vel utcunque resultantes alios conceptus fecundarios, quo præcidatur omnis occasio discrepandi, ex scientiarum usu videtur, primas istas e quibus oriuntur hypotheses allegando, quam accurate determinare. Rigidéque rem taxando, in scientia qualibet è primis fundamentis extruenda, ferè nullum adhibere licet vocabulum non antea definitum, aut saltem cui respondentem in natura rem non posimus exerto di12

0

1-

digito commonstrare. Quod eò magis in hoc, quod pre manibus habemus, magnitudinis symptomate debet obtinere, queniam præcipuas fert partes, & fere semper intervenit in omni materia, discursuque Mathematico, adeóque multum referat ut unam omnes harum scientiarm studiosi consonam & communem ejus idæam, claram, diltin-Etam, rationi consentaneam habeant, nec ut eam confuse vel discorditer apprehendant. Quinimo quod jam quid fit æqualitas, in quo confistat ejus formalis ratio, quomodo definiri debeat, iph jam quarimus & disceptamus, argumento sit illam definiri debere. Addo, quòd mihi faltem incumbat hoc futtinere, quoniam axiomata cuncta pro theorematis habeo, quæ possunt, & debent, si res exigat, demonstrari; ídque præsertim ex definitionibus terminorum, è quibus conflant; unde quo veritas conflet illorum axiomatum: quæ eidem æqualia funt; fi æqualibus æqualia subtrahantur aut apponantur; & confimilium, innotescere debet, & in promptu haberi æqualitatis definitio. do propter hujusce definitionis desectum fieri posse, quinimo fortasse de facto contigisse (nonnullum in hujusce scientiæ dedecus & detrimentum) ut in maxime tranquilla atque pacifica Geometriæ provincia contentiones & turbæ viguerint, incaluerint iræ, clamores & convitia strepuerint. Undenam enim qua Clavium inter & Peletarium, nec non inter alios Geometriæ fludiofos atque peritos, de angulo contingentiæ, infensis animis, & verbis contumelie non expertibus, agitata lis exerfit, nifi quod æqualitatis

11

a

\$7

& anguli definitiones non ritè fuerint conflitutæ; nec vocabulorum istorum ambiguitas penitus est sublata; rixas istas una forte vel altera commoda definitio facile sedásser. decidisset, sustalisset. Expedit igitur definitionem aliquam aqualitatis præsterni. Hoc teneatur imprimis. Porro, Secundo, quoniam, ut antehac fæpe diximus, & nobis habemus persuasissimum, unaquaque definitio peti debet ex aliqua suppositione possibili per experientiam manifeste compertam; & cum fi agnatas huic negotio quam attente perlustremus & excutiamus universas, nulla se præbitura sit opinor hac possibili magnitudinum congruentia commodior æqualitatis definitioni fundandæ hypothesis: ergo hanc amplecti decet & agnosce-Quòd nulla commodior objiciat se, compluribus attendenti liquebit indiciis. Nam nulla frequentius observatur, & sensibus exponitur, oculis conspicitur, manibus. attrectatur; nulla clariùs intelligitur, aut possibilior existimatur. Et quum de rerum æqualitate (vel inæqualitate) vertitur quæffio, semper ei dijudicanda liti ad congruentiam accurritur & appellatur. Id quod fignum fit fatis evidens hanc æqualitatis notionem communibus hominum conceptibus apprime consentire; quodque nil aliud intelligunt homines, quum duas magnitudines æquari dicunt, quam eas fibimet applicatas inter se congruere, vel ejusdem saltem spatii capacitatem adimplere. Quod & adhuc experimento mihi bene familiari dabo confirmatum. Sæpe rogatus sum à Geometriæ non admodum affuetis quid fibi velit, aut quid

tè

t,

IS

quid fignificet illud de circuli tetragonifino famigeratum problema. Respondere mihi fuit in promptu, figuram inquiri planam re-Etilineam quadrilateram rectangulam æquilateram, cujus area vel spatium lineari perimetro inclusum, proposito circulo (hoc est, areæ planæ circulari peripherià circumscripte) fit acuratissime æqualis. At quid, instare solebant, per æqualitatem istam intelligis? Quomodo enim spatium cirulare rotundum angulari spatio posit æquari; cium illa congruere nequeant, & fibimet adaptari? Cui dubitationi (latis equidem subindicanti hominum plerosque nil aliud per æqualitatem quam i plissimam magnitudinum congruentiam intelligere vel denotare) tum demum facile satis iri factum comperio. fi dicam modò reperta dicta figura quadrilatera quasi cerea foret (hoc est, è materia molli penitusque flexili constaret) partium quarundum inflectione, transpositione, vel compressione quomodocunque circularem in figuram transformetur, circulóque tunc appolita congruat exacte, figuras istas æquales evadere, peractumque fore quem tanto studio indagamus tetrago nifmum. Huic responso fuam ad præconceptam notione de indultria accommodato continenter acquiescunt; unde satis liqueat homines per æqualitatem nil aliud intelligere vel fignificare, præter pollibilem congruentiam. Accedat huc tertiò quæstionis hujus ut mihi videtur peremptorium argumentum. ex eo symptomate, cui innituntur, à quo deducuntur, ad quod ultimo referuntur omnia circa magnitudinum equalitatem theore mata (a quo proinde ne-E 3 liqux

lique magnitudinum equalium ceu talium affectiones derivantur) ex ejulmodi dico symptomate commodissime definitur æquali-Atqui congruentia innituntur, ab ca deducuntur, per eam demonstrantur (immediaté scilicet aut mediaté) in eam demum ultimò refolvuntur omnia circa magnitudinum æqualitatem demonstrata. Per eam igitur commodissime definiatur xqualitas. Majoris in ifthoc fyllogifmo propoficionis varitas e definitionis natura fatis elucefeit; cujus officinarest ut symptoma quoddam primarium exhibeat, ex qua, tanquam formali caufa, reliquæ definiti passiones per legitimum difcurtum inferantur. Igitur fi magnitudines aquales definiantur, qua fibimet invicem pracisè congruere poffunt, & ex hoc expresso symptomate magnitudinum xqualium qua talium affectiones demonstrari poffunt, fatis conflabit inde definitionem islam effe legitimam. Atqui res illo modo fe habet, & minor æque vera eft. Nam de facto quicquid in Elementis (adeoque quicquid ufpiam alibi in Mathematicis) circa rerum aqualitatem demonstratur, ab isto axiomace, Quæ congruunt funt æqualia, dependet, ut aliquatenus hujus lectionis initio commonft atum eft. & polthac fortaffe clariùs offendemus. Quod axioma proinde qui pro a palitatis definitione politum accipiunt, rectifime facere videntur, quibus (præter memoratos Apollonium & Hobbium) dor étiffimum accenfere potero Borellium; Nam. inquit is, si nomen equalitatic non esset adbuc i spoftium. dici posset, Que fi i mutuo congruunt Ocentar equalit, & bac epet definitio, non pronunciatum:

Find. Re-

111

0

11-

.

111

1 -

11

٠.

15

nunciatum; non igitur aliter differre putat hoc pronunciatum ab aqualitatis definitione quam efferendi molo; & posse concedit ipfum in definitionem facile transmutari. Quod innuit verò propter nomen aqualitatis prins impolitum, & vulgo receptum id axiomatis potius quam definitionis vicem fubire, non in eo viro doctifimo prorfus affentio. Nam eth rerum quarumvis, trianguli videlicet aut circuli, recepta nomina fint, & communiter ulurpata, tamen expedit ista nomina definiri, a l'excludendos nempe confusos de rebus illis & vocabulis concep-Vulgus enim, ut in diverbio fertur, non diffinguit, & ideas fapius fovet, nominibus ufitaris refpondentes admodum confufas & inadæquatas; fcientiarum vero genius & ratio diffinctos admodum & adaquatos conceptus pollulant; adeoque vel receptifima nomina rerum, (fenfibus præcipuè non obverfantium, & fui clariffimas ideas non imprimentium) feientiarum magiffri definire debent, & vocabulorum fignificatus à vulgari confusione compurgare. Quanquam nec aliter receptum est aqualitatis nomen. quam ut defignet id, quod dicto pronunciato exprimitur, magnitudines nempe que dicuntur aquales, inter le congruere. Confinet igitur illud axioma definitionem aqualitatis, etiam vulgaribus idæis bene contenta-His adjiciatur quarto, qui di nullam adverfarii magis ido neam comminilei poffine æqualitatis notionem, neque per eam, hac exclusa ratione quid velint aut distincte intelligant, commode queant interpretari. Argumento fint quas Hobbio feggerit antago-F 4 milta

ab

ta

641

30

nifta fius alias duas ejus descriptiones, ut iple credit, magis appolitas illa, quæ ex congruentia defumitur. Hobbium hisce totidem verbis scitatur; Annon simul & semel dixisse posses, id alteri aquale est quod tantundem est arque ipsum: vel æqualia sunt quorum eadem est quantitas; vel si neutra borum placeat, saltem aliam definitionem invenisse? Ad quæ verba licet a lvertere primò, quòd verifimile sit acutisimum illum virum nullam excogitare potuisse definitionem accuratiorem illis, quas adducit, duabus (nec enim fiquæ fuccurriffent, illas omiliffet); atqui hæ dur, vel nihil omnino fignificare videntur. in congruentiam recidere. Illam imprimis (quæ ab Aristotele mutuo videri potest accepta, cujus est ioz wv ro more (v) xqualia funt, quorum eadem est quantitas non improbo, sed prone amplector, fi per eam saltem denotetur non actualis sed possibilis identitas quantitatis (ut sanè debet intelligi, ne manifestæ falsitatis convincatur ipsa enunciatio tribuens eandem rebus aqualibus, hoc est, rebus actu diversis, quantitatem). Sic, inquam, intellectam definitionem illam non reprehendo, sed interrogo quomodo positeadem evadere duarum rerum quantitas aliter quam per congruentiam; nisi per applicationem, aio, vel mentalem penetrationem; aut ejusdem medii spatii interventu coincidant, & quafi coadunentur fibimet invicem, aliquo modo fuperius exposito; aliter, inquam, quomodo possint duarum rerum à se revera distinctarum identificari quantitates, vix equidem video vel capio. Quod alteram vero spectat definitionem, id

31e1.1V.16

alteriaquale est, quod tantundem est atque ipfum, ei primo legem oppono Dialecticam ab Aristotele summa cum ratione præscriptam; 'Ael o op anodido') Te yveri (as za- Topic. VI.4 Six to yex gen. Shootsoner g en en & to tonτων, άλλ' όκ τ΄ προίερων, κ γνωριμοτέρων. Parepor (8v) on o per dia Tuis Tour opiloue . 8x wpisai. (hoc est, Cum definitio tradatur rei declaranda causa, declaremus autem non ex quibusvis (temeré arreptis) sed ex prioribus & manifestioribus; unde constat illum, qui non è talibus definit, baud quaquam definire) Hanc, inquam, jultissimam legem objicio citatæ definitioni, quis enim non æqua saltem facilitate concipiat quid sit aquale alteri, ac quid fit tantundem atq; ipfam? At vero penitius attendenti vocabulum tantundem nil forte comperietur aliud designare quam tantum idem, vel idem in quantitate, vel cujus eadem est quantitas; adeoque hæc descriptio nullatenus à pracedente distabit, & pariter relabetur in noltram congruentix hypothefin, fi recte percipiatur & enucleetur; adeò nostram sententiam adversarii, nec opinantes, dum evertere fludent, coguntur flabilire, suóque saris ipsorum indicio produnt le vix, ut maxime velint, a nostro conceptu revera dissidere. Prætereo denique qui d Euclides æquales magnitudines expresse perhibeatur definivisse, qua replent eundem locum; in libello de gravi & levi, mihi nunquam vifo, sed quem auctor mihi Ramms est alicubi proffare. Cæterum major huiceau- Schoi. Mafx (major, inquam, natur & cum congruentia them. VII. tum æqualitatis) lux affulgebit, exillorum, p.163. quæ tum a Proclo, tum a dicto eruditinfimo

viro producuntur in contrariam partem, argumentorum, equidem haud diffiteor fatis in speciem validorum, discussione; à qua tamen omnino, ne prolixior sim, in præsens ablinebo.

LECT. IV.

Magnitudinum communioribus affectionibus & symptomatis observationi Subjectis, & Mathematicas ingredientibus hypotheses, novislime se tractandam exhibuit congruentia, quâ suppositá resultare, & abea commode definiri magnitudinum æqualitatem in præcedenti quadantenus aftruximus lectione. Quam tamen doctrinam acriter & animose, invictis ut ipfi putant argumentis, impetunt Proclus, & Hobbii praclarus antagonistes in Elencho suo Geometria Hobbianx. Sed an penitus debellatum sit, & opinioni suæ parem, hoc est integram, ipsi victoriam reportarint, superest jam & nobis incumbit, objectorum efficaciam ad rationis trutinam exigendo pensitare. quod eo promptiùs aggredimur pertentare, quoniam ex hoc adversantium sententiarum atque discursuum conflictu non exigua rebus istis lux. Neutiquam aspernandæ quædam veritatis scintillæ extundi posse videantur; nec tamen omnibus extricandis captiunculis anxie desudabo, sed quæ candide accepta rem propius attingere, vis aliquid in se momentique gravioris continere, videntur argumenta

tis

tans gumenta curatiùs excutiam; memor divini quod apud Aristotelem habetur præcepti; (Αμα ήχ μαλλον αν είπ πεα τα μέλλον α De calo λεχ ઝાં σε ઝ προακηκούσι τὰ 🛱 ἀμφισεηθεύ ων 1.10. λόρων δικαιώμα το 38 ερήμιω κα αδικά-διαίητας, άλλ' εκ αν lidixes εί) του μελλοντας τάλη θές κρίνειν ίκανώς). Proponam igitur argumenta, non illa quidem delumbata, sed quoad potero nervosius astricta. Primo debet, obtendunt, æqualitatis eadem univoca ratio communis, & notio generalis aslignari, pro rebus iis universis, quibus vere tribuitur, & juste convenit æqualitas. qui non solis magnitudinibus (quibus nimirum peculiaris est ista, pro qua nos certamus, congruentia) sed quantis etiam omnibus homogeneis, aptisque natis inter se comparari (puta motibus, temporibus, velocitatibus, ponderibus, numeris) æquo jure, pari ratione, simili loquendi proprietate tribui solet, & verè convenit æqualitas, etfi nulla ratione quadret aut congruat eis épapuoas . (Tò) 1 του χ ανισον, χ το έλον χ το μέρ Φ, χ το μαζον, κ το έλαπον κοινά, κ 🗲 Singnus νων έςὶ ποσών κὰ τ συνεχών · i.e. communiter omnibus quantis continuis atque discretis convenit aqualitas, ait Proclus. Et alter adversarius; Annon eadem est aqualitatis notio in kis omnibus, imò & in rebus aliis omnibus, quotquot æqualitatis aut inæqualitatis sunt capaces? Quò facit quòd quam circa æqualitatem versantur axiomata, Geometricis elementis præstrata, quantis indifferenter omnibus accommodari folent, & jure poslunt, unde vocantur a zionala nouva. Où movov

Elench.

λέχε η μεγέθεσην είληθένειν τέπων έκαςον, andan apiduois, & nivhoror, & xgovers, iterum ait Proclus. Lique suffragium fert ipse Met. X1.4. Philosophus; "On & (inquit, exemplum afferens principii communis) and Tions άφαιρε θένων ίσα τα λειπόμενα, κοινόν μέν ຂອງ ກລັນໃໝາ ຕີ ກາວຫົນ). Igitur à congruentia (solis quippe magnitudinibus propria, nec aliis quantis competente, adeóque neutiquam æqualitati coextensa, sed multo strictioribus cancellis coarctata) perperam desumi afferitur æqualitatis ratio. Debet enim ex Logica justissimo prascripto, definita res attributo suo, per quod definitur, exactifime coxquari; cum ea reciprocari & converti. Huic exceptioni primaria, facis ut non nemini videatur presse nos urgenti, repono summatim primo, quod hic sola magnitudinum æqualitas proprie atque præcipue definitur. Secundo, quod non injuria nec abs ratione sola definiatur. Tertio, quòd hæc definitio (è congruentia dico petita definitio) suo modo, quantumque satis est, omnibus quantis adaptari posit. Denique quarto, quod expediat, saltem liceat, majoris perspicuitatis atque securitatis causa, ut reliquorum quantorum æqualitates feorfim definiantur. Quibus distinctiùs expositis, & sufficienter apud æquos rerum arbitros approbatis, satis opinor factum erit allatæ objectioni. Quod primum punctum attinet, in eo nulla versatur controversia; nam solas magnitudines congruentia præsertim capaces esse non diffitentur adversarii, quin obtendunt potius, & in eo collocant vim argumenti sui; satisque liquet ex se, cum lo-CUITA

v.

ele

m

00

ép

ia

C

t

cum implere, spatium occupare, contingere se mutuò, sibimet applicari, se quodammodo penetrare, magnitudinibus proprium & peculiare sit attributum. Ergo solis illis hæc definitio, fiquidem definitio, propriè competit & quadrat. Verum secundo, non inique dico magnitudinum æqualitatem per se solam proprie definiri. Nam cum illis primariò & propriè conveniant quantitas & quantitatem consequentes, vel concomitantes affectiones (extensio, terminatio, compositio, divisio, mensuratio, reliquaque) quidni primariò conveniat illis aqualitas, & proinde ex respectu ad ipsas propriè definiatur? Docet nos Philosophus generis defi- Met.VII.4 nitionem præcipuæ speciei 7 mpos év, primum & proprie convenire, reliquis secundariò, consequenter & per similitudinem; Tò τί έςτι ύπάρχει πάσιν, άλλ' έκ όμοίως, άλλά τω μέν ποιότως, τω δι έπομένως: (Ratio rei convenit omnibus, at non todem pasto, Jed buic primò, illu consecutive) x ò á πλως òρι (μὸς ? άλλων όμοίως ές, πλίω ο πρώτως. Simpliciter accepta definitio τω πρώτω δεκλικώ proprie convenit; ergò respectu ejus definitio condi debet. Annon autem alia quanta quævis ex respectu ad magnitudines tanta quanta funt nedum æstimantur & dignoscuntur, sed etiam dicuntur atque denominantur? Ipfa vocabula majoris & minoris. totius & partis, finiti & infiniti, continui, difcreti, extenfi, contracti, symmetri, asymmetri, reliquaque talia, quæ toties aliis ascribuntur quantis, num aliunde quam à magnitudinibus originem trahunt, & abiis adalia secundariò transferuntur? Nec id con-

ej

ti

(1

co

i

r

contingenter aut immerito, sed necessitate quadam & fumma cum ratione. Nam gradus certe quosdam, ruoeis & Emraoeis, intensiones & remissiones suas habent alix res, ex accidente Mathematicæ confiderationi subjecta, at qua nullo modo comprehendere vel exprimere possumus, nisi per magnitudinum anquarum (quibus infunt, in quas agunt, quas producunt, circa quas quomodocunque versantur) institutam collationem, & adhibendo vocabula mutuatitia de magnitudinum attributis transducta. Ut instemus, quomodo pondus aliquod aut momentum rei gravitantis concipiatur, aut quare dicatur tantum, ita magnum aut parvum, nifiquatenus inest tanto corpori, vel quod tantum corpus attollere, tantam magnitudinem valet sustinere? Quomodo divisibile, vel totum intelligatur, nisi corpus cui inhæret, aut quod respicit partes habeat fingu. las ejulmodi virtute præditas, illíve potentiæ respondentes? Unde finiti titulum adipiscitur, nisi vel ex terminis illi substratæ magnitudinis, aut faltem ex finibus illius eatenus extensi corporis, quod evehere potett aut sustentare? Commensurabile pariter & incommensurabile prædiceturex eo, qued aut subjectum suum aut objectum, symmetriavel asymmetria versus alias quibuscum comparatur magnitudines, itidem pondere similiter donatas, affecta comperiuntur. Sic & motus ex spatii quod permeatur magnitudine tantus (longus, brevis; magnus, parvus; seu absolute seu comparate) è spatii limitibus eousque protensus, ibíque terminatus, ex ejus dimensionibus mensurabilis, ex ejus

eius compositione totus, è divisibilitate partibilis habetur & dicitur. Haud absimiliter (nam exempla nonnunquam undicunque conquifita coacervo (plura certe quam quæ dilucidandæ rei propositæ requisita censeam ipse) libenter & data opera consulens harum rerum minus affuetarum utilitati, ut nempe wina quoddam præparatorium universæ Mathefeos obiter & fenfim instillem infis. ac profuturos aliquando conceptus aliud agens infinuem) haud, inquam, aliter tempus ex spatii ab aliquo determinato mobili, Sole nempe vel Luna, peragrati magnitudine concipitur & appellatur; neque non terminos, extensionem, symmetriam, aliasque suas passiones ex illo, quem ad ejusdem magnitudinem obtinet, respectu mutuatur. Velocitas etiam ex spatii percursi magnitudine (non quidem absolutà, sed comparatà cum magnitudinis spatii ab alio determinato mobili, Sole videlicet aut Luna transacti, hoc est, ex magnitudine spatii tanto tempore peracti) taxatur; parilíque ex relatione ad spatii magnitudinem limitari, componi, dividi, ad menfuram exigi; quomodocunque comparari solet, neque vix aliter potest æstimari. Numeri rerò quòd non alia ratione quam ut symbola magnitudines designantia quantitatis participes funt & proportionis, abunde jam antehac dictum & oftensum est nobis. Nec omnino folus, & authoritatis omnimodæ suffragio destitutus hæc affirmo (quamvis non raro quas pertractandas fuscipio quaftiones, & materias distincte quod sciam explicuerit nemo, solamque quod ille dixit Libera pervacuum vestigia ponerenullo Pbys.IV. 86.

nullo ferè viæ duce vel comite, qui molelti per hasce salebras itineris tædium consoletur, quo magis condonandum fit, finonnunquam cespitare videar, aut impeditius procedere, ac) faltem in hacre principem habere videor aftipulantem & pracimentem mihi Philosophum, cujus hæc imprimis alicubi leguntur verba, nostram in rem satis luculenta; 'E जर्म है के सामहापर्य मामले) है मा कि लेंड मा, में मकंप प्रदेशकी जिएहरेंड केंस्ट्रिकी में महिन Des in nivnois · dia of to meyed of El ouveres n n kinnois est ouveris, dia 3 The kinnot no Xvor O · con to il kinnors Took TO no xpó-NO aci done Jedon en ar . Le 2 qui aboteoon x DE POP ON TOTT ON TOWN TON ESTV . ON THE WENT OF नमें अर्थन. 'हमसे डी' अ मार्थ प्रश्ने के का मार्थ-म्हार में To U'SEPOV, ava yun में दे मार्गात है।) To πρότειον κ το υπερον αναλορον τοίς έκθι αλλαμών κ ων τω χρόνω έςι το πρότερον κ पंडह किए जी वे पह वे प्रतिष्ठित के ने प्रति प्रविष्ठ के प्रति प्रविष्ठ के αυτών · hoc est, explanatius aliquanto; cum quicquid movetur ab alio termino ad aliquem terminum promoveatur, o' omnis magnitudo continua fit, mignitudinem extenus confequitur metus. Ob magnitudinis quippe continuitatem continuus est motus, & propter motum tempus quoque continuum est. Quantus enim extitit motus, tantum quoque tempus perpetud videtur affluxiffe. Pries autem > posterius spacio primitus insunt, ex diversa partium ejus positione: ciemque mignitudini infit pertium ordo, motui quoque necessario inerit, analogice respondens illi. Quinelium in tempore reperitur prius & posterius, quit femper corum alterum alteri consequens est (quoad hujusmodinempe passiones & attributa). Ita facis clare motus ac temporis continuitatem fimul

efti

le-

ın-

0.

e. hi

e.

n-

35

40 25

0-

ó-

.

fimul & quantitatem magnitudinis ouwvo-May statuit consectarias & derivatas. Idem rurfus alibi: 'Axoxedei tad usyidei n xivnois, Phyf.IV. THI TRIVITER O X POV कि पत्र में माज्ये के माण्डमा के 18. Saupe Ta हो) · Sla uèv 20 To mé 260 = हो) TOIS-Tov, n xivnois नवंधीय मह मार प्रें के शर्य है निक्षे xiνη (ιν ο χρόν . hoc est, Magnitudinem seetatur motus, motus verò tempus, quatenus bac quanta sunt, & continua, & divisibilia. Quia nam magnitudo talu eft, ideo taliter affectus eft motus, & propter motum tempus. Ita Philosophus in Phylicis, ut vix potuerit ad rem nostram magis apposite, vel plenius & liquidiùs pronunciasse; nisi forte quæ tradit in Metaphyficis etiam his expressiora sint, ac magis noltram corroberent, illustréntque fententiam. Nam de motu & tempore ita proloquitur; Kai po ravla mora a fla n'eye), Met W. મે જાપક જૂમેં માર્જિસ કામ ન કામ કર્યો છે, જે પ્રદેશ માં પીન 13. המלאו י אבּןשׁ ל צדם אוציעבעסע, מאא שׁ כֹאוֹניהי-วิท ชอง วอ พอออง ะีโ) ะหลังอ, หุ ท หญาตร พออทิง δ ή χρον & των τάντω · húc est, Motus & tempus aliquo modo quanta dicuntur & continua, propterea quod illa, quorum affectiones sunt (vel quibus accidunt) divisionis sunt capacia. Intelligo autem pro subjecto ipsorum non ipsum mobile, sed juxta quod movetur (boc est, spatium transactum) non eò quòd illud est quantum, etiam motusest quantus, & propter boc tempus: Ita nobis suffragium soum & patrocinium præstat Philosophus. Æquum igitur est, quum alia quanta suam magnitudiri quantitatem (ejus faltem notitiam & comprehensionem) ac quantitati connexas affectiones referant acceptas, ut eorundem etiam æqualitas (hoc eft, quantitatis velut identitas & coalitio)

pri

def

cip

(BC

27

ali

lit

jue

ni

a

pe

fu

V

qu

pe

ti

e'

11

n

C

f

T

E

ex magnitudinis æqualitate censeatur; útque per analogiam & secundario quanta sunt, sic analogicam & tralatitiam quoque fortiantur æqualitatem. Id quod à veritate non abludere rem ipsam immediatius & intimius ex-Ploranti, communémque sensum & consenfum hominum consulenti manifestius appare-Nam v.g. fi quem mortalium (seu Philosophum, seu è vulgo quempiam) sciscitetur aliquis quid intelligat, quum dicit æquariduo tempora, nihil hæsitans, opinor, statim respondebit, intelligere se duo aqualia spatia ab eodem uniformiter lato mobili (saltemà diversis aqua velocitate latis) peragi; Solem nempe suædiurnævel annuæ revolutionis aquales partes absolvisse. Si quid fignificet per duorum ponderum zqualitatem; quòd extrema, dicet, vis hujus magnitudinem aliquam elevare vel sustinere queat zqualem (ejustem speciei) magnitudini, quam extrema vis alterius elevare poterit aut sustinere; nec aliter de motuum ac velocitatum, & aliorum, quæcunque funt, quantorum æqualitate consulti statuent, aliquam temper magnitudinem quarundam æqualitatem allegando, cujus respectu dicta quanta constituantur ac denominantur æqua-Sciliget à magnitudinis æqualitate reliquorum æqualitate n vix mente quifquam secernere potest, aut penitus abstrahere; vix illa seclusa quod fint aqualia deprehendere vel agnoscere; quomodo sint aqualia mente cogitare, vel verbis exprimere; quid ipsa denuo sit aqualitas distincte concipere valent. Illam igitur cum alia quævis æqualitas intime connotet & involvat ut natura pri-

Lect.IV. Mathematica.

ue

fic

ur

u-

X-

n-

e.

i-

e-

1-

1-

12

1-

d

t

t

priorem & fibi præftratam, constitutivam, & definitivam fui; non igitur nisi minus principaliter & fecundario, dependenter & consecutive, derivative & per participationem, xt geory aut na avadopiar, æqualia funt alia quanta. Unde quò de reliquorum aqualitate clarior apprehensio sit. & certius fiat judicium, magnitudinum aqualitas quid fignificet, in quo confiltat, præcognosci, diftin-Aéque comprehendi, adeóque jure merito per se priùs definiri debet. Id quod secundò fuscepimus explicandum & oftendendum. Verum porro, tertiò, quantis etiam aliis quibuscunque quodammodo convenit ¿odomoss nostra, prout inquam (uti jam ante satis declaratum) aliquo modo terminantur, extenduntur, componuntur, dividuntur. mensurantur, alias magnitudinum affectiones admittunt, suo modo, sic & aliquo modo congruentiam vendicant fibi (mediante præfertim magnitudinum quibus insunt, quas respicient congruentia) concipiatur enim, exempli causa, duabus in rectis lineis, vel in duabus aqualium circulorum peripheriis zqua velocitate deferri mobilia duo puncta (velalia quavis aqualia & similia duo mobilia) intelligatur etiam lineas istas aut peripherias, utique congruentiæ capaces, fibimet applicari, sic ut dicta quoque puncta vel mobilia sibimet apponantur, adeoque sibi congruent tum ab initio, tum in progressu fui motas (quod eveniet ob suppositam motûs æqualem celeritatem) inde congruentibus perpetuo mobilibus, & ipforum orbitis coincidentibus, haud difficile concipitur ipsos motus epapuo en, uniri, coalescere, adeoque

d

n

C

×

eandem quantitatem habere, seu sibimet adæquari. Item fi in curriculo corporis alicujus (puta Solis aut Terræ) cujus æquabili motu determinatur temporis quantitas, adfumpta concipiantur duo puncta ceu termini, de quibus motuum, adeóque tempore, decurrentium initia computentur, istique termini fibi concipiantur adponi, fic ut exinde (modo mox exposito) duo motus ab iis auspicantes congruant invicem, etiam ipsa tempora fimul confluent, & in unum commigrabunt. Neque si confingatur animo duorum annorum initia conjungi, difficile fit ut parili tenore procedentes illi simul existant, se quasi penetrent, in unum coëant imaginari. Quod perinde est ac si diceres, duo aqualia tempora si simul incepissent, una desiissent. Quinimo qua ratione tempus tempori quo dammodo congruum revera fit, hinc quoque licebit judicare. Cum tempus ejusdem nobilissimi constantissimique mobilis æquabili circulari motu sæpiùs iterato mensuretur & determinetur optime (sicuti notat Aristoteles; 'Η κυκλοφορία (inquit) ή όμαλή μέτρον μάλιτα, όπ ό άριθμός τάυτης γνωριμώτο] () circulus autem iste, periodico mobilis ejustem recursu toties emensus, semper unus idémque persistat, hinc illo conciliante mediantéque, motus & tempus (nec non motuum temporumque partes ab eodem istius peripherix puncto capientes exordium, & in idem punctum desinentes) velut uniuntur & identificantur inter se, adeòque congruunt persectissime. Quamobrem annus in se verti, redire menses, instaurari secula, lapfas tempestatum vices atque periodos

Phys. IV.

Lect.IV. Mathematica.

ad-

Cu-

bili

ad-

mi-

de-

er-

1de

au-

pla

m-

mo

ile

Xi-

int

es,

nt,

m-

ra

m-

10-

to

iti

ที

THS

0-

IS,

n-

CC

m

i-

ut

ie

n-

2.

20

3

dos restitui, eosdem denique temporum circuitus iterato obiri mense censetur, & sermone teritur vulgi (x) x o xpov durds ED бый хиххо́s пь, Tempus ipsum videtur ese cyclus quis (aut circulus) ob motum quo determinatur, circularem sæpiùs repetitum, & in se quasi replicatum, inquit Philosophus: idémque rursus in hanc mentem; 'Os ende- Phys.IV. κε) κίνηση εί) τω αυτω, κ μίαν πάλιν κ 18. TRAIN, 8 TO X XPONON CNOEKS J, SION CNIAU ON, 19 Aft opportunum non est ξαρ, η με οπωρον. de tempore plura nunc esfundere. Velocitatum par est ratio, que mediantibus itidem fpatiorum simul decursorum congruentiiis ipfæ fibi congruant, & confequenter æquales ostendantur. Quinetiam si duo corpora gravia ejusdem speciei, puta dux sphæræ æquales aqueæ vel aerea, per mentalem illam antehac expositam penetrationem congruere supponantur, eadem opera gravitates seu ponderositates, ipsarum coincident & congruant, eique ratione deprehendentur æquales. Quin & ipsis rationibus, seu proportionibus æqualibus, aliquo modo tribuatur congruentia, quatenus omnes coincidunt & identificantur uni cuidam in numeris, lineis, aut aliis quantis expolitæ (quæ quidem exposita ratio spatii quoddam instar habet, (respectu infinitarum quas repræsentet & exprimat rationum, illas omnes quasi recipiens in se, & inter se coadunans). Numeri verò quatenus æquales, eatenus & congruentes esse possunt, per congruentiam scilicet ipsorum quantorum aqualium quæ repræsentant ac denominant. Adeò cujusque generis quanta sicut alias magnitudinum F 3 pro-

11

proprietates, ita congruentiam recipiunt suo modo, hocest, analogice, consecutive, participative, propter magnitudinum, a quibus determinatur eorum quantitas, congruentiam; & consequenter aqualitatis a congru. entiæ suppositione resultans definitio, ne quidem illis omnino disconvenit, imo revera tantum illis, quantum æqualitas ipfa competit & assignatur meriro. Sed ad quartum responsica put promoveo pedem; Quod expediat aut ad minimum liceat aliorum quantorum æqualitates seorsim definiri vel explicari; ex aqualitate scilicet respectiva magnitudinum, quibus infunt, aut circa quas modo quovis occupantur. Nam (ut prius infinuatum) corum qua funt & dicuntur reds ev, id ratio communis exigere videtur, nt que primaria funt in suo genere, adeóque quali mensuræ reliquorum definiantur imprimis per se, cum alia consequenter ex relatione, quam ad ista priora fortiuntur, peculiari declarentur. Ita nos iterum docet horum callentissimus & perspicacissimus Philosophus; "Ose Deroueror inquit, moon 2006 λέχε] έκαςον έτως αποδοτέου πρός το πρώτον en exas n nalnzopie mus mods Eneino xeze). क्ये महेंग के कि है रहा है रहा के रही है तो है कि कार्सिंग, को 3 nal annas yex guas Lang the thous. poc est, eorum que inequaliter attribuuntur aut prædicantur (seu 7 miss ev) distinguendum est imprimis quotupliciter singula dicuntur, tum explicandum est quo pacto referantur ad id quod in dicto genere (vel prædicamento) primum eft; quædam enim quod habeant ipfum, quædam quod efficiant, quædam fecundum alios bujulmodi modos attribuentur),

Met, III.2.

Suo

יובר

bus

nti-

ru.

lui-

era

m-

um

eX.

n-

X-

va

as

us

ur

r,

le

n-

e.

-

tur). Ita cum æqualitas pluribus conveniat, magnitudini quidem originaliter & præcipue, reliquis quantis (motibus, temporibus. velocitatibus, potentiis motricibus) minus principaliter & secundario; primum illius quæ magnitudinibus convenit æqualitatis constituenda ratio est, tum explicandum quomodo reliquorum quantorum æqualitates an ipsam referuntur; eóque fit ut separatim definiuntur. Et velocitates quidem, e.g. aquales, ex Aristotelis mente definiantur, à quibus eodem tempore (vel aqualibus temporibus) eadem vel æqualia spatia transmittantur ('Oμω αχές, inquit, τὸ ἔν ἴσφ χρόνφ ίσον κινέμενον. Εt. Τά εν ίσφ χρόνω τό auto méredo un sueva iodari. Ecce ut xquè velocium definitionem ingrediatur μέχεθ Φ, útque non illicitum nec επροβοίοvuov censuerit Philosophus, velocitatis aqualitatem definice) pariter æqualia tempora definiantur, in quibus æquabili motu latum corpus aliquod notabile (tempori determinando scilicet assumptum, Sol puta vel Luna) æquales peragit sui curriculi partes; & isoxpova vocentur, qua coexistunt istis æqualium spatiorum confectionibus. Similiter zqualia pondera dicantur (absolute loquor, & seposito ad Mechanicas applicationes eorundem gravium momenta variantes respectu) respectu subjecti, quæ magnitudibus specie iisdem, & quantitate aqualibus infunt; respectu objecti, vires motrices aqualium (timiliter positarum & quoad omnes conditiones partium) magnitudinum; vel quæ possunt easdem, aut æquales ejusdem speciei magnitudines sublevare: & ioo capi, F 4

de

qu

di

di

pr

ti

t

De calo

quæ viribus ac potentiis prædita funt æqualibus. (Quidam apud Aristotelem veteres Philosophi, ex subjacente materia definiebant ioo bapi, ta' et iowr ou keinera 7 mpw-Twy, vel Ta ¿¿ iowy ovys co Ta. quæ ex æqualibus principiis, aut æqualibus materiæ particulis constant). Aquales denique numeri definiri possent, quæ repræsentant magnitudines eodem modo divisas (vel accuratius aliquovis fimili modo). Hisce consimilibusque pactis nil obltat, quin definiantur omnium quantorum aqualitates, imò multum forte proderit hoc ipsarum distinctæ compre-Neque defunt exempla præstanhenfioni. tissimorum authorum, qui nedum hujusmodi quandam præ se ferentium homonymiam, at majoris perspicuitatis causa quorundam etiam συνωνύμως dictorum quantorum æqualitates separatim definire non dubitarint. Nam Euclides elemento undecimo, solidas definivit aquales figuras, qua fimilibus planis multitudine & magnitudine aqualibus continentur. Et magnus Apollonius (initio fexti Conicorum libri, nuper ex Arabico in Latinum sermonem transfusi, & à præstantiff.Borello luce donati) aquales definivit coni-sectiones, quæ ad invicem fibi mutuo superpositæ congruunt. Ut reticeam Euclidem (id quod innui jam antehac) in libello de gravi & levi, xqualia magnitudine definivisse (formaliter & expresse juxta nos) que replent eun lem locum. Nec ferè dubito quin gravium aqualium aliqua isthic extet definitio, cui præluferit hac de magnis aqualibus. Quinimo, quod affine est nostro negotio, Euclides partis definitionem tradidit aliam atque aliam, ua-

res

ie-

000-

ua-

ar-

eri

iùs

úſ-

ni.

r-

ndi

at i-

i-

t.

15

is

de magnitudinibus & numeris. Idémque quinto in elemento, ex usu putavit magnitudinum analogiam seorsim definire (de mi αυτώ λόγω μεγέθη λέγε ? []) numerorumque proportionalitatem aliter in elemento feptimo definire; unde necessitatem imposuisse fibi videtur, fiquando de quantis aliis instituisset dicere, ipsorum quoque proportionaiitatem fingillatim definire, vel istam saltem de magnitudinum proportonalitate traditam ils accommodare. Quare si peccatum est (quod pertendunt adversarii) nomen idem, quatenus diversis genere vel specie rebus attribuitur, aliter ac aliter definire, ejus admissi reos allegemus, quibuscum errare non admodum pudeat nos, auctores perquam nobiles & eximios. Tandem (ut hujus objectionis examini coronidem imponamus) plurimum haud diffiteor adducta valeret ratio, si possit alia quæpiam bene commoda generalior aqualitatis notio affignari. Sed nulla fuccurrit alia, faltem hac potior, hypothesi cuivis ad sensus observationem, vel ad mentis captum evidentiùs exploratæ sub-Tentavit quidem (ut adnotavimus in Lectione præcedente) duas memoratus egregius vir, nec alias, opinor, meliores potuit comminisci, quæ tamen, ut ostendimus, in nostram hanc penitius excustæ recidunt, quodque non aliter vel exdem, vel tantæ exdem concipiantur esse diversarum rerum quantitates, quam per congruentiam aliqualem, seu propriam seu analogicam. Nam ut hoc unum adjiciam, nonnihil elucidandis & confirmandis tunc dictis; quantitatis identitas specifica minime sufficit æqualitati con-

tra

bo:

di

jp

20

CE

constituende (tunc enim omnes circuli, cun. Az Sphere, qualibet figura similes aquarentur fibi mutue) sed ad hoc identitas quadam numerica postulatur; non illa quidem actualis, at saltem possibilis, qualis optime (nec aliter opinor) per illam quæ ex congruentia emergit, quantorum coincidentiam & coalitionem exhibetur. Hæc igitur notio, cum magnitudinibus (hoc est, proprie & primario quantis) eximiè quadret; & aliis quantis aliquo modo; cumque alia quanta per magnitudinis aqualitatem definiri poffint & debeant; & quando non alia pollit excogitari convenientior; his, inquam, expensish c non gravatim admittenda videtur & approbanda, nequicquam obstante proposito contrario discursu. igitor argumento pracipuo, maximam verismilitudinis speciem pre se ferente defundi, alterum huic succenturians aggrediamor, ut adversarii confitunt, haud minus Achilleum & invictum, fed ut mihi videtur. enervius & pufillius multo. Ejusdem (inquiunt) loci possessio vel repletio aqualitati extranea & accidentaria est; nec minus equales funt magnitudines, etfinon polideant eundem locum, quam si maxime possideant. Et figuræ disimiles eundem locum occupare nequeunt, nisi partium situs transmutetur. Quid antem (aiunt) motus & locus, & transmutatio ad aquaittuem spectant? ramis enim, etiam dum manet pyramis, non mimis eft aqualis (ut ut non fimilis) quam ubi tranfformatur; atque dum aibi manet aqualis est (ut ut non ibidem) non minus quam ubi in cunder lecura moveiur. Ergo non magis ex respettu

In-

11-

2.

m

ne

n-

i.

ur

iè

a i-

ad locum (adfumpta partium quum opus est transpositione) debet aqualitas definiti, quam homo ex eo quod possit esse princeps Transvivania (fic enim argumentum fuum etiam fale condiunt, ne forte putrescat, aut minus sapiat). Verum respondeo respectum ad spatium ab ipso occupabile non esse magnitudini cuivis accidentarium aut extrinsecum, sed ei necessario, intiméque connexum; sicut actui cuivis convenit intrinseca sibi connata quens ad potentiam, cui respondet, quam complet. Non magis, inquam, magnitudinis natura convenit essentialiter, ut terminetur, extendatur, componi possit aut dividi, vel ut alio quovis attributo gaudeat, quam ut tantam talémque sui capacitatem (tantum & tale spatium) adimpleat. Ex hujusque suppositionis fonte multæ Mathematicis necessariæ hypotheles promanant, utex antehac often-Porrò, etsi magnitudinifis fatis pateat. bus, ceu talibus, non obtingat necessario, definitum ut locum aut fitum, hunc vel illum, possideant; tamen illis ut aqualibus necessario convenit, ut eandem aliquo modo quantitatem habere possint, & proinde ut locum eundem insidere possint, tum quoniam ex eo quod eandem actu quantitatem habent, plane consequetur ipsas de facto spatium idem occupare; tum quia nullo alio modo concipi potelt identitas ista possibilis. hæc, quod non contingenter æqualibus accidat magnis hac ejuldem spatii possidendi capacitas, ex eo claristime liquet, quod rem ferio perpendenti nil aliud de quibusvis magnitudinibus inter se quoad aqualitatem, auf quamvis proportionem, collatis demon-

r

ffrant Geometræ, quam illas congruere, vel eundem locum occupare posse: quum, inquam, Euclides triplum conum æqualem oftendit cylindro; cum Archimedes superfi. ciem sphæræ quadruplo maximo ejusdem sphæræ circulo demonstrat adæquari, cumq: circulum æquiparari docet suo ipsius radio ducto in semiperipheriam, eò res recidit (ipsamscilicet altius è primis principiis repetenti) & nihil evincunt aliud ipforum ratiocinia, quam istas tales magnitudines sibs congruentes esse posse. Siquidem ipsorum demonstrationes pendent è primis elementis, nominatim ex quarta & octava primi elementi, ubi demonstratur triangulorum æqualitas, ex eo quod possint congruere. Ergo si posse locum eundem occupare sit quid accidentarium magnitudinibus iffis, nihil necessarium demonstrarunt Geometria principes; id quod horridule sonat auribus Mathematicis. Præterea, occupatio loci non magis est aliena, non minus est intrinsecè conjuncta cum magnitudine, quam motus, feu mutatio loci; úrque magnitudines ubicunque positæ concipiunt ur æquales, ita figuræ utcunque quiescentes ac innotæ, suam eandem naturam obtinent atque servant. Nihilominus omnes Geometræ non dubitant figuras quasvis à motu quocunque, quo nimirum facile possint progenerari, definire. Euclides sphæram ex revolutione semicirculi circa diametrum, cylindrum ex parallelogrammi circa latus, conum ex trianguli circa crus rotatu; Apollonius universe conicam fuperficiem ex recta line a circularem peripheriam circumeuntis transitu; Archimedes

vel

in-

em

rfi-

em

nq;

dio

p-

e-

0-

bi

m

n-

ni

n

medes conoidæa ac sphæroidæa ex conicarum sectionum portionibus planis circa diametrum volutatis: & nemo non Geometrarum simili modo magnitudines quaslibet (lineas, superficies, solida) è motibus circularibus, rectis, parallelis, mixtis utcunque pro suo arbitratu fas esse ducit definire. Quz quidem definitiones nedum legitima, fed omnium optima funt : nec enim folummodo definitæ magnitudinis naturam explicant, sed possibilem ejus existentiam commonstrant, constructionisq; modum evidenter indigitant, non modò qualis sit describunt, at quod talis esse possit experimento probant, & quo pacto talis evaserit, extra dubitationis aleam constituunt. Et par est ratio, fimilis virtus hujus nostræ ex congruentia desumptæ definitionis; non enim solum exponit quod fit aqualitas magnitudinum, at quod aquales dari possint, indicat luculente qua ratione fiant, dignoscantur, explorentur aquales magnitudines edocet manifestè modo scilicet qui frequentissimo passim in usu est, & nusquam non æqualitati discernendæ dijudicandæque solet adhiberi. Itaque nemini displicere debet hæc definitio, cui definitionum indoles perspecta est, & quomodo semper ex aliqua possibili suppositione resultent ipsæ, probe ac prudenter animadvertit. Supersunt multa, quæ cogitàram attingere, sed levioris momenti, quorumque facile possit è dictis & infinuatis solutio perspici deducique; ut & à vobis suppleri possunt, que congruentiam & aqualitatem spectant reliqua. Et alioquin me, pariter ac ves, impense tadet hujus in re tenui

Le

rò (a

cem

in i

e.

Pro

dili

ria Spiett ilth

tai ac vii

re

ne

m

ju

CC

CO

d

e:

2

n

n

ſ

jejunáque tam enormiter profulæ disputationis. Neque nonne sas esset à tanto sublimioribus, quæ vos monent, ratiociniis detinere. Igitur, optimi Auditores, jam valete. Proxima Lectione me conseram aliò; à magnitudinum præcipua symptomata proportionem ac analogiam ad partes vocabo.

LECT. V.

Magnitudinum attributis & fymptomatis, quæ Mathematicis fubjacent hypothesibus, ultimum tractavi congruentiam; & ex ez rectissimè desumi notionem aqualitatis effuse differtavi. Res jam poscere videtur ut alio transeam; verum que mea est infelicitas, materiam istam dimittere nequeo, prinfquam è dictis confectariam unam aut alteram annotatiunculam; ad ulteriorem propositi declarationem ac usum spectantes, adjunxero. E traditis igitur ac disputatis detegatur imprimis notabilis error Procli, & plerorumque, qui post eum in octavum elementi primi pronunciatum commentati funt, interpretum. Axioma fic exprimitur; Qua fibi mutuò congruant, ea inter se funt aqualia: hocnegat Proclus univerfaliter conversum valere ; (Tere (inquit, hoc eft, aquales magnitudines congrueret) 7870 ਤੇਸ਼ ਵਿਸ਼ੀ ਸਰੀ ਪਿਆ ਕੈਨਸ਼ੀ ਦੇਂਤ, ਕੈਨਨੇ ਵਸ਼ੀ ਜੋ ਹੈ woersay . Monomnibus vere convenit, at folis ejufdem theciet, vel perfectissime smilibus magnis). Esque pottremo fuccinens Borellus; Converfum ve-

1.

rò (ait) quòd scilicet ea que aqualit funt, invicem fibi congruant, non in omnibus verum eft, fed in in qua fecie fimilia funt, ut linea retta inter fe. & circumferentiæ æqualium circulorum, ne Proclus animadveriit. Verum hac exceptio diligentiùs inspecta, nedum non est necessaria, fed (id quod mirum videatur tot perspicaces viros effugisse) plane falsa comperietur. Nam per congruentiam intelligues isthic vel actualem aut potentialem congruentiam. Utrolibet accipiatur modo, veritati discrepabunt ab iis enunciata. Si de actuali capiunt, evidentissima falsitatis convincuntur, ex eo quòd non omnes aquales recla, nec aqualium circulorum peripheria, nec aquales utcunque magnitudines vel fimillimæ, actu congruant, at loco fæpè disjunctissima fint ; quantum scilicet ab Arcico circulo distat circulus Antarcticusei, situ contrarius, ac specie persimilis, & magnitudine prorius aqualis: fi de potentiali, patet ex oftenfis & non oftendendis etiam falso affirmari, quod æquales aliquæ magnitudines non congruant. Nam contra veriffimum elt, omnia magna aqualia, quantumvis specie diversa, vel dissimilia fibi posse congruere. Verum quidem est ejustem speciei magnitudines, & fibi perfectissime fimiles (ut nempe rectas lineas, æquali radio defcriptos circulos, aquales angulos rectilineos) peculiari quodam modo, retento nempe partium ordine, fituque neutiquam variato congruentiam actualem admittere; facilius etiam ipsarum possibilis congruentia deprehenditur, & ex ipsarum forsan definitione flatim infertur; at non minds hoc vere convenit

el

ci

2

Troit no Property of the

venit omnibus aliis aqualibus magnis, qua partibus suis quibusdam translocatis, & figu. râ suâ nonnihil immutatâ possunt quam acu. ratissimè fieri congruentes; hoc est, unius partes (quæ à toto non different) alterius spatium exacte possidebunt. Figuræ vero retentio nihil adjicit, ut nec ejus alteratio derogat æqualitati vel congruentiæ magni. tudinum; nec omnino facit mpos ra d'aola ejus hic confideratio; ut neque possibilis congruentiz facilis vel difficilis comprehensio: nam æque verum est, quod per mille discursuum ambages legitime demonstratur, ac quod intuitu primo perspicitur, aut unico confestim elicitur syllogismo. sane datæ rectilineæ figuræ cujusvis, cum aliquo determinato quadrato, cujufvis folida figura planis superficiebus contenta cum aliquo certo cubo congruentiam demonstravit (aut, quaterus hoc postremum fieri potuit, attentavit) id est, ipsas dimetiendi modum edocuitaut investigavit: Archimedes ultra progressus circulos & sectores circulares, nec non superficies curvas, conicas, cylindricas sphæricas comparavit, & alias cum aliis congruere, per clarissimas consequentias demonstravit. Cum, inquam, e.g. demonstravit Archimedes circulum æquari rectangulo triangulo, cujus basis radio circuli, cathetus peripheriæ exæquetur (vel quod eodem recidet, quadrato cujus latus est media proportionalis inter radium & semiperipheriam circuli) nil ille, fiquis propius attendat, aliud quicquam quam aream circuli ceu polygoni regularis indefinite multa latera habentis, in tot dividi posse minutissima triangula,

que

que toridem exilillimis dicti trianguli trigonis aquentur; corum vero triangulorum aqualitas è lola congruentia demonstratur in elementis. Unde confequenter Archimedes circuli cum triangulo (fibi quantumvis diffimili) congruentiam demonstravit. Item cum ab eodem conica superficies equalis oftenditur area circuli, cujus radius proportione medius est inter coni latus & semidiametrum bafis nil oltendit aliud(ut plane liquebit ad primam demonstrationis originem recurrenti) quam superficiem iltam velut ex infinitis exiguis triangulis confistere, que singula congruunt tot fingulis triangulis dictum circu-Jum componentibus. Ita congruentiæ nihil obstat figurarum distimilitudo; verum seu fimiles five diffimiles fint, modo zquales, semper poterunt, semper posse debebunt congruere. Igitar octavum axioma vel nullo modo conversum valet, aut universaliter converti potell; nullo modo, fi que ifthic habetur congruentia designet actualem congruentiam; universim, fi de potentiali tantum accipiatur ; quali diceretur, Que congruere posiunt, aqualia sunt; & converse. pacto potior ratio fuadet ut intelligatur. Etenim præstat utilisimum illud pronunciatum sic exponi, ut valeat omnumode conversum, quam ut nullatenus converti queat; utque magnitudinis essentialem passionem contineat, quam ut accidentarium solummodo symptoma respiciat. Nam actu congruere nihil ad magnitudinis aut aqualitatis naturam pertinet, at iphs contingenter accidit; nec ob aliam causam adhibetur, quam utab ea seu manifesto indicio (quippe cum actus

rius ero atio gni-

guz

igu.

icu-

suic

pila pilis en-

ille ur,

inides

um

alivit uit,

unc, um tra

es,

riliis

de-

raalo

re-

ım ud ni

is,

a,

Le

cun

defi

mat

arg

De

eft

Hit

tio

iftu

tici

bin

mo

du

24

ne

hy

12

gr

cu

ni

lo

pe

8

ci

30

ti

P

P

C

ij

P

2.

actus semper antegressam arguat potentiam) congruentia potentialis innotescat, quæ nempe fola cum æqualitate cohæret intime, cumque ea perpetuo reciprocatur. Sicut enim magnitudini non actu dividi, fed esse divisibilem connatum censetur, & arctissimè connexum; ista verò divisibilitas ex actu. ali (utcunque fortuità vel arbitrarià) divisio. ne dignoscitur ac arguitur; ita quantis æqualibus, ut talibus, accidentaliter obvenit. ut congruant actu, convenit autem infepara. biliter & perpetuo ut posimt congruere; huic autem commonstranda potentia deserviat actus ilte, proptereaque folet adhiberi. Igitur perperam Proclus, & alii plerique Procli vestigiis infistentes, explicant hoc axioma, non fatis animadverso, quod actualem inter & possibilem congruentiam versatur, discrimine, folamque qua minus hit attendenda fuerat respicientes actualem congruentiam. Unus ab hac erroris contagione se conservavit immunem optimus Clavius; quem immeritò propterez reprehendit doctifimus ejus ¿μόφυλ & Tacquetus; Non recte Clavius (inquit) boc axioma convertir; falsum eft enim ea que universim inter se aqualia funt sibi mutuo congruere, dissimiles enim magnitudines possunt esse aquales, neque tamen congruent, quod si similes & aquales fuerint, valebit conversa. Ego verò potius Clavii singularem aut prudentiam aut coluziar demiror, qui communiter arreptum errorem feliciter evitavit, istamque falso fundamento subnixam exceptionem prorfus omifit, vereque licet haud plene, satisque luculente pronunciatum illud exposuit. Sed in hoc nimius fui, quamvis nonnulla subticee, Noto secuudò. nti-

cat,

in-

tur.

fed

iffi-

Ru-

fio-

itis

lit.

ra.

e;

er-

Ti.

ue

OC

13-

a-

t-

n-

0-

i.

it

97

7

cundo, quod ex aqualitatis hac prastrata definitione, que aqualitatem spectant, axiomata possunt demonstrari. Id quod ejus arguit convenientiam atque præltantiam. Debent enim axiomata (ficut admonitum est sapius) ut theoremata quadam e rite constitutis terminorum, quibus constant, definitionibus demonstrari posse. Solem igitur istum, quem appellavit Ramus, in Mathematicis clarifimum, Quz eidem zquantur, fibimet æquantur mutuo, fic petita hinc demonstratione illustravit Apollonius: Sint duz magnitudines A,C, utraque fingillatim zqualis alteri tertiz B. Dico magnitudines A.C sibimet aquari. Nam quoniam ex hypothesi aquantur magnitudines A,B, ipfæ (æqualitatis definitione præmissa) congruere vel occupare poterunt eundem locum. Occupent igitur locum Z. Item quoniam C æquabilis ponitur ipfi B occupanti locum Z, etiam C; ex aqualitatis definitione poterit locum Zoccupare. Ergo utraque A & C poterit locum Z occupare. Unde reciprocè ex aqualitati definitione A&C aquales erunt, Q,E,D. Huic autem definitioni objicit Proclus, quod innitatur assumptis duobus bujusmodi pronunciatis, Qua possident eundem locum sunt aqualia; qua euadem cum altero locum occupant, locum ipsa possident eundem; quorum utrumque propolità conclusione demonstranda longe afferit obscurius & concessu disficilius; Talle (dicit) on monne doupereps is meo-Strif a Elique Gragges . Et nihilo mitius, Oux Est may exiss ev op denteor to me-प्याधिकार कार में में महार , वह हरार के प्राथहर महि newy

L

Ub

CCC

cro

fit

qu

RC

pr

Se

ful

RI

ta

QC

DE

H

de

ad

QU

de

gi

g

2

i

7

(

J

14

b

V

P

C

tum

hat T & fore ovrov. Sed in magni Geo. metra defenfionem breviter respondeo: Primo, liquido falfum effe, quod loci feu spatil, quam aqualitatis consideratio sit ob. fcurior, & ignotior nobis. Cum ex antehac oftenfis, aqualitàs non aliter quam ex ea possit elucidari. Congruentia quoque, vel ejusdem loci possessio supponi potest, ex en quod a lenfu possibilis discernatur; all aqua. litas immediate lenfum non incurrit, at ex aliqua comparatione supposita resultat: itaque clarior elt congruentize notio quam aqualitatis. Et cum que eundem locum occupant aquantur, fit commodiffina definitio aqualitatis (uti infficienter aftruxisse ildemur) erit illa limplicior ac evidentior alla quavis aqualicatem includente propolitione. Sicut definitio trianguli limplicior elt & clarior quovis circa triangulum theoremate. Secundo, quod alterum attinet pronunciatum, Qua eundem cum altero locum occupant, eundem & ipfa locum possident; ne. go quicquam illo clarius esse posse, nedum ut hoc obscurius sit proposità conclusione. Est enim ad fundum explorata, propolitio prorfus identica, nec specie differens ab hac, Petrusest Petrus; ad hancenim reducitur ejus fenfum nihil immutando, tantum vero perspicuitatis gratia nomina magnitudinibus imponendo, Z locus communis ipforum B, A, est idem cum Z loco communi ipsarum B.C. Autista Categorica, Qua etindem cum altero locum occupant, locum ipfa poliident eundem, redigi pollit in hanc Tordova por enunciationem hypotheticam, Si A occupet Z locum ipsius B, & C locum Z ipsius B occupet,

Led.V. Mathematica.

Geo.

indeo:

ci fen

it ob-

ante-

ex ea

e, vel

X co

æqua.

at ex

Itat :

quam

ocum

efini.

e 11.

ralia

ione.

cla.

nate.

ficia-

CCU-

ne.

n ut

Eft

ror-

Pe-

ejus

der-

bus

, A.

C.

Ite-

un-

un-

10-

ct,

um

tum A&C occupabunt locum eundem Z. Uhi repetitur in consequente, quod in antecedente ponebatur. Quanam igitur, obfecro, poterit hac elle manife tius yera propofitio? non illa certe, Que eidem aqualia: quam zqualitas quid fit, quid diffincte figniacet antea pracognolci debet, quam ejus propolitionis veritas queat comprehendi. Sed adhuc tertio, hoc mode dictum nugax & futile pronunciatum demonstrationi nostra præderni, vel in ea adhiberi nego. tantum ex eo quod magnitudo supponatur occupare locum Z, inferimus el parem C posse locum istum Z occupare: id quod immediate confectatur ex aqualitatis pramifia definitione. Nec aliud ab eo principium adhibemus. Attendat quilibet: Nequicquam igitur ficulneis telis Proclus Apollonii demonstrationem impugnat; quod verò graviter concludit, Hav a a Elouala a's aus-क्य भी देपानक्यां के विविधित प्रश्वामित विक इंदरन Tou or a x msa. O 20 Tols causpara tols emo der en aportique, & Refaci The repi dumir ann Beau, and Exator the energence (enigles lege potius) lu Exquer en mis ad-Sax Tois Troan fen . (hoc eff, Omnia axioma. ta, velut immediata, su aque luce clara tradi debent. à seipsis manifesta fidemque promerentia. Nam qui rebus evidentissimis demonstrationem applicat, non ipfarum conftabilit veritatem, fed evidentiam imminuit, quam in praconceptis absque doffrina naitin poffidemus.) Cui fententia, quod ad vulgarem praxin attinet, infe luhens subscribo, nec opus esse fateor, ut tam facilent affentum impetrantes notitiæ fcrupulosius examinentur. At quo demonstrationis

20

TI

n

H

C

2

T

T

İ

1

onis ingenium, scientiz natura, principiorum differentia, magis declarentur; quòd extremus rigor etiam axiomatum exigat probationem, quòd ea revera possint demonstrari, quod definitiones bene constituta fint, iisque demonstrandis inserviant, non inutile censeo prolatis nonnunquam experimentis edocere. Neque qui proinde vel hisce de causis, vel ingenium exercitandi gratia tale quid attentaverit, furoris illum aut faltas meritò putem arcessendum, quorum tamen eapropter Apollonium ipsum, immense subtilitatis, & consummatissime in Mathematicis eruditionis virum, infimulare, non dubitat è recentioribus nonnemo severior Arillarchus, utinam ipse vitiis iisdem non propior. Utcunque tanti viri fretus exemplo non verebor ipse, duo quæ dicto primo proxime succedunt axiomata protinus è di-Etis oftendere. Secundum axioma taliter se habet; Si æqualibus æqualia adjiciantur, composita (vel tota) sunt equalia. Quod ita demonstro: Sint aquales due magnitudines A,B; quæ propterea ex æqualitatis definitione congruere poterunt, & eundem locum occupare. Occupent igitur locum X; adjiciatur ipsi A magnitudo C, cujus locus sit Ergo composite A--C locus est X--Y. Adjiciaturetiam ipfi B magnitudo D æqualis adjecta priori C; unde itidem ex aqualitatis definitione D poterit occupare locum X: adeoque B-I-D occupare poterit lecum compolitim X-|-Y; eundem nempe quem A-|-C potuit occupare. Ergo ex aqualitatis dennitione B--D aquabitur ipfi A---C.Q.E.D. Simili discursu demonstretur axioma proximc ipio. quòd rigat tuta ninperivel andi llum quofum, æ in are. erinon emimo dir se tur, lita nes inium adfit -Y. alis ta-X: m--C fi-

D.

ri-Mc

me subsequens; Si ab æqualibus auferantur zqualia, residua erunt zqualia. Sint enim rursus aquales dua magnitudines A, B; quarum proinde communis esse poterit locus X. His auferantur æquales C, D, quarum etiam communis elto locus Y. Ergò residuus locus X-Y communis esse poterit locus utrique refiduz magnitudini A-C&B-D. Ergò refiduz A-C&B-D zquantur. Quod E.D. Nec diffimili ratione quavis ad abstractam aqualitatem pertinentia theoremata (vel axiomata) dictæ definitionis subsidio demonstrentur, qued ejus ostendit præstantiam atque commoditatem, Sed hanc obfervationem missam faciens subnoto tertio, Quod ex dictis facile perspiciatur quid sit inaquale, quid majus, quid minus altero. Horum nempe quidvis vix ex respectu ad oppositum aquale, velimmediatius ex relatione ad fpatium utcunque poterit explica-Respiciendo spatium ad inæquale dicetur, quod alteri semper & necessariò discongruenserit, hoc est, quod alteri quomodocunque applicatum (seu simul, seu successive, seu per mentalem penetrationem, seu retento partium situ, seu ipsarum ordine perturbato, quolibet ex modis superius expositis) nullo pacto coincidet exacte, sed aut excedet ipsum, vel ab eo deficiet. Consequenter ex duabus inæqualis speciebus, id Majus erit, quod alteri fic appositum vel applicatum, excedet ipsum, hoc est, totum alterius spatium occupabit, & aliquid insuper ulterioris spatii; vel cujus pars alteri toti congruet, seu totum alterius spatium replebit; Minus, quod alteri appositum deficiet ab ipfo, vel alterius parti coincidet; non nifi partem occupabit spatii, quod ab altero posidetur. Habito autem ad equale respectu, dicetur inzquale, quod alterum vel alteri aquale continet in fe, & aliquid infuper, vel continetur in altero (vel in aliquo quod alteriæquatur) fic ut aliquid præterea supersit. Majus nempe, quod continevalterum, aut alteri aquale, nec non aliud praterea: Minus, quod continetur in altero, vel in eo quod æquatur alteri, fic ut adhuc fuperfit aliquid in altero. Velcum D. Hobbio, non inconcinne definiatur Major magnitudo magnitudine (corpus corpore dicit ille, fed universalius efferri præstat) quando pars illius huic toti æqualis esti Minor autem, quando illa tota parti hujus æquatur; quanquam forsan in hisce definitionibus nonnihil desideretur. Nam objici potest, quod non respondent eis magnitudinibus inaqualibus, quarum una comprehendit alteram. facile tamen excusetur aut condonetur, quoniam omnis magnitudo fibi perfectifimo modo censeatur aqualis; & aqualitatem eminenter continet identitas, id quod passim in demonstrationibus Geometricis supponitur. Vel corrigantur, & fuppleantur definitiones illa, hoe modo iplas enunciando: Magnitudo magnitudine major est, quando pars illius huic toti zqualis eft, aut eadem; Minor vero, quando illa tota hujus parti equalis est, aut eadem. Que definitiones (aut descriptiones) inæqualis, majoris, minoris, aliis quoque quantis (motibus, temporibus, velocitatibus, ponderibus, numeris) analogice suoque modo quadrabunt, sicut de æqualet;

b ai-

uale

rum

lin-

quo rea

Ite-

ræ-

vel

er-

io,

udo led

il-

m,

hil

on 15,

bo

0.

10

m

je

0

aqualitate prolixius est declaratum. Unicum admonebo de inaqualitate dicta fie accipienda este, semper nt excessus & defectus, id quod abundat aut subest, penes aliquod homogeneum intelligatur. Nam omnine diversi generis quanta quoad equalitatem & inequalitatem nequeunt inter se comparari. Quæ de proportione postmodum acturis diffinctius explicanda venient. Ego verò nunquamne me tricis istis & leptologiis expediam? Semper in everrendis quisquiliis tempus prodigam? In tam opima messe, tam ubere vindemia, tanta gravistimarum disquisitionum copia, quid sparsas hinc inde spicas lego, neglectos racemos inquiro, dilapfa grana, deciduas uvas colligo? Cum grandium & arduarum rerum in Mathematicis tam varia, tam jucunda, tam certa suppetat venatio, quare leviculas ego minutulasque quæstiones, ceu muscas, stylo prosequor & confodio? Solennia scilicet devito, ferio nugor, graviter ineptio, minima quxque studiose conquirens, fastidiose repetens & inculcans. Adeóne perpetim tot longinqua diverticula, tot devias ambages confe-Etabor, & in tritos regize Associates nunquam remeabo? Num in hoc generalium materiarum atrio subdiali consenescam, in scientiarum vestibulo diversabor æternum, berebo semper in limine, Mathematum oltia tantum pulsabo, nec in ipsorum unquam intimas ædes, in adyta fanctiora penetrabo? Praludam semper, & eminus velitabo, nunquam cominus aggrediar, manum conseram, stato prælio decernam? Quid quod in illa, quæ nil nisi clarum & evidens, certum & exploratum,

ploratum, pacatum & serenum pollicetur atque jactat scientia, dubitationum nebulas offundo, lites & bella sero, turbas ac tempestates excito; disceptando denique liberius. & ad scrutinium pleraque revocando, Mathematum certitudini & evidentiæ (quæ à rixis tantopere & à tumultibus abhorrent) detrahere videor & derogare. Ita mihi foleo, forsan & alii (saltem haud fine causa vel specie justa possint) exprobare. Neque tamen nihil eft quod criminationibus iftis difuendis, excufandóque mihi contra possim obtendere : camque tantum insperato nuac effluxerit huic Lectioni destinati temporis, ut novam aliam materiam jam non invitus adoriri nequeam, indulgete precor (auditores humanissimi) veniz pauxillum & patientiz vestra nostras has affanias aliquatenus propugnanti, confilique quod hactenus iniverim mei ratiunculas exponenti. Quòd istas rerum & quæstionum minutias attinet repono, non semper esse parva qua talia videntur; cum stellæ perquam exiles, & Sol non ita magnus appareat; unde veniat igitur, & quorsum tendat aspectatæ rei species, antequam ejus dijudicetur magnitudo, pernoscendum esse. Tum quæ mole parva funt, vi nonnunquam eximia donari; quaque nihil in se notabile continent, permagnas subinde post se trahere consequentias. Maximarum rerum origines ferè semper parvas existere; parvis e seminibus ingentissimas stirpes excrescere, parvis è fontibus immensos fluvios intumescere, veritatis & erroris pracipuè feracem esse naturam, è paucis veri scintillis vastam undiquaque lucem

at-

las

pe-

us.

la-

3

1t)

0-

el

2-

li-

m

RC

is,

15

)-

1-

S

.

cem diffundi, è minima falfitatis radice copiosam errorum segetem pullulare; in scientiis præsertim, è tenuibus filis maxima rerum momenta suspendi, nec sine maximi dispendii periculo minima contemni : sicut una rotula transposita tota perit machina, vel ad usum inepta redditur, venulaque subinde difrupta vel magnus perimitur elephantus; ita nonnunquam unica, que gracilis videri possit & sterilis, notio malè posita, perperam intellecta, vastam confusionem, spissam caliginem, multiplicem errandi causam, ex fœcundà consequentiarum propagine, in quamvis derivet scientia, Prudenter hoc(ipse quoq; fuz acribologiz, strictzque quibusdam in minutioribus diligentiz patrocinans) obfervavit Aristoteles, verbis animadversione dignissimis, quæ extant in De Cœlo I. 5. Kai το μικρον (inquit) Τραβίωσι τ άληθείας αφισαμένοις γίνε) πόρρω μυριαπλάσιον · διον લેમાર દેમ લે જારા માં વેલા માં વેલા માં જેવા છે . ક્રેન છે של דוצאם אוסטן פוסמן משני דע עוצאור פון אוציה (פוב Tha Inualinov Tere of airor, on i appe ο καρω νο ότ σεπολί . Αρχένα καρχώ estatement (salt hey rever in in it is , nothing hoc est Latine, Medica quapiam aberratio recedentibue à veritate, statim immane quantum adaugetur & multiplicatur. Ut fiquis magnitudinem affirmet minimam dari; is certe minimum inducent, maxima subvertet Mathematicorum decreta. Id autem exinde provenit, quod principium omne potestate sua, quam absoluta magnisudine pravalentius eft. Unde quod initio videtur exiguum, progressu tandem permagnum evadit. Adeo periculosum est Philosophi judicio minimorum curam posthabere, quibus non

non tantum fua gratia, sed & inest non raro fua quædam utilitas non aspernenda; his præfertim in scientiis, quæ ex humilibus, & penè ridiculis initiis, ad incredibilem inopinato amplitudinem & excelfitatem enituntur. Non itaque mihi graviùs succensendum eft, fi videar nonnunquam haud pracipui ponderis rebus quam par est curiosiùs attendere, prolixius immorari; quando nempe res suadet, ut putem ex iis bene perceptis etiam gravioris momenti rebus aliquid lucis accedere. Quod autem ad illas, quas non infrequenter moveo controversias, ex iis nemo fuspicetur Mathematicarum guicquam fcientiarum certitudini decedere; nam circa res illæ verfantur a Mathematum fundamentis admodum remotas. Vix extimam Geometrix cutem stringunt ha quastiones, nedum ut ejus intima vifcera pertingant. Non ejus principia quatiunt hi arietes, non ratiocinia diruunt, aut omnino folicitant, Dum in ejus confiniis atque suburbiis contentiones oriuntur & pugnæ, clamores & jurgia perlirepunt; intra muros, in ipla acropoli alta pax, profundum habitat filentium; nihil isthic auditur augiochtifox aut ay-Exempla desumamus licet cum aliunde, tum ex nuperrimis quas agitavimus controversiis. Disceptatum est que sit equalitatis genuina notio, unde commodissime definiatur; an demonstrari possint, quæ circa illam affumuntur axiomata: at num vera fint ista axiomata, nemo disputat aut dubitat; & proinde nemo collectis eorum subfidio conclusionibus diffentiet aut repugnabit. De principiorum natura & numero, déque

deque modo ipforum notitiam confequendi (num innata fint, aut aliunde comparata, num ex inductione generali, velex observatione tantum fingulari dependeat) disquiritur & disputatur ; attamen ut farta teels permaneat, extra dubitationis aleam collos cetur ipforum veritas. Ambigitur & cons trovertitur an Euclides parallelismum commode definierit ex negatione concursus re-Ctarum infinite protractarum; at tales dars rectas, que fic nunquam conveniant, queque non inepte nominentur parallela, hactenus opinor inficiatus est nemo. An idem recte principii loco sumpserit duas rectas, que cum infistente recta faciant internos ad easdem partes angulos minores duobus rectis, ab ista parte fibimet occursuras, ita negetur a quibusdam, ut tamen ipsius propositionis veritas à nemine vocetur in dubium. num Euclides iltam proportionalium affectionem bene selegerit, à qua definivit ipsa (cum bona Prosodiæ venia liceat mages-Sev) Geometra ceriant, & adbuc sub judice lin eft, salva tamen cui nemo sapiens non aftipulatur illius propositionis, sub theorematis forma tradita, veritate. Complira proferre possem exempla, quibus constet quas Mathematici versant lites Mathematum certitudini vel evidentiæ nihil officere, sed ipsam potius inconcussam veritatem, intemeratam claritatem arguere, quas nulli disputationum tumultus dimoveant, nulla discordiarum nubes obtenebrent. Neque mirandum hoc, quum non de pracipuarum reruin veritate, sed de quarundam propositionum ordine; non descientia certifudine, sed de sciendi

Led

مورد مرود

रिस

2001

fic v

part

cau

and

(opl

202

ator

fen

At

lib

gi

me

ne

fec

ciù

do

tu

ge

m

ca

N

bu

te

ti

0

n

t

fciendi methodo modóque, de quibusdam tantúm exterioribus litigetur Philosophicis potius quam Mathematicis; qua quidem non parum intersit scire, quaque distinctam, plenam, & accuratam ad comprehensionem rerum in Mathematicis pertractatarum nonnihil conducant, at cum Geometria principiis comparata (principiis istis, quorum dum incolumis persistit veritas, nullum Mathesi gravius incommodum accedere poterit, nulla Geometrica conclusio ruet) cum his, inquam, collata, parva vel nulla reputari possint ista, de quibus digladiamur; adeo verum est & hic.

— Minimas rerum discordia vexat,

Pacem summa tenent-Nec igitur mihi magnopere vitio vertenda est pugnacitas ista, seu proclivitas ad disputandum de rebus ad hasce scientias spectantibus, cum nihil id noceat ipfarum firmitati, sed ad anpicaux aliquid conferat. tim cùm ipse nil agam aliud, eò conatum omnem dirigam, ut disputando radices evellam, causas amoveam disputandi, rerum quoad potero rationes experientiæ trutinam exponendo, à Metaphyficis argutiis ad communem sensum omnia redigendo; nec plerasque quæltiones ipse cudo, sed alicubi (quanquam ut plurimum levius discussas) reperio, sententiam meam argumentis quibusdam communitam interponens, veltroque decisionem ultimam arbitrio committens. non regulam istam Aristotelis æquissimam, religiose colens & observans, superius (si bene commemini) allegatam, sapiùs repeti dignam: Μάλλον αν είη πρα τα μέλλον α

De Cale

264

१६४ अर्ग जहारी जा का असमाम कर के में दे मा का किया किया कि Long Snawhidla . To of Epipulu nalasiza-Lear doxer, notov av neuv undo 101. Kai 28 ीस शिक्षीमार्थेड, क्षेत्र क्षेत्र कंप्रमाठी महाई ही) महाई प्रदेशλουλας τ'άληθές κρίνεψ ίκανως. Quæ verba sic verterim, Fidem melius obtinebunt dicta, fo partium argumenta priùs audiantur : nam indicta causa sententiam ferre, partémque quamvis inauditam condemnare, minus addeceat nos (Philofopbos nempe veritatem indagantes) oportet enim nontam adversarios ese quam arbitros (& mediatores) qui de vero congruè velint judicare. Qui sententia nihil justius, sanctius, prudentius. At porrò, quod generalibus hisce procemialibus & prælusoriis insistam largius & longiùs, excusari potest: primò, quòd in illis se meditanti fuggerant observatu non indigna, nec illa passim obvia, vulgoque protrita; sed aut ferme non occurrentia, vel alibi parciùs exposita) nec non in illis quædam paradoxa, veltris adeo cum excitandis ingeniis, tum exercitandis judiciis comparata. generatim distincta comprehensio plurimum conferre videtur ad subsequentium captum facilem atque perfectam notitiam. Nam de principiis variis & demonstrationibus, de magnitudine, numero, spatio, motu, tempore, velocitate, pondere; de compositione & divisione, terminatione & figuratione, aqualitate & inaqualitate, symmetria & alymmetria, proportione & proportionalitate, similitudine & dissimilitudine, determinatione & indeterminatione; reliquisque talibus à Mathematicis edita tot egregia problemata, tot pulcherrima theoremata legentibus demonstrata, annon pravios istarum

Lect.V

Ma

& I

gui

abf

hi

nib

tiù

ali

int

pe

Ac

pr

ve

M

a

te

du

se.

ef

al

CI

q

11

p

(

C

rerum conceptus genuinos & adaquatos habere proderit multum & intererit? Quales ego fi minus edocere possim, saltem occafionem ingeram vobis propolita ratiocinia maturius examinantibus tales acquirendi. Uccunque non parum refert has ambientibus sciențias ipsarum communem quasi genium familiariter habere perspectum, & per eas omnes diffusam indolem agnoscere. Et lane mihi fæpe contingit animadvertere (videor saltem animadvertisse) doctissimos aliquando viros, ex minus attenta generalium istorum consideratione, & quia non nisi pravos aut confulos (xudaiss ad minus & como-Aaiss) corum conceptus animo fibi præfigurarint, non raro crude, crebro false loqui ac differere, subinde oodornigen in re Mathematica, nonnungnam & vaponoviled. Prz. terea, non illibenter illorum vobis obseguor, & honelta consulo voluptati, qui cum ad abstrukora Matheleos arcana percipienda minus idonei variant, & adhuc nonnihil imparati, gultum tamen aliquem cupiunt, & capere possunt harum suavissimarum scientiarum; ipsarum non injucundum nec inutile quiddam per transennam inspicere volunt & valeant; quos nolim omnino spe sua cassos, operæque prorfus irritos, (hoc est, difficultate nimia vel apparence terum obscuritate turbatos) dimittere; neque diffiteor adillorum captum tam dictorum pierunque materiam, quam dicendi ftylum attemperari; multa propterea dici que reticerem alias, & que dicerem, ideo complura prætermitti. Quin sane metuo, ne plerosque particularium demonstrationum, quales intima tractat 12.

12-

ca-

lia

li.

ti-

e-

er

EŁ

1-

i.

m

1-

14

Mathefis, arida subtilitas, extremus rigor, & penitissimam attentionem desiderans, argumentandi modus aliquantum offendat ac absterreat; quo nomine, ne dissimulem, mihi videri solent illæ publicis hoc genus lectionibus haud adeo convenientes, unde libentius in his non ita jejunis & aufferis materiis aliquam moram traho; ut nonnulla tamen interspergere studeam (& deinceps, modò pergam in hoc studio, liberalius interspersurus lim) ad Mathesin interiorem attinentia. Accedit quòd aliquibus, qui scientias istas primoribus labiis degustare non contenti sese velint illis altius immergere, totosque se Mathematico gurgite proluere, quíque Le-Ctionibus hisce nostris dignabuntur interesse, temporis aliquid concedendum existimem, dum hac persequimur ¿ Espena, Geometri z se elementis penitius imbuendo, quibus ut non legniter incumbant, vehementer ab iis efflagito; alias impossibile credo fuerit, ex abstrusioribus ittis, imo nec è clarioribus fere enjusvis Mathematicæ disciplinæ documentis quippiam audientibus intelligendum propinare; verum sphingis instar anigmaticis vel oxoleys cujuldam Heracliti, meros griphos edere, densis involvi tenebris videbor. Quod si plerosque scirem Geometricis elementis mediocriter initiatos, possem spero cum aliquo fructu, nec nulla cum vestra voluptate, seu singularum disciplinarum ima fundamenta detegere, regulasque præcipuas demonstrationibus suis munitas exhibere; vel quod scitu perjucundum est, & viros przsertim Academicos decet (qualibus antiquæ sapientia studium, & a fontibus suis discipli-H nas

mea

fuga

bifc

inge

teor

faci

bus

linu

qua

tun

pra

Ma

pro

nei

COL

106

fal

pre

po

fice

lec

ro

int

tis

pa

fa

te

21

V

f

iı

nas imbibere præ cæteris incumbit) veterum Mathematicorum in theoremats suis inveniendis demonstrandisque, adhibitam methodum explorare; vel qui pracipuus est scopus, & summus apex universa Matheseos, generales qualdam methodos faciliori omnifariorum problematum resolutioni, theorematum inventioni, horum & illorum constructioni demonstrationique, conducentes exhibere demonstratas, & illustratas exemplis; quales multas utilissimas & elegantissimas methodos veteribus ignotas, saltemimmemoratas, recentiorum invenit aut protulit industria. (Quales sunt, obiter insinuo, præter novum a Vieta & Cartefio præcipue excultum Analysis modum, cuicunque sere quaftioni folubili parem; methodus indivisibilium Cavallerii, jam antehac sed nunquam fatis laudata; methodus circa maxima & minima, utilis & ipfa quamplurimis problematis promptissime solvendis; variæ regulæ generales tangentium curvas investigandi; modi curvas lineas producendi, ipfarúmque proprietates inveltigandi ex motuum dependeatia, necnon è motuum compositione; modi magnitudinum ordine certo crescentium aut decrescentium series comparandi, necnon inde planorum & folidorum innumerorum mensuras determinandi; regulægenerales pro centris gravitatum expedite reperiendis, in quolibet genere magnitudinum; necnon è deprehensis gravitatum centris ipfarum magnitudinum dimensiones facillime deducendi; cum aliis minoris note plusculis. Quorum aliquid si nunc aggrederer tradere, subvereor ut plurimi mentem mean

m

li-

0-

()-

S,

11-

C.

11-

25

1-

1-

e

11

meam haud penitus affequantur, ex hoc loco fugacia verba proferencis; faltem (ut vobiscum familiariter agam) si liceat aliorum ingenium æffimare de meo; qui me profiteor ita tardum, & minus a Tyrer, ut multo facilius capere posim oculis subjecta fidelibus, quam per infidas aurium cavernulas infinuata. Denique, quo garriendi finemaliquando faciam, quod me spectat ipsum, multum mihi facilius effet, id quod nullo negotio præftare possem, particulares quasdam è Mathematum locuplete penu materias depromere, vel fingulares nonnullas, qualium nemini non ad manum ingens proflat copia, conclusiones demonstrare, quam in hoc Philosophico-Mathematicarum disquisitionum falo fluctuare. Non igitur hac generalia prosequens otio quicquam meo, sed utilitati potius vestra lito; non desiderio meo gratificor, at vesti æ plerorunque, quantum conječiura affequi poffum, voluntati morem gero, facturus id semper, & eò mentis aciem intenturus, ut ingenuis veltris votis, mandatis rectius dixero, pro mea tenuissima virili parte fatisfaciam & obtemperem. Ita caufam dixi, quanquam non citatus, apologiam texui, licet à nemine quod sciam accusatus aut lacessitus; at qu'i mei psum violatæ sidel purgabo, promissique non præstiti, quo me velut obstrinxeram hac in Lectione de proportione disceptaturum? Ita fit, multa spondemus nobis, promittimus aliis que vix implendo fumus: fidem obligatuus facilius quam liberamus. Certe materiam illam cogitatione pererranti, tot se difficultates objectant evolvenda, for quaftiones eventilanda, H 2

tui

pto

on

no

Me

de

ne

mo

m

un ve qu

m ru ſci

cu

ca

de

nı

P

ea

ti

d

q

t

n

a

1

landæ, tot expendendæ diversæ sententiæ, víx ut in hoc exeuntis termini deliquio tantum ingredi pelagus sustineam, quod præ temporis angustiå emoliri & enavigare nequeam. Aliquid tamen forsan eð præludens attingam, & sternam utcunque viam subtilissimæ materiæ enodandæ. Cúmque nihil in hac dixerim ad rem, conabor in duabus quæ supersunt Lectionibus hunc desectum compensare.

LECT. VI.

Magnitudinum attributis postremas consideravimus equalitatem & inzqualitatem, issque quoad in nobis situm erat, genuinas notiones afferuimus. Illas ordine nunc excipere possit ratio vel proportio, quippe que fere nihil est alind, quam ex quantorum comparatione refultans aqualitatis aut inequalitatis determinatio quedam. Cum enim ab zqualitate, quz fimplex est & ut ita dicam unimoda, recedendo poffint inter se comparabilia quanta, generaliter loquendo, modos inaqualitatis infinitos suscipere, singularis alicujus ex his alicujus modi rebus comparatis appropriati determinatio, numeris vel aliis idoneis terminis expressa, dici solet ipsorum proportio; qua nempe significatur an fint zqualia, vel quo certo peculiari pacto fint inzqualia. Hoc tamen pracipuum magnitudinum symptoma, que distinctius & clarius explica-

. CHUI

tum demus, expedire videtur, cum ut, propter symmetriam & asymmetriam proportionum doctrina necessario intervenientes. nobilem illam magnitudinum affectionem Mensurabilitatem priùs exponamus, tum ut de quantorum ad comparationem aptitudine & ineptitudine (hoc est, de ipsorum homogeneitate & heterogeneitate) dispiciamus aliquantillum; quibus bene perspectis, facilius erit de proportionis natura judici-Mensurabilitatem quod attinet, illa vel hoc nomine curiolius meretur expendi, quod ex ea nomen imponatur illi, quæ circa magnitudines occupatur scientiz, reliquorum Mathematum matri ac dominæ; quæ scilicet (etsi Platoni visum est perqua ridiculà nomenclaturà) Geometriz consuevit appellari (ex usu primævo nimirum adscito vocabulo, quia primitus ad tellurem solummodo dimetiendam, ac disterminandos possessionum limites adhibebatur) meliusque quidem Plato latiori substituto nomine uspensio eam appellat, alique post eum mailque eias titulo donant, eò quòd omnigenas magnitudines dimetiendi rationem edocet : quanquam nechi fatis illi proprium aut adaquatum nomen attribuerint, cum hæc scientia non iltam solam magnitudinis affectionem, at nonnullas etiam contempletur alias, quibus ad mensuram pertinens nihil intermisce-Nec enim tantummodo quantæ funt magnitudines dispicit illa, sed quales etiam (hoc est, quâ partium dispositione, quâ figura præditæ funt, num rectæ vel curvæ, planæ velgibbæ, directæ vel inflexæ, rotundæ vel angulatz funt) neque non ubi fitz, quam H 3

mas næ-

itiz,

tan-

præ

ne.

ælu-

riam

que

lua-

efe.

ine tio, ex

ali-12m-

do le-

finis ati

ra, a-

m a-

mag

com

tion

line

quo

ter

tra

qui

aff

la

n

11

determinatam positionem obtinent, investigat atq; demonstrat. Magnitudinum (inquam) species & similitudines æque speculatur, ac ipfarum mensuras & proportiones. Quinimo quoad ipfam praxin, nedum magnitudines inter se metiendo comparare docer, sed & ipsas constituere, describere, transformare; iplarum centra, diametros, tangentes reperire, nullo quantitatis respectu considerato. Unde liquet obiter, quòd Geometria perperam definitur à plerisque, Ars vel scientia metiendi; vel, Scientia magnitudinis quatenus mensurabilu: quas à censore suo traditas alicubi carpens, & corrigere præ se ferens D. Hobbius, nihilo meliorem apponit ipse, sed elaboratius ineptam, & planius codem vitio laborantem; Geometria (inquit) est scientia determinandi magnitudinem rei cusustibet non mensurata, per comparationem ejus cum alia, vel aliu magnizudinibus mensuratis. At vero sciscitor ab his nostræ scientiæ finitoribus: cum rectam lineam vel angulum rectilineum bisecat Geometer; cum è dato faltem puncto perpendicularem excitat aut demittit rectam, cum per datum punctum datz rectz parallelam ducit, aut cum rectam ducit que datam curvam contingat; cum super data recta linea triangulum æquilaterum aut quadratum constituit; cum per tria data puncta circulum describit, aut triangulo dato circulum circumscribit; cum datæ circumferentiæ centrum, vel data conice fectionis focum investigat; cum talia complura peragit, & soiam magnitudinum positionem spectantia problemata refolvit, annon officio fuo probe defungatur Geometra: quas tamen illic maefti-

am)

cip-

imo

sin-

plas

pla-

ire,

nde

de-

di;

4:

&

ilo

n.

n;

11-

e,

is

1-

n

magnitudines, quoad ipfarum quantitatem comparat inter fe, quam ullius mensuræ rationem habet? Nullam prorsus, at solum linearum situm determinat, & punctorum quorundam politionem inquirit. teream quod motus æque pensitat Geometra, quibus figuræ generantur, &c. Inadæquata funt igitur & incongrua definitiones ilta, falsis in prajudiciis fundata. Cognomentum ille, quisquis erat, magis appositum affignavit huic scientiz, qui uspadiale appellandum censuit; scientiam nempe circa magnitudines versantem, quæ ipsarum omnigenas affectiones speculatur; hoc est, inquirit, invenit, demonstrat. Quæ proinde non male describitur à Proclo; Trasind meredar, à Antiator, if coletois merator in Thosar में ८४ वंगीवाड, भी मबीकंग में महारे वंगमां, भी में महा τοίων Θέσεων κινήσεπν. Ita quidem; tametsi minime diffitendum sit in hoc verti magnam hujus scientiz partem, præcipuum ejus usum in hoc consistere, magnitudinum ut quantitates ex comparatione dignoscantur & zstimentur; hocest, ut ipsz quomodocunque mensurentur. Quare non legnem impendemus operam huic magnitudinis affectioni dilucidanda. Igitur primo vocabuli mensura, & ex consequentia 7 mensurare mensurabile, similiumque παρωνύμων ambiguitates & muluonmas evolvere diligentius annitemur, tum quoniam id ex se jucundum sit ac utile pernoscere, tum nè tam ancipitis vocabuli fignificatione varia di-Itracti delusique (quod nonnullis accidit) in errorem prolabamur; tum ut hujus symptomatis que fit precipua notio distinctius ag-H 4 noscamus.

Me

rei

noscamus. Et quidem fi mensurz popularemusum spectemus, vix aliquod occurrat vocabulum ad plures significatus detortum. quod Metaphoricos sensus obtineat crebrius, autaptius admittat. Ut instemus, viro bono recta ratio virtutisque prascriptum, menfura vitz dicitur & morum, Epicureo homini to in, avaro lucellum, ambitioso potentia civilis & gloria; queniam ab his hominibus ad iltas res pleraque confilia, fludia, facta diriguntur & adaptantur; consuetudo vel opinio populi dicitur mensura decori. quoad externas rerum circumstantias; usus communis mensura seu norma sermonis & fignificatûs vocabulorum. Apud Aristotelem alicubi lex describitur mirgor 7 dixalor, quia per quandam cum illa congruentiam quid fit justum declaratur ac deciditur. Apud eundem scientia vocatur mergor 7 messua-Twy, quia per illam justi rerum limites determinantur, quomodo se res habent, quousque tendunt indicatur. Taceo quod mensura μερωνυμικώς ponatur pro iplo judicio, seu

quantitate legitur usurpata. Ut in istis apud Sat. XIV. Juvenalem aureis carminibus;

> Sufficiat censûs, siquis me consulat edam: In quantum stis atque fames & frigora poscunt;

facultate qua rerum quantitas discernitur ac æstimatur, ut à Cicerone, cum ait, Quicquid sub aurium mensuram aliquam cadit, numerus vocatur: hoc est, id cujus auris quantitatem dijudicare potest. Prætereo quoque, quòd persæpe mensura pro definita rei cujusvis

Quantum Epicure tibi parvis suffecit in hortis. Quan-

Top. V1.2.

Met. X. I.

Sat. XIV.

ula-

rrat

um, 1119,

000

len-

mi-

P0ho-

12,

Ido

ri,

lus

å

C-

w,

m ld

2 -

-

r-

1-

C

d

3

Quantum Socratici ceperunt ante penates. Nunquam aliud natura, aliud sapientia dicir. Mensura quæ sensus; hoc elt, quæ præcisa rei familiaris quantitas. -- alibi apud eundem;

- sed que præclara & prospera tanti, Ut rebus latis par fit mensura malorum? Hocelt, ut incommodorum quantitas commodorum modum non excedat? Addo Lucanum:

-fuit bec mensura timoris,

Velle putant quodeunque potest ---Hoc est, tantum extimescebant Romani, quantum videbant Cafarem posse; quia omnia in eos poterat, omnia fibi ab eo metuebant. Non secus accipienda Hesiodi sententia compensare pracipientis beneficia eà lem mensurà; hoc est, eidem quantitate, qui acceperis, vel etiam cumulatione, di mo πο μέτεω κ λώιον. In factis etiam liberis aliquoties mergor hunc habet fenfum; ut, Ως έχας ω εμέρισεν ο Θεός μέτρον πίσεως. hoc est, secundum fidei quam dispensavit Deus quantitatem certam & definitam. Alt minitum fit omnes usu tritas hujus vocis acceptiones tralatitias & improprias percen-Meretur tamen etiam ex iltis una vel altera notabilior utcunque leviter attingi, Mathematica mensura notioni propius accedens, eique nonnihil deserviens illustran-Talis est imprimis illa, qua mensura passim designat justam, debitam, naturæ conformem, aut rationi consentangam cujulque rei quantitatem, quam si vel excedendo transgrediatur, aut deaciendo mon attingat, habetur pro deformi, vitiosa, monstrosa; adeoque

S 11. X.

Luc. III.v. ICO.

lau

ab

UI

pr

be

ul

ir

d

adeóque cujus respectu virtus omnis in materia morali, in naturali pulchritudo, in artificiali decus & utilitas zstimantur. In re morali dico censetur omnis virtus (70 Seóu) cum ex affectuum moderamine quodam, tum ex actuum certa mediocritate, hoc est, ex ipsorum justa debitaque quantitate, per prudentiz, sen recta rationis practica, dictamen indigitata. Paritérque vitium in hujus quantitatis excessu vel desectu consistere videtur, nec aliud esse quam affectuum ac operum aufloia, hocest, exorbitantia quadam, vel abnormitas à stata morum mensu-Quod in hisce virtutis & vitii formam constituit Aristoteles, ignorat nemo: disertissiméque (secus quam aliqui censent) adfentitur Plato hisce verbis; Ti j vo vie usτείε φύσιν ύπερβάλλον ή ύπερβαλλομενον ύπ वैगमाँड, टा ठेंग्राड सेंग्र में टा हिन्नाड, वेंने हम वेंग x & Equer is solves my volucion, in in x diaperson μάλισα nul orte κακοί κ' ά ja Joi · hoc est, Quod mensuræ debitæ vel mediocritatis (78 44reis) naturam excedit, vel ab ea deficit, feu in verbis seu in factis, nonne dicemus id revera bonerum bominum à malis discrimen constituere? Verba sunt To Zive disserentis in dialogo, qui πολιτικός inscribitur; cui Socrates adponit suum paire). Quo referendum illud Hesiodi, Mergov na orv apisov, u mephasin si aleyenn. Mensura in omnibus optima, hoc est omni proposito certus terminus præfigitur, quem non est absque vitio vel culpa Quod & in istis teritur; transilire.

Est modus in rebus, sunt certi denique fines, Quos ultra citra que nequit con festere rectum.

Polit. p.

na-

arre

ÓV)

m ex

·u-

a-

4.

re

ac

P-

u-

m

Quicquid cum hac mensura coincidit, aut ei fatis accedit me reior & Emuelgor dicitur, & in laude ponitur; quicquid discedit ac abludit ab ea, vocatur a uergov & vitio verti folet. Unde passim qui suos affectus, ambitionem prasertim & animolitatem, temperant & bene componunt, appellantur uerein, nec ulla viri politici potior laus habetur. Sed in Ethicam nihil cogitans prolabor; abscedo, tantummodo subjiciam de voluptate cum scientia & ratione comparatis dictum Platonis; Oluci po noovis uev x, weizanas soev Thileb. p. में वर्षी कर महर्पार केंड के प्रकृत के महा विष्ठ है। प्राप्त के मार्थ 405. के हैं में है स्मार्भाता है। यह में ठेर हैं। वं हैं। mole · Voluptate nibil difficilius ad just am men-Suram redigatur, scientia & intellectu nibil facilius intra debitos fines contineri possit. In naturalibus etiam forma seu pulchritudo penes hujulmodi mensuram, hocest, justam quandam magnitudinem, taxatar. Ita qui certam quandam staturam proceritate corporis aut crassitie gigantea superat, aut incongrue gracilis vel curtus est; cujus aliquæ partes protuberant, aut subsidunt immodice; cui quidvis numero vel mole deelt, aut redundat indebite, dicitur auggor, & desorme vel monstrosum existimatur. In artificialibus etiam quadantenus è tali mensura disudicatur to apenor & to outpepor. Nec enim alio fere collineant artes unaquaque, quam ut justam quandam rebus circa quas occupantur quantitatem conferant, destinatis quibusdam ulibus aut apparentiis accommodatam. Unde Plato cunctas artes à meren luns portio- In Politico. nes constituit, & suos ad to met plor conatus dirigere docer, quod affequentes opera fua bona

8

ea

q

bona atque pulchra efficient : To μέτρειον क्यं (४ (वा मर्वा क बंद्र के , में सबते बंगाइ) वं (०४). Iterum, Melenosws wer 28 du men Tromov πάνθ' όποσα έντεχνα μελειλησεν. Ahuc ex. pressids, Anxovon Starpoiner av Tim me pontwho taily diga temporles . En wen miserles duns mopion oumadous Texvas, ono au t αριθμον, κ μήκη, κ βάθη, κ πλάτη, κ ταχυ-मा माड किंड महत्र मार्थ मार्थ महारहान, में में हमहिंग, οπό (αι πρός το μέτριον, κ) το πρέπον, κ τ καιρόν, κι πανθ' όπόσε είς το μέσον απωκίδη and Tiga Tov . hoc elt, Ars dimetiendif vel men-(oria) bijecanda eft boc pacto; ut una pars ejus complectatur omnes artes, qua numeros, longitudines, profunditates, latitudines, & velocitates contendunt inter se; alia verò reliquas, que respiciunt id quod moderatum, decens, opportunum est, & quacung; devitatis extremis ad medium nituntur. Sed de hac acceptione populari modu excessimus. Ei tamen affinem alteram perstringemus: juxta quam mensura designat aliquod statum, communiter agnitum & probatum, fenfibus expositum, aut intellectu comprehensum exemplar, ad quod reliquorum in eo genere quantitates aut valores examinari debent aut solent. Ejusmodi mensura duplex est, naturalis & arbitraria. Arbitraria, quales illæ, quas authoritas publica proponit (vafa, pondera, regulæ) ex conformitate vel congruentia, cum quibus relique mensure jus iuum, nomen, & rationem mensuræ mutuantur; nec aliter mensurz sunt, nisi quatenus cum istis prototypis consentiunt. Mensura verò cujusque rei naturalis est id quod primum & perfectissimum est in illo genere: quomodo divina natura bonitatis & sapientix

PETON

ov J.

07704

er.

177-185

1 7

20-

ov.

No

en-

li.

7-

nt

6-

ď

5.

tiz mensura est, quia Deus primario bonus & sapiens est, durajalo & duro copo . & eatenus aliæ res bonitatis ac sapientiæ participes funt, quatents cum divina bonitate conveniunt, & ei assimulantur. Talem unaquæque res, ex mente Platonis, mensuram habet, idzam sui zternam ac indefectibilem; exemplar nempe quoddam exactissimum, è similitudine vel correspondentia cum quo vera, pulchra, perfecta censetur; & à quo si vel hilum discordet, eousque vitiosa est, turpis, & imperfecta. Certe sub finem Philebi res inter primas & fempiternas 78 μέτρον primo loco digerit; Πάντη (inquit) φή (εις, ω Πρώταρχε, ύπο τε άγγελων πεμπων, κ παρεσι φοάζων, ώς ήθονη κτήμα έκ ές σρώτον, εδί αν δευτερον αλλά πρώτον μέν πη महा महम्मण भी में महम्मण में में मकामान में मकामें कार ज्य प्राचिए त्य प्राप्त प्राप्त प्राप्त निष्य के विशेष संदेशकर qu'ory · hoc est, Pradicabis omnibus, & Protarche, cum aliò nuncios dimittens, tum præsentibus eloquens ipse, quod voluptas sit res nec in primo nec in secundo censu ponenda, sed primum dici circa mensuram, & mensura congruum & opportunum, & quacunque talia sempiternam sortita naturam putare decet. Ubi per ustpor intelligere videtur το αυτόμετρον, primævam cujusque rei idæam : verum in his contero tempus-A popularibus iltis accedamus ad mensuræ fignificatus à Mathematicis frequentatos; qui sanè multiplices quoque funt, & a nobis gradatim exponentur, a latioribus ad strictiores procedendo. Convenit autem aliquatenus his omnibus, quam tradit Aristoteles, mensuræ definitio seu deferiptio; Metpor estr & to more prosone), Met. X.1. Men -

Le

im

ex

for

se :

qu

8

tu

Sp

ci

u

n

Mensard est qua rei quantitas dignoscetur. cum diversimode secundum varios gradus & respectus apprehendatur hac quantitatis cognitio, mensurz consequenter nomen aut latius extenditur, aut arctius restringitur. Et quidem primo, mensura sape ponitur pro re quapiam, qua alterius quantitatem utcunque monstret & notificet; nec alind denotat, quam argumentum certum, feu fignum, indubitatum kormprov aut recumprov alicujus determinata quantitatis. Sic arcus circuli ex angulari puncto ut centro descripti, angulique rettilinei cruribus interceptus. Et in sphæricis, arcus circuli angulari puncto ceu polo descripti, angulique iphærici lateribus interjectus, elt mensura dicti utriusvis anguli rectilinei vel sphærici: quia si per organicam dimensionem, vel aliter quomodocunque dignoscatur illius arcus quantitas (hoc est, que pars sit, aut quam rationem babeat ad integram circuli circumferentiam, velad ejus quadrantem) inde confequenter agnoscetur quantus sit dictus anguins, hoceft, que pars fit, aut quam habeat proportionem ad quatuor angulos rectos, vel ad unum rectum. Nec minus propriè vicifim angulus, in centro vel polo circuli verticem habens, dici poterit arcus circularis mensura, quatenus iste per hypothesin aut discursum agnitam habens ad quatuor rectos proportionem arcus, intercepti rationem indicabit ad totam circumferentiam. (Nam crude non nemo perperámque dicit arcum interceptum effe propriam anguli quantitatem; cum non magis arcus anguli, quam angulus ipfius archs quantitas fit; imo

ı.

At

lus

tis

ut

ir.

ro

it-

e-

15

e

imo non magis hic quam ille menfura fit, vel ex parte rei, vel ex usu communi; cum ipforum quantitates proportionaliter incedentes coordinentur, connectantur necessario, se reciproce prodant & indigitent. Eademque ratione sectores circulares angulorum, & permutatim illorum hi mensuræ nominentur. Porro, hoc modo nedum magnitudo spatii, spatium motus ac temporis; at vicissim quoque motus & tempus spatii, spatium magnitudinis mensuræ dicuntur; quatenus à spatio prius agnito magnitudinis ipsum occupantis quantitas innotescat; a motu vel tempore prædeterminatis spatii percursi quantitas indicetur. Ut fi sciatur quantum temporis effuxerit ab ortu Solis, indè colligamus quantam interea paralleli sui peripheriam Sol pervaserit. Quam in mensuratione spatii, temporis, & motis permutationem exerte notavit Aristoteles; "Ου μόνον (inquit) τω κίνησην πο χρόνω με- Phys.IV. τρέμεν, άλλα κ τη κινήσει τ χρόνον, διά το 18. ορίζει άπ' άλληλων · μετρέμεν το μέγεθ 9 דו אוציושנו, אל יוש אוניחסוי דע עבקל שנו י חסאnlw 20 paus v The odov, av i in mopela monni, κ) ταυτίω πολλίω, αν ή οδός ή πολλή, κ) τ xpovor de n nivnos, no the nivnor de o xpoy . Ad hæc, ut exempla congeramus, teli vel lapidis jactus juxta modum hunc, licet imperfectius, mensura sit spatii; quatenus si notæsint, per antecedens experimentum, projicientis vires, inde sciatur quantum inter ejus stationem & missilis casum protendatur intervalli. Imò cum unaquaque res, agens quodvis naturale, definitam habeat activitatis suz spharam, potest aliquatenus

ac

cu

te

C

T

n

quatehus tale quidvis mensuræ desungi offi: cio. Cum videlicet ignis ad certum intervallum calefaciendi vim exerat, ultra nil efficere sentiatur; flosculus; aut odoratum quodvis, aliquousque motivos olfactus vapores dispergat, objectum visibile conspiciatur è certa distantia, ad longinquiorem dispareat; vocis fonus percipiatur ab auribus intra præfinitum terminum collocatis, ultra quem insensibilis est; si prius ab experientia fingulari constiterit, quantus fit hujus cujusque sphara (sphara dico adivitatis) radius, inde de istis interstitiis feratur aliquale judicium; hoc est, istarum virium quantitates exploratæ fient spatiorum quodammodo mensura. Ita saltem vulgatum eft, ex zilimato spatio quod designato quo-I bet tempore conficere possit zu av & vir,locorum distantias ab historicis computari; neque non quod ex tempore velificationis ab æquabili vento peracta maris tractus, & portuum interstitia dijudicent nautz. Ex perpendiculi vero suspensi recursibus io-2 govois dinumeratis perquam accurate tempus metiuntur Astronomi. Umbra quoque (quantumvis obscura, tenuis, & ferè nulla res) multis nominibus hujusmodi mensura rationem subit: ejus motus in horologiis sciotericis temporis quantitatem enunciat; ejus in pariete Pasceptæ magnitudo Solis apparentem magnitudinem arguit ; illa demum in Eclipsibus dimetienda vera Solis magnitudini deservit. Ita nulla ferme res non hujesmodi mensura vicem obeat, aut cam amuletur; & (quod pracipue notandum) res genere diversissime sibi mutuo posint

offi:

ter-

nil

um

va-

ia-

DUS

tra

NS.

is)

li-

im 10•

m

0.

0-

i;

ab

7-

e

3

possint esse mensura, juxta latitudinem hujus Aliquanto strictiùs autem seacceptionis. cundo, mensura dicitur id, cujus ex quantitate necessario dependet notitia quantitatis, qua præditum est mensurabile; adeo ut hujus quantitas non aliter, quam ex illa præcognita possit innotescere. Qualis quidem respectu præcedentis jamjam expositæ dici po lit mensura nacuralis, & a priori; quia non adeò desumitur arbitrarie, sed necessario requiritur, & ab ipsa natura suggeritur, ad dimetiendæ rei quantitatem inveltigandam. Ita magnitudo est mensura spatii, quia spatii quantitas aliter comprehendi nequit, quam magnitudinem aliquam realem ei infiltentem dimetiendo, vel utcunque fufficienter æstimando. Spatium verò talis est mensura motus & temporis. Spatium (inquam) abaliquo notabili cum certa velocitate æquabiliter toto mobili decursum est menfura temporis (mediate saltem, motus interventu) nec enim aliter dignosci potest, quantum effluxerit temporis, nisitalis spatii quantitatem altimando. Arcus e.g. circuli aquinoctialis duos inter meridianos per ortivum Solis punctum in horizonte, pérque Solis centrum transeuntes interceptus est mensura naturalis & genuina temporis, ab ortu Solis ad datum instans elapsi. cus in Solis eccentrico, (juxta Ptolemai doctrinam) est talis mensura temporis annui, quod insumptum est, dum Sol istum arcum pertransivit. Similiter velocitatis, quâ fertur uniformiter aliquid mobile, mensura est spatium designato tempore peractum; hinc enim certam conjecturam faciemus, quan-

2.

cur

mit

mil

ma

pla

cor

clu

fim

qu

bei

13

tat

rat

ter

ræ

tit

ne

an

no

fir

in

de

fit

al

q

n

t

(

u

u

quantum spatii permeabit id mobile quoli-

bet alio determinato tempore; nec alio mo.

3.

do quanta fit ista velocitas poterimus expiscari. Sed adhuc strictiori modo, tertio. menfura dicitur id, quod propter eximiany quandam determinationem, aut simplicitatem, aut notabilitatem, aut facillimam comprehensionem, aptissime poterit adhiberiad rerum modos determinandos, aut quantitates inter se comparanda. Ita cum inter duo loca vel puncta defignata protendantur infinite curve vel indirecte lineares orbite. penes quas ipsarum distantiz censeantur. recta tamen linea propter unitatem & fimplicitatem fuam intervallum illud metiri dicitur. Et cum a dato pundo ad datam pofitione rectam lineam innumeræ duci posiint inaquales recta linea, tamen illius ab ea distantiam mensurare dicitur recta perpendicularis, quia fimplex elt & unica. Propter eandem causam distantia rectæ in circulo subtens, vel circuli minoris in sphæra à centro circuli vel sphæræ, penes perpendicularem aftimatur a centro ducta ad fubtensam. vel addicti circuli minoris planum demissa. Paríque ratione distantia rectarum parallelarum à se invicem mensuratur à perpendicutari recta qualibet iis intercepta, distantia verò peripheriarum concentricarum à radii

cujusvis è communi centro trajecti interce-

pra portione taxatur: quia semper l'ac unius est quantitatis. Sic & apud Apollonium in quinto Conicorum, recta linea vertici & puncto in diametro signato interjecta nuncupatur ab ipso (saltem ab Arabe qui libros

iftos interpolavit) menfura; quia nulla fuc-

1:-

10.

1)

10.

אחו

2-

77-

ad

a -

er

ır

2,

r,

t

currit aliorum ramorum quantitati determinandæ simplicior aut major. Non-ablimili fere ratione, quoniam inter superficies maxime fimplex & uniformis ell superficies plana; inter planas vero figuras præcipue comprehensibilis est illa, que rectis lineis includitur; inter rectilineas autem figuras fimplex, unimoda, facilliméque notabilis est quadratum; ideo quadratum dicitur & haberi solet meniura figurarum superficialium, & quoad fieri potelt ad hoc illorum quantitates referuntur. Eadem in solidis elt cubi ratio; ad quem propter ejus manifeltam determinationem, & bene conceptibilem naturæ proprietatem, aliorum felidorum quantitates exiguntur. In angulis vero rectilineis, mensuræ sic acceptæ rationem subic angulus rectus, quia reliquis aliquo pacto notabilior, & peculiari nomine gaudens, & fimplic orem linez infiftentis ad illam, cui infiltit, respectum includere videtur. Ita denique lineas omnes, curvas atque compofitas, ad fimplicisimam omnium rectam lineam révocare conantur Geometræ, ea úmque quantitates ex aliqua, quam ad hanc obtinent, relatione determinare. In aliis quantis eadem observatur ratio. Nam quia cœli (vel ex hypothefi jam receptiore telluris) diurna revolutio motuum maxime conftans, uniformis, & notabilis elt; ideo reliquorum in motuum, temporum, & velocitatum menfuram adfumitur ac adhibetur. Et ad auri (gravissimique corporis, eatenusque p: xfertim determinati, vel ad olei præ cæteris levissimi) quantitatem aliorum ponderum quantitates rediguntur à tatica magistris. I 2 Et

lat

ru

leg

Ve

qu

ter

re

de

ill

ut

175

te

pi

lin

vi

n

q

ta

r

p

la-

Et in alio quovis genere quanti, commodita-

tis gratia, tale quid adiciscitur in mensuram, simplicitate sui vel mobilitate praluttre. Sed ad noffram rem propius quarto. mensura dici solet aliquid ut nobis notius. aut quomodocunque determinatius in medium profertur, assumitur, exponitur hac intentione, ut alia quanta considerationi subjecta cum eo, vel eo mediante inter se secundum quantitatem comparentur; scilicet ut investigetur quoties hoc illa continet, vel in illis continetur, aut utcunque proportionem illa fortiuntur ad hoc, & ex confequentia quomodo referantur ad se mutuò, acita quantitates ipsorum priùs ignotæ & indeterminatæ dignoscantur ac determinentur aliquatenus. Ita pes, palmus, ulna, cubitus, orgya; cyathus, fextarium, modius; reliquæque quarum apud vulgus nomina certam longitudinem aut capacitatem innuunt, magnitudines funt ideo menfuræ, quoniam nota communiter, & ex pacto definita supponitur ipsorum quantitas; unde per comparationem cum istis (ex congruentia vel idoneo discursu) de aliarum ignotarum & indeterminatarum magnitudinum definita quantitate judicetur. Sic & cum chordarum circuli peripheriis subtenfarum quantitas requiritur, aut regularium inscriptarum circulo figurarum latera quanta fint inveniendum proponitur, assumi solet in mensuram circuli

radius, ut linearum omnium in circulo notissima, penitusque determinata, inque partes aliquot aquales, tot quot ex usu visum suerit, divisus supponitur, tum quot ex issis particulis singula chorda, yel singulo cuique

4.

lateri cedere debent, adhib to Geometricorum theorematum fublidio, vel quacunque legitimà ratione exquiritur & computatur. Vel utcunque per aptam ratiocinationem inquiritur æquatio aliqua, quæ dictarum fubtensarum aut laterum ad eisculi radiam relatio notificari vel exprimi possit. Vel denique, si fieri potell, ipsa chorda, seu latus illud quæsitum, actu ducitur & delineatur, utæstimetur ex comparatione sensibili, vel per organicam commensurationem dignoscaturejus ad radium proportio. Vel saltem aliz dux linex exhibentur, quarum proportio fit eadem cum proportione dicta linex ad radium; quarumque proinde quovis modo comperta ratio quafitam rationem indicabit. Etenim variis hisce modis quantitatum dimensio peragatur, & propositæ quantitatis ad nobis cognitam, aut natura determinatam ratio exprimi, & allimari possit. Per numeros scilicet, aut per aquationem aliquam, aut per æstimationem sensibilem, ex ipsis issdem terminis immediate, vel ex aliis analogis ad fenfum expositis; quorum etiam dimensio, idoneis organis explorata, numericam proportionem exhibe-Sed hæc alias pleniùs & distinctiùs explicanda funt. Ut ad exempla redeam: Simili modo, pro dictarum reliquarum figurarum areis, quanta fint, inveniendis, adhibetur quadratum radii vel diametri, ceu megfura quacum conferantur. Neque non fimiliter in corporum regularium lateribus, fuperficiebus, foliditatibus æltimandis & comparandis inter fe, sphæræ cui includi vel in-Eribi poffunt, radius accipitur; & cum eo,

litanfuxluttò.

ius, ediinub-

feicet vel

tioen-

ita er-

aliius, eli-

am na-

10-

22-

10-1e-

in-

e-11-

ım ıli

ru-

is le

1-

qu

ris

qu

po

H

ul

n

vel cum ejus quadrato, vel cum ejus cubo contenduntur ifta, quo reperiatur, & in cenfum reponatureorum mutua proportio. Sic & communiter ab Altronomis altrorum veras inter le diffantias, & veras magnitudines indagantibus adhibetur terræ femidiameter, ut communis mensura quædam, ad quam illarum quantitates exigantur. Ut cum Luna tot femidiametris terreltribus à telluris centro dillare, diameter ejus tot ejusdem semidiametri partes aliquotas exxquare perhibetur. Paríque modo de reliquis. Neque quod notandum obiter prosequentibus, refert omnino in hac acceptione mensuræ, utrum magnitudo mensuræ vicem sustinens fit major an minor illa, que mensuratur: ut in suprapositis exemplis radius minor est chorda graduum 120, vel latere trianguli regularis circulo inscripti, sed major chordi graduum 36. vel latere decagoni, itidem circulo inscripti. Et semidiameter terræ major elt semidiametro Lunæ, sed Lunæ distantia longe minor. Item affumpto passu Geometrico, per eam aque comparando dignoscatur, quanta sit longitudo pedalem xquans, ac alia major stadio vel miliari par. Ut neque respicitur hic utrum collata quanta taliter inter se, vel ad expositam afficiantur mensuram, ut ipsorum proportio numeris exprimi posit; hoc enim modo magnitudines omnes (licet ipsarum quarundam proportio sit in numeris inestabilis) sunt inter se commensurabiles; hoc elt, ipsarum una defignari poterit, ad quam aliarum quantitares referantur, atque per eam mensurentur. Ut radii ad chordam graduum 90, vel latus quacubo

cen-

Sic

ve-

udi-

dia-

ad

Ut

Sa

jus-

ua.

uis.

iti-

ifii.

sti-

ra-

ni.

ri-

or

ti-

er.

12

Tu

i.

m

r.

r

is

quadrati circulo inscripti, ratio nullis numeris explicari potest præcise, tamen hujus quantitas cum illius quantitate comparari potelt, & eatenus illæ commensurantur. Hxc, inquam, adnoto propter illam qux subsequitur, Mathematicis peculiarem, & in usu frequentissimo positam acceptionem mensura, juxta quam quintò, mensura strictiùs accipitur pro magnitu'ine, que aliam aliquoties sumpta constituit & componit; vel quæ ab alia aliquoties sublata nihil linquit residui, sed eam penitus exhaurit. Per aliquoties intelligendum semel, aut aliquot vicibus, secundum unitatem, aut aliquem determinatum numerum; unde constat quod mensura sic accepta nunquam excedet rem mensuratam, at vel æquatur ei, vel ejus pars est, quæ dici solet aliquota, hocest, quæ aliquoties; juxta numerum quemvis, repetita totum componit; vel qualium aliquot totum constituunt & adæquant; vel quæ vicibus aliquot abstracta nihil e toto relinquit. pes est mensura passus Geometrici, passus ille stadii, stadius milliaris & leucz, quia pes quinquies acceptus passum Geometricum efficit, quinquies eum subductus perimit. Passus verò centies vigesies quinquies acceptus stadium, stadius octies sumptus complet miliare. Sic & minutus horam, hora diem, dies mensem civilem, mensis civilis annum civilem metiuntur. At non hoc modo dies mensem, aut annum naturalem; nec mensis annum naturalem mensurant. Quia dies 365 deficiunt ab anno naturali, 366 eum exuperant : paritérque de reliquis. Hoc autem modo semper in elementis intelligun tur

5.

linei

lis, a

(inq

fura

qui

cet,

pro

tell

fyn

Ut

da

cat

nic fu

m

tur mensurx, esque maparo una vocabula: (licet ifthic, quod non nemini mirum videtur, nulla prollet mensurz definitio) ut cum initio V. elementi definitur pars (aliquota) Megel D megeles, to Exactor to mescoro, o Tuv na laue n' to ues lov. Mignitudo magnitudinu, minor majorus, pars est, quum majorem ip a demeriatur. Hoc est, cum aliquoties accepta totum fic exhaurit, ut plane nihil supersit. Id enim ibi designat na aus en, demensurare, vel penitus emetiri. Ut & fimplex usleeiv idem denotat passim; & clarislime initio decimi, ubi definiuntur magnirudines commensurabiles, (ou mus pa mezé In) τα πο αυτώ μέτζω μερονμένα. hoc elt, Quarum utramq; eadem quædam magnitudo aliquoties sumpta constituat, aliquoties adempta tollat. Semper, inquam, per uérenov innuitur perfecta divisio, vel subtractio talis, simplex an multiplex. cui nullum supersit residuum. Ita quoque vocabulum hocusurpare videtur Philosophus, itta proferens verba; Hapa 20 to me pay edev alano παρεμφαίνε) το μερέμενον, αλλ ή πλοωμέ-Too, To Shor . hoc elt. Præter mensuram aliquoties acceptam nibil insuper videtur esse totum quod mensuretur. Unam adhuc ftrictiffimam acceptiunculam suppeditat Aristoteles in Met. X.1. Metaphyficis, juxta quam mensura designat id quod in unoquoque genere primum, minimum, ad fenfum indivisibile (vel in usu minime divisum) aliorum dignoscendæ quantitati consuevit adhiberi. Quomodo nimi-14m in numeris unitas, in ponderibus granum, in temporibus minutum, in nummis

λεπτον, in sonorum intervallis diesis, in

lineis

Fby .IV. 20.

lineis pollex (apud Græcos longitudo pedalis, adtestante Philosopho, en rais y gaupais
(inquit) x gwr) ws à roup ra roolaia) mensuræ sunt ral ezoxlw. Verum hæc persequi non vacat. Ut neque jam attexere licet, quænam e distis præcipua sit, & maxime
propria notio vel acceptio, juxta quam intelligi debet quod præ manibus habemus
symptoma magnitudinis, Mensurabilitas.
Ut & alia complura filentio jam comprimenda sunt. Tempus enim monet ut receptui
canam, & vereor ne quis præ cæteris ingeniosus obvio me diasyrmo seriat, & de mensura sermocinantem asserat ad sermonis
mensuram param attendisse.

13

LECT. VII.

Ostremà Lectione diversas usu tritas vocabuli mensuræ acceptiones haud indiligenter exponere conati sumus. Eque dictis facile liqueat, quot accipiantur modis vocabula paronyma. Mensurare, Mensurabile, &c. quot enim modis mensura, totidem illa sumantur respective. Restat ut juxta quem præcipuè modum, quod præ manibus est symptoma magnitudinis, Mensurabilitas, intelligi debet, & quæ sit ejus primaria notio despiciamus. Ad hoc ex iis duo modi Ma thematicis familiares, à nobis potissimum confiderandi sunt, cautéque distinguendi, ad quos omnes alii referantur. Primus latior elt, at maxime proprius, à quo nempe Geometria,

tur mensurx, esque mapari umy vocabula;

line lis. a (ing fura qui cet, pro tell fi n Ut da ca ni fu

11

Le

Fby .IV. 20.

(licet ifthic, quod non nemini mirum videtur, nulla prollet mensurz definitio) ut cum initio V. elementi definitur pars (aliquota) Merel D mereles, to Exavor to melor O, oran na laus n to mescov. Mignitudo magnitudinu, minor majoris, pars eft, quum majorem ip a demeriatur. Hoc est, cum aliquoties accepta totum fic exhaurit, ut plane nihil su-Id erim ibi defignat xalaus en, demensurare, vel penitus emetiri. Ut & fimplex useiv idem denotat passim; & clarislime initio decimi, ubi definiuntur magnirudines commensurabiles, (ou mus pa mezeda) τα πο αυτώ μετεω μερονμενα hoc elt, Quarum utramq; eadem quædam magnitudo aliquoties sumpta constituat, aliquoties adempta tollat. Semper, inquam, per uéronav innuitur perfecta divisio, vel subtractio talis, simplex an multiplex. cui nullum supersit residuum. Ita quoque vocabulum hocusurpare videtur Philosophus, itta proserens verba; Παρά οδ το με ρεν εδεν άλλο παρεμφαίνε) το μερέμενον, άλλ ѝ πλοω με-Tod, To odor · hoc elt. Præter mensuram aliquoties acceptam nibil insuper vidétur ese totum quod mensuretur. Unam adhuc ftrictifimam acceptiunculam suppeditat Aristoteles in Met. X.1. Metaphysicis, juxta quam mensura designat id quod in unoquoque genere primum, minimum, ad fensum indivisibile (vel in usu minime divisum) aliorum dignoscendæ quantitati consuevit adhiberi. Quomodo nimi-1 um in numeris unitas, in ponderibus granum, in temporibus minutum, in nummis το λεπτον, in sonorum intervallis diesis, in lineis

Lect.VII. Mathematica.

a;

e.

m

a)

11-

m

u-

v,

1i-

1)

1-

n

0

lineis pollex (apud Græcos longitudo pedalis, adtestante Philosopho, en rais yeaupulis
(inquit) xewr) wis aroup ra modaia) mensuræ sunt na esta verum hæc persequi non vacat. Ut neque jam attexere licet, quænam e distis præcipua sit, & maxime
propria notio vel acceptio, juxta quam intelligi debet quod præ manibus habemus
si mptoma magnitudinis, Mensurabilitas.
Ut & alia complura silentio jam comprimenda sunt. Tempus enim monet ut receptui
canam, & vereor ne quis præ cæteris ingeniosus obvio me diasyrmo seriat, & de mensura sermocinantem asserat ad sermonis
mensuram param attendisse.

LECT. VII.

Ostremà Lectione diversas usu tritas vocabuli mensuræ acceptiones haud indiligenter exponere conati sumus. Eque dictis facile liqueat, quot accipiantur modis vocabula paronyma. Mensurare, Mensurabile, &c. quot enim modis mensura, totidem illa sumantur respective. Restat ut juxta quem præcipuè modum, quod præ manibus est symptoma magnitudinis, Mensurabilitas, intelligi debet, & quæ sit ejus primaria notio despiciamus. Ad hoc ex iis duo modi Ma thematicis familiares, à nobis potissimum confiderandi sunt, cautéque distinguendi, ad quos omnes alii referantur, Primus latior eit, at maxime proprius, à quo nempe Geometria,

qu

ti

Ju

ri

CI

f

metria, ficut oftendemus, nomen desumplit, & quem ex officio suo pracipue respicit: juxta quem menfurare fignificat alicujus magnitudinis quanticatem notificare vel determinare, respectu magnitudinis alterius ho. mogenex, nobis utcunque mugis notx, vel utcunque determinatz, declarando scilicet, exhibendo, repræsentando numeris, autalio modo comprehenfibili proportionem ejus cum hoc; fignificando nempe quota pars illa tit hujus, vel quomodo multiplex, quove pa. Eto fit inequalis, quanto excedat, aut quo. usque deficiat, vel adfimili quopiam modo. E.g. proposità quavis longitudine, nobis hadenus ignota, fi quovis modo (seu operationem organicam, seu per mentale ratiocini. um, legitimis hypothesibus, aut pr rdemonstratis conclusionibus innixum) si quovis, inquam, rationi consentaneo pacto reperiamus que fit ejus ad exposiram quamvis, a nobis bene comprehensam (puta pedalem) longitudinem in quantitate relatio, quoties illam continet, aut continetur in ea, quanto semel aut aliquoties accepta superat illam, vel ab illa deficiat; num habet se ad illam, ficut numerus quispiam ad alium; vel ficut aliqua recta linea, quam exhibere possum ad aliam, quam etiam possum efficere; vel ut radix alicujus aquationis, que analytica fubriatur egufu es, & per artem quomo doconque resolvi possit; tunc eam mensurare Qualis rectarum dicamur longitudinem. longitudinum dimensio nuncupatur unxous Tria vel en Superpia (hybridis autem subinde vocabulis, Longimetria & Altimetria). militer proposita quavis figura plana; cum quz

que fit ejus ad exhibitam aliam figuram planam, pedem videlicet quadratum, proportio colligimus, & numeris aut alio modo repræsentamus, illam habemur dimensi; cujulmodi planorum dimensio dicetur eumele-Merpia, vulgo barbaréque Planimetria. Pari ratione, cum folidum aliquod cum pede cubico, vel cum tanto talique cvlindro, vel cum alio probe cognito quovis corpore conferentes, ejus ad hanc rationem expilcamur, SEPEQUETER'S dicimur. Item, ejulmodi comparatio laterum & angulorum alieujus trianguli, per quam è notis in eo quibusdam lateribus aut angulis aliorum angulorum ad rectum angulum ratio, vel aliorum laterum ad unum delignatum, & aliunde notum proportio comperiatur, appellatur Trigonome. Cumque peripheriam inter & diametrum circuli (nec non inter aream circularem, & diametri quadratum) quænam intercidat proportio, quoad possumus exacte conamur definire, tunc operam damus The ku-Quibus ab exemplis, in id con-KAOUSTRIA. sulto prolatis, illud constat quod dixi, mensurationis hanc maxime genuinam & primariam esse notionem, cum circa illam præcipuz Mathelecs partes potifimum occupentur. & ab ea consequenter denominationem Unde penes hanc censeridebet accipiant. affectio magnitudinis, disquisitioni nostre subjecta, quam, mensurabilitatem appellamus (Grace perprat magis ambiguo, & cum actu potentiam confundente vocabulo) que nihil denotat aliu I, quam magnitudinem cum aliis ejustem generis magnitudinibus comparari poffe, fic ut ejus, alioquin ignotæ

plit, cit; ma-

hovel cet.

alio ejus illa

pa-

ha-

ini.

inriano-

lon-

nto

am,

icut 1 ad

ica

doare

um

nde Ci

Siùm uz

ad

liq

14!

de

nile

C

notz & indeterminatz, quantitas ex relatione, quam ad illas aliquam fortitur, utcunque dignosci possit & determinari. Hoc enim omnicunque magnitudini connatum & effentialiter connexum est, quatenus omnis magnitudo cuivis alteri magnitudini homoge. nex (linea linex, superficies superficiei, solidum folido) necessario vel aqualis est, vel inaqualis aliquo certo modo, qui modus ex parte rei noscibilis est & determinabilis ex fe, tametsi persepe difficulter acquiratur ejus notitia, nec interdum ullo modo queat à nobis accurate comprehendi. Nec soli magnitudini convenit hac affectio, sed (quale quid in aliis affectionibus sigillatim oftendimus) etiam aliis quibuscunque quantis (motibus, temporibus, velocitatibus, ponderibus) araxonus & suo modo; quatenus ipsorum mutua proportio determinari, exhiberi, exprimi potelt, adeóque quantitas unius ex relatione quam habet ad notam alterius quantitatem indicari. Tempus e.g. metimur, quum ostendimus illud tot diebus, horis, minutis aquari, velad notum aliud tempus sic habere, sicut ista recta linea, vel ista circuli peripheria ad hanc, quarum scilicet inter se proportionem cognoscimus: velocitatem, quando commonstramus in tempore talem habente proportionem ad aliquod aliunde notum tempus, spatium respectu spatii cogniti tantum peragi; hoc est, ipsam ad notam velocitatem habere proportionem cognitam. Pondus denique mensuramus, cum perspectum habemus, quantam comperragravitatis magnitudinem elevare poterit autfultinere, hocelt, quam rationem habet

ad

10-

ne

m

n-

2.

e.

X

ad aliud cognitum pondus. Paritérque reliquis in quantis sese res habet. Sed ut hujus symptomatis adhuc dilucidius innotescat, de talis mensuræ proprietatibus quibusdam, & de magnitudines dimetiendi modo nonnulla subjungemus. Prima mensura, qualem jam innuimus, proprietas est, ut sit homogenea rei mensurata; hocest, ut cum ea secundum congruentiam & discongruentiam, aqualitatem & inaqualitatem, excesfum & defectum, additionem atque subductionem, juxta rationem denique seu proportionem comparari possit; linea nempe linea, superficies superficiei, corpus solidum corporis, tempus temporis, velocitas velocitatis, pondus ponderis mensura potest esse; sed linea superficiei, superficies corporis, magnitudo temporis, tempus ponderis menfurz nequeunt effe, secundum hanc accuratiorem menfuræ acceptionem. Laxior illa quidem & axuporep or antehac satis declarata mensura notio, juxta quam quicquid alterius arguit, indicat, aut quomodocunque notificat quantitatem eam mensurare dicitur, etiam heterogeneis quantis competere potelt, istisque non raro tribuitur & applicatur à Mathematicis: eóque modo linea temporis, superficies velocitatis, corpus ponderis; reciprocéque tempus lineæ, velocitas superficiei, pondus corporis mensura nuncupari postunt ac solent. Attamen solicità circumspectione distinguendæ sunt acceptiones istæ, ne cum D. Hobbio (distinctionem istam, seu ambiguitarem hujusce vocabuli, non observante, vel minus expendente) multiplices in labyrinthos difficultatum ac errorum improvisò ruamus.

L

pro

quar

inqu tillù

iffet

ditti

disc

is 8

Inte

mad

ror

fub

tor

TC

dit

am

on

te

in

pi

EI

fa

h

Y

Quales funt, quod linea ad temruamus. pus (parique ratione superficies ad velocitatem, folida magnitudo ad pondus) proportionem habent : (quia nempe linea tempus, superficies velocitatem, magnitudo solida pondus aliquo modo metiuntur). Quòd exdem funt omnium rerum quantitates, vel quod omnium quantitates mutuo funt homogenez; quoniam omnes iistem mensuris, li. neis scilicet & numeris subjiciuntur. Denique qu'id unum quantum cujusvis alterius quantitas fit, linea videlicet temporis, velocitatis, ponderis, imò superficiei & corporis quantitas fit, quia mensuræ vice fungens illorum determinat quantitatem. Quæ abfurditatum portenta non ex alio, quam ex hujus non animadversæ distinctionis fonte promanasse videntur. Quod ut breviter instando commonitremus; cum is fibi præftravisset hanc mensuræ definitionem, mensura est magnitudo magnitudinis, una alterius, quando ipía, vel illius multipla, alteri applicata cum ea coincidit; subnotaffet aute n pritterea, lineam motu transactam appellari subinde mensuram temporis, hinc ei proclive fuit colligere, lineam aliquando temporicoincidere, adeóque tempori aquari, vel inaquale effe, & proinde lineam ac tempus matuam inter se proportionem sortiri, non fecus quam linea proportione refertur ad lineam. At verò, si in animum induxisset cogitare, cum linea dicitur mensura temporis, non stricte sumi mensuram pro quanto, quocum tempus secundum quantitatem comparatur (nedum non pro parte juxta propriam ipfins definitionem aliquora) fed laxins,

pro

m-

a-

ti-

19,

r-

el

)-

pro qualicunque indicio vel argumento quantitatis tempori competentis; ad hoc, inquam, si contigisset illi mentem suam tantillum intendisse, non ita temere commiscuiffet. & confudiffet inter se res toto cœlo disfitas diversasque. Sed hac alibi penitius discutienda sunt, cum de quantis homogeneis & heterogeneis ex composito disferemus. Interim unicum adjiciam huc faciens, animadversione dignum, ideò tantum heterogenea quanta nonnunquam dici altera alterorum mensuras, quoniam homogenearum mensurarum notitiam utcunque quendam E.g. propositus arcus aquafubministrant. toris, horizontem inter & folem in aquatore positum interceptus, mensura temporis diurni præterlapfi propterea dicitur, quoniam aliunde cognitus ipfe per fuam proportionem ad totam aquatoris circumferentiam temporis illius rationem coarguit ad tempus integrum diurnum: hoc est, inservit ejus ad propriam homogeneam menfuram comparationi. Sic & linea decursa velocitatis menfara dicitur eatenus, quatenus innuit que fit hujus ad alteram præconceptam velocitatem ratio. Nec aliter se res habet in aliis improprie dictis mensuris: unde satis liquido patet id quod infinuatum est modo, quodque fit opera pretium considerare, reliquas expositas mensura acceptiones hanc respicere, vel ab hac defumi. Porro secundo, altera mensura, qualem jam persequimur, proprietas est, & adillius rationem requiritur, ut quantitatem ipfa determinatam habeat, hoc est unicam, eandem. certam, fibi confrantem & invariatam quantitatem; ut fit.

2.

net

fio

elli

fx

pr

ult

rit

ur

m

q

Met. X.I.

fit, quod in Metaphyficis innuit Ariftoteles, Er & adai pe for, nullam differentiam aut la. titudinem admittat, all quantitatem habeat immotam, & velut in puncto constitutam. Alioquin per comparationem cum ipfa menfuratærei julta quantitas æltimari non poterit; at non minus adhuc incerta, indeterminata, ignota permanebit. Un le quicquid anceps fignificatu, vel natura varium ett, eatenus mensuræ respuit officium. E.g. pes, pro humani pedis modulo; palmus aut cubitus (itidem humanus) miliare sumptum απολύτως (non adponendo Germanicum, Italicum, Anglicum) & quælibet talia non funt rigidè loquendo mensuræ; quoniam inter Herculis clavigeri, telámque gelfantis arundineum Pygmæi palmum, cubitum, pedem immane quantum versatur discriminis. Nec proinde qui propositam longitudinem bipedalem esse dicit, aliquid eo certum indigitat, nisi quem unum præfinitum pedem intelligat, commonstret explicatius. Et qui duas urbes unius miliaris intervallo disjun-Etas pronunciat, illius distantiæ quantitatem non exprimit, nisi quodnam è prædictis miliare respicit, adfignificet disertius, & indeterminati vocabuli sensum satis restringat. Item si quis longitudinem quandam exaguari dicat distantia solis à centro terrx, nihil dicit, nisi præterea doceat, quam velit dillantiam, apogæam, an perigæam, an mediz longitudinis, an aliam quamvisin Iolaris orbitæ circumferentia fixam ac determinatam. Denique, fiquis rectam lineam parem affirmarit linex recta à centro cujusdam ellipsis ad ejus ambitum prætensa, neuteles,

it la-

beat

itam.

men-

po-

eter.

Juic.

num

E.g.

aut

tum,

non

ntis

pe-

nis.

iem

idi-

in-

qui

un-

ta-

in-

in-

m

r-

m

n, in

e.

e.

neutiquam ex eo poterit istius recta dimensio censeri, quia millies mille tales à centro ellipsis deduci poterunt, longitudine diverfx, & fibi impares recta linex, quamque præreliquis signet ille, nisi subdat aliquam ulteriorem determinationem, constare poterit nemini. Porro notandum, quod non unius sit modi, sed aliquam differentiam admittat hæc determinatio quantitatis, adeóque consequens illam mensuræ ratio nonnihil erit diversa. Nam alia determinatio quodammodo naturalis est & universalis, alia fingularis & prorfus arbitraria. Naturaliter & genericè determinatur id quod certam naturam habet, & semper eodem modo respicit ea quanta cum quibus comparatur, aut quibus dimetiendis inservit; unde habet, quod immediate sit aptum natum eorum proportionibus generaliter determinandis: & consequenter etiam singularibus ipsorum quantitatibus notificandis, modò fingulariter ipsum notum supponatur. Quo pacto circuli radius & latus quadrati naturaliter determinata funt : radius, inquam, circuli taliter determinatur, quoniam limilium arcuum subtensæ, & similiter utcunque positæ quælibet in circulo rectæ lineæ proportionem ad radium eandem habent, & ex relatione ad radium ita quantitate determinantur, ut eo singulariter determinato, semper earum quantitas una fingulariter determinatur. Ut in quocunque circulo, majore nil refert an minore, latus hexagoni radio æquatur, sinus rectus graduum 30 radii dimidius elt, chorda graduum 90 radii potentià dupla est: unde si determinetur & cognoscatur

bu

no

ab

illa

qu

H

qu

no

m

or

tr

de

P

m

P

r

C

noscatur ipsa singularis radii quantitas (hoc est, si sensus æstimationi subdatur, vel numero denominetur alicujus fingularis cognitæ menfuræ) innotescat inde statim dictarum linearum quantitas. Similiter è cognito latere quadrati, excessus diametri supra latus, & aliarum definite positarum in quadrato linearum quantitas facile certoque dignoscatur. Hujusmodi verò determinationes adhibet, & circa tales dimensiones occupatur Geometria theoretica; quæ nempe non tam immediate fingularium magnitudinum quantitates, quam universalium rationes investigat ; è quibus tamen fingularium dimensiones fluunt, vel in iis fundantur. bitrarie vero determinantur illæ mensuræ quæ singularibus dimetiendis quantis applicantur; quæ nempe cum nullam ad id ex fe peculiarem aptitudinem habeant, ex infinitis sui generis aliis ad libitum seliguntur, ex pacto vel inflituto deputantur huic officio metiendi. Qualem obtinent determinationem passus, stadius, arundo, schoenus, alixque que verlantur in usu communi, quasque Geometra practicus adfumit in peculiarium magnitudinum dimensione. Verum non eft quod his fatis à se perspicuis diutius immoremur. Tertia mensuræ proprietas est, ut ejus quantitas fit aliquatenus præcognita, cum enim (juxta definitionem Aristotelicam, uiσεον έπιν ῷ τὸ ποσον μνώσκε)) mensura ratio præsertim exigat, ut quantitatem ignotam declaret, priùs ipsa cognoscatur oportet : siquidem ab ignoto nihil innotescat, ab obscuro nihil illustretur. Advertimus autem quod & quantitatum notitia sit diversimoda: de quibus

3.

II.

hoc

nu-

gni-

rum

la-

us,

ato

ca-

ad-

ur

on

ım

n-

li-

r-

x

1-

e

i-

0

bus primo; una radicalis est, absoluta, prima

notitia, quares sensibus exposita quanta sit ab ipfis immediate discernitur & æltimatur, illam velut intuitu quodam attingendo; neque præterea cum aliis quantis comparando. Hoc modo notum habetur in Geometria quicquid efficere possimus vel exhibere, ignotum verò cujus constructionem ignorault fi proponatur circulus aliquis, Geometris notum est latus inscripti regularis trigoni, tetragoni, pentagoni, hexagoni, decagoni, pentecaidecagoni, omniumque progredientium duplo deinceps ab his numero (vel etiam aliquatenus triplo, quia per Geometriam planam communem bisecari, pérque sectiones conicas utcunque trisecari potest arcus quilibet, vel angulus designatus) fed complurium aliarum regularium figurarum latera funt ignotiora, vixque nullà scientificà ratione possunt exhiberi. Quinetiam hoc modo fingularis expositi circuli peripheria nota dici potest, quia quanta sit utcunque sensu potest apprehendi, tametsi cum recta linea juste comparari nequit, & que fit ejus ad hanc exacta proportio forte nullatenus comprehendi potelt a nobis. Veruntamen ficut recta linea conspectui repræfentata speciem imprimit sui, certumque de se judicium procreat, à quo nota dicitur : ita circuli circumferentia sux quantitatis

nea sui generis lineis, quam peripheria circularis peripheriis circularibus, & aliis quæ ad eas referri possunt lineis dimetiendis approprietur & congruat: Cæterum hoc næ-

idæam insculpit phantafiæ, juxta quam cognita reputetur. Neque forsan magis recta li-

75°0

quo

[ur

arb

Sur!

ad

me

gra

exc

no

vif

ne

na

tot

qu

011

us

pe

dic

tu

Ur

ne

ra

pl.

m

ni

CO

e:

Sc

20

CC

di

do notæ funt, nec alio modo, primitiva quæque mensuræ, ad quas ejusdem generis mensuræ referuntur; quarum quidem quantitatem vix aliter explicare licet, quam ad illas digitum intendendo, déque ipfarum quantitate percunctanti respondendo, tanta est quantam intueris, aut sensu percipis. Unde consectatur, ut hoc mode quidpiam dignoscatur, & prototypæ mensuræ rationem subeat, imprimis exigi, ut a sensu quopiam æstimabilem quantitatem habeat; & proinde cum ut subjiciatur sensui, tum ut mediocrem habeat quantitatem, intra debitos limites ita consistentem, ut sensus in ejus æstimatione non facile decipiatur, hoc est, ut si considerabile quid apponatur ei, vel ab ipsa subtrahatur, non id sensum effugere queat. Quapropter optime notat Ariltoteles, id quod obiter moneri par elt, cæteris paribus minimas sensibiles magnitudines mensuræ vicem obire commodissime: "Οπε एके हैं। विसर्व एमें हों) बेद्दरस्य में महाज्ञ प्रांथ, Toro aupiles to we toov . Ubi nibil adjici potest aut adimi, quin à sensu facile percipiatur & agnoscatur discrimen, id accuratissima fuerit men-Minora verò quanta præsertim talia sunt, quoniam majora faciliùs aucta vel imminuta sensus judicium latent; 'Ano 20 sadis મે જામતારિ, મે તેલે જ μલ્ડિંગ છે મત છે તે તે જા σε θεν k κι άφω ge θεν μάλλον ή ώπο το ελάπο. v G · Astadio vel talento, & universim à quolibet majore magis lateat ablatum aliquod aut adjectum, quam a pede, vel ab obolo, vel a quovis minore deductum, seu ei appositum. Unde concludit Philosophus, 'Aq' & mports x71 rlw 750%,

Met.X. I.

मुक्त, में गर्न कारण में महिश्या के महत्वें, देनया से-Son dia रहरह रह पर रहर (ld à quo primum quoad sensus aftimium nibil abstrabi poteft, menfuram statuunt omnes, & tunc se quantum aliquod arbitrantur cognoscere, quum per hujusmodi mensuram cognoscunt). Saltem hoc nomine sunt ad hoc ineptæ, & ab originalis hujusmodi mensurz, ratione penitus excluduntur omnes grandiusculæ magnitudines; eò quòd illorum differentiz nequeunt omnino, vel non satis exquisite dijudicari a sensu. Nam, ut Optici notant, distantiæ pedes ducenos superantes à visu, sensu longissimè pertingente, discerni nequeunt, & fibi videntur omnes zquari (Luna nempe, Sol, stellæ fixæ, quamvis revera tot milliarum myriadibus aliæ aliis longinquiùs à nobis semotæ, videntur nihilominus omnes intervallo pari distare, ac velut unius cujusda in oculo centrum habentis sphæræ perimetro versari) quin & earum quæ ad dictum intervallum propiùs accedunt, longitudinum differentiæ vix æltimantur a sensu. Unde etiam evenit, quod (propter radiorum nempe visualium longiùs procurrentium veras differentias non animadversas) objecta planities, campestris vel æquorea, videatur affurgere, vel in gibbam superficiem intumescere. Sed de hujusmodi notitia sensibili nimis. Cognoscitur secundo, quantitas ex collatione cum mensura quapiam per sensum exposito modo dijudicata; quando nempe scitur quam in quantitate relationem habet ad istam, quoties eam continet, aut in ea continetur, quanto superat eam, vel exceditur abea. Hoc mo lo nota quanta mensuræ possunt esse dicique, sed mediatæ vel fe-K 3

2.

cenf

fura nun

quo finu

ign

ani gar

aut

qui

TI,

m fis

m

in

el

fu

di

T

secundaria. Magnitudines, inquam, neutiquam sensibus objecta, nec ab iis ullatenus æstimabiles mensuræ rationem bene sustentent, si per dimensionem organicam, vel per legitimum qualecunque ratiocinium reperta fuerit ipsarum ad alias sensu jam æstimatas proportio. Semidiameter e g. telluris, etfi nemini visa, sensusque nostri transcendens æstimium, poterit tamen esse mensura magnitudinum ac distantiarum, quas habent coelestia corpora, modò per idoneas hypothefes, & probum discursum innotuerit, quot ipsa stadios, passus, aut pedes complectitur ac exaquat. Velquod ita se habet ad aliquam ex istis prænotis mensuris primitivis, ut talis exposita recta linea ad aliam rectam lineam exhibitam. Verum adhuc tertio. peculiari ratione notum diciturid, quod numeris exprimitur, ejus relationem denotantibus ad expositum aliquod prius æstimatum quantum (five familiari nobis usu præcipuè cognitum, seu gratis & ex arbitrio sumptum) si nempe concipiatur illud præcognitum quantum vel indivisum, hoc est, unitate defignatum, vel in equales aliquot partes distributum, juxtaque divisionem istam certo quodam numero denominatum, tunc autem reperiatur quis numerus istarum partium aqualium, vel quot ex istis unitatibus, vel quæ pars iftius unitatis conveniat propofito quanto, dicetur inde perfecte notum illud quantum, hoc est, in date mensura partibus notum. Quinimo sepe quantum, alioqui sensibus expositum, & per ipsos æstimabile (vel cujus ad expositam ratio per terminos fensibiles astimetur) nihilominus ignotum cen-

censetur, donec ejus ad statam aliquam menfuram proportio in numeros redigatur, per numeros explicetur. E.g. quamvis in aliis quo circulo ductus fuerit, & oculis objectus finus rectus graduum 30, tamen aliquatenus ignorata reputabitur ejus quantitas, donec animum advertendo, ratiocinandoque colligamus eum adæquari dimidio radii; tunc autem penitissimè comperta censebitur ejus quantitas. Id quod (ignota scilicet haberi, quorum ad solennem & usitatam aliquam mensuram ignoratur in numeris ratio) caufise compluribus oriri videtur. Tum primò, quia judicium sensus magis lubricum & incertum, minusque perspicax & exquisitum eft, quam in numerorum certa proportione fundata quantitatis æstimatio; tum secundò, quia faciliùs & commodius, per numerorum symbola repræsentantur animo, quam reipså sensibus exhibentur quantitates, aut quantitatum rationes: tum tertio, quia senfibiles objecti species magis evanida, fluxa, mutabilis est, quam numerus, qui facillime retinetur in memoria, chartæque commendatur; ubicunque nullis fere mutationibus, accrementis, decrementis obnoxius asservatur. Tum denique quarto, quia numerorum interventu rerum omnium quantitates ad paucas, familiares admodum, ab omnibus, & ex condicto communiter usurpatas mensuras rediguntur. Quas (& fique sunt confimiles) hujusce rei causas (quamobrem scilicet id præcipue notum & penitus exploratum habetur, cujus ad aliquid antea cognitum ratio numeris exprimitur) etsi consideratu non indignas, quoniam ad alia prope-K A ro.

4.

mus. V cogitan Compa cunq; 1 termin merur indag metra trigo

Lect.

pils,

ex a

metr

fit ej

finu Eti.

pote

per

pro

exa

din

titi

cer

fu,

ri.

CI

10

x

n

ro, jam transilio. Singulares hactenus at tigi quantorum notitias; at quartò, notum quodammodo dicitur omne quantum (ficut & determinatum ut supra diximus) cujus generalem naturam utcunque comprehendimus, etsi singularem ejus quantitatem ignoramus, aut non confideramus. Ita scimus quomodo se habet in circulo radius, in quadrato latus, etfi quæ fit hujus aut illius radii circularis, vel lateris quadratici fingularis quantitas nescimus aut negligimus. Quomodo præsertim nota funt illa quanta, quæ aliorum generationi præsternuntur & inserviunt, adeoque generationem consequens omne determinant, indeque natura suggerente mensuræ sibi munus afferunt. Ut si circulus procreatus fupponatur ex revolutione radii, quadratum ex ductu lateris in se, vel ejusce motu recto parallelo; quoniam omnium reliquarum in circulo vel quadrato linearum quantitas atque positio dependent ex radii laterssque quantitate, ac motu tali, proinde primario nota, nec immeritò, censentur ista; suntque primitivæ generales mensuræ, ex comparatione cum quibus, quæ ipforum respectu similem perpetuo determinatum situm obtinent, generali consequenter modo dignoscantur; hoc est, horum ad illa constans proportio sciatur, adeóque quantitas etiam horum fingularis non lateat, ex hypothesi quòd istorum fingularis quantitas innotescat. compertà duorum quantorum proportione, ex uno eorum cognito protinus alterum cognoscetur. De mensuræ proprietatibus hactenus; jam quod in proposita methodo succedit, de mensurandi modis paucula subdemus. mus. Varii funtii, sed nos pracipuos aliquos cogitanti semet objicientes perstringemus. Comparantur inter se homogenea quanta utcunq; ignota & determinata, cum notis & determinatis; hoc est, mensurantur primò, per merum ratiocinium ipforum proportiones indagando. Sic ex radio dato colligit Geometra quantum sit latus inscripti regularis trigoni, demonstrando scilicet è suis principiis, quod sit potentia triplum radii. Sic & ex aliunde prænotis apparente Lunæ diametro, Lunzque distantia ab oculo quanta fit ejus vera diameter, declarat ope canonis sinuum, Geometricis è ratiociniis constru-Eti. Hic modus omnino theoreticus est, utpote quo generalis quantitatum dimenfio perficitur, quam fola ratio potest attingere: proinde modus hic perfectus & ad rigorem Secundo, per folam organicam dimensionem, quæ deservit ignotorum quantitatibus ad certæ mensuræ numeros adducendis; istis præsertim que nequeunt à senfu, commode saltem & satis accurate zstimari. Ita arcus & angulos per quadrantes circulares in gradus & minuta distributas. longitudines autem per regulas & scalas in aquales particulas utcunque divifas metimur. Hic modus circa fola quanta fingularia versatur, & pure mechanicus est, nec ideo plerunque pracifus & accuratus. tius autem modus per discursûs, & organica dimensionis, mentis & manas, conjunctas peragitur operas. Qui quidem practicus elt, & versatur circa ra na 6' exasor, sic tamenut generalium theorematum open adsciscat; unde pede claudicat uno, sed altero

1.

0.

-

Les

quæ

que

pre

dam

refo

acco

scr1

mal

met

Eta

def

tan

qua

nei

Tr

qu

dif

8

pl

ar

te

ti

rectus & certus incedit, heroicumque refert genus quatenus Geometriz regulas adhibet. divinitatem quandam habens, æternæ & indefectibilis veritatis particeps, quatenus autem mechanicam aulspriar defiderat, caducum & mutabile, peccatis & erroribus obnoxium. Hoc modo nedum obvia quaque nobis ob oculos, ante pedes, intra contactum polita, sed & res innumeras manibus intra-Ctabiles, veltigiis nostris impervias, imo senfibus ipsis inaccessas, & vix animo bene comprehensibiles attingimus ac dimetimur; telluris profunditatem & ambitum, astrorum magnitudines & intercapedines, & quicquid cum quantis organicæ dimensioni subditis aliquam sensibiliter finitam proportionem Nam ex mechanice dimensorum ad alia dimensionem excedentia proportione, etiam horum quantitatem, Geometrix subsidio prorsus infallibili ratione perscrutemur licet & pernoscamus. His subjicio modum, juxta quem sciscitantibus quanta sit aliqua magnitudo respondemus, ipsam realiter exhibendo fenfibus æstimandam, aut per dictam organicam dimensionem ad cujusvis mensuræ cognitæ numeros reducendam. si quis interroget quanta sit recta linea à dato puncto circulum propositum contingens, Satisfactum erit quadantenus, Geometrice ducendo rectam istam, & quærentis oculis ostentando. Nam ita vel ipsam intuendo quanta fit discernet, aut ad scalam quamvis examinando quot notæ mensuræ particulis præcise vel præterpropter adæquetur comperiet. Quintus modus est, quo declaretur ignota quantitas per æquationem aliquam,

5.

4.

n-

u-

ub-

le

m

1-

e

que ipsius ad alias notas quantitates utcunque relationem exprimat, adeoque menti przbeat ipsam aliquousque comprehendendam; cujus quidem æquationis artificiefa resolutio juxta regulasquasdam ei proposito accommodatas, & in analytica doctrina prascriptas, dimensionem hanc integre consummabit, quæsitamque quantitatem, seu Geometrice seu Arithmetice, reddet perspe-Ita si detur circuli radius & arcus defignati tangens, quæratúrque quanta sit tangens arcus dupli, repræsentabitur ejus quantitas per talem æquatior= radius. nem: xrr - xaa = 2rra; vel a = tangens data. rr — aa. 2rr :: a. x. Tangens quæsita datidupli arcûs ducta in x, tangens quasita. differentiam quadratorum radii, & notæ tangentis arcûs fimpli æquetur duploquadrato radii ducto in tangentem arcûs fimpli. Vel quod eodem recidit per hunc analogismum; Excessus quadratorum radii & datætangentis se habet ad duplum quadratum radii, ficut data tangens ad tangentem qualitam. Quo theoremate prastantissimus D. Pellius Longomontani tetragonismum refutavit. Item si detur in numeris subtensa cujusvis arcûs, & radius circuli ponatur unitas, & quæratur quanta sit hujus arcûs triplicati subtensa, quantitatem istam hujusmodi declarabit æquatio: Quæsita subtensa tripli arcûs æquabitur triplæ subtensæ dati arcûs subtripli minus ejus cubo; (q=3z-z³; vel qrr= 9 = arcus triplus. 3zrr—z³). Quod theorema con-

ducere posset eidem proposito.

uno

abit

quif

[por

tun

in t

las

figi

fut

8

qu

VC

te

us

Ca

ft

a

uno

licet. Indulgete tamen oro patientiz veffræ pauxillum, alteram mensuræ præcipuam notionem levius attrectanti, sub hac tamen conditione, nè vobis per aliquot abhinc feptimanas iterum fastidio sim; quod si visus ero justo solitóque prolixior, perspicite vel hinc quam ægrè divellar à conspectu consortioque vestro, quamque vobis illibenter valedicam. Altera principalis mensuræ acceptio, juxta quam semper in elementis designat id, quod aliquoties acceptum exactè componit & constituit, vel aliquousque ablatum perimit, & penitus exhaurit rem homogeneam mensuratam, satis antehac ipsa per se luculente descripta est in Lectione præcedente. Quoad hanc autem intellecta mensurabilitas itidem quantis omnibus convenit; siquidem omne quantum (magnitudo quidem πρώτως κι άπλως, reliqua vero quanta enouerws & x71 geory) suo modo menfurabile est secundam hanc notionem, hoc est, divisibile quotvis in partes seu gradus æquales; vel quovis numero denominabile, repræsentabile, explicabile est; prout à Trigonometris radius circuli quantumvis exigui divisus supponitur in centies millenas, vel millies millenas, aut utlibet plures particulas «quales; & tempus quodvis utcunque breviusculum in minuta quotvis Ospertiatur pro computantis arbitrio; & velocitatis ponderísque cujusvis tot gradus supponere licet quot quisque velit. Numerus enim quilibet quanti cujusvis idoneum symbolum est, ei significando comparatum: & ficut numerus quilibet Mathematicus, conilans nimirum unis æqualibus inter se', ab

10

uno toties accepto componitur, ecque toties abstracto exhauritur; hoc est, ab eo exquifite dividitur & mensuratur, ita correspondenter numero quovis expreisum quantum (hoc est, juxta numeri istius exigentiam in tot zquales particulas distributum singulas uni respondentes) à quavis per unum defignata particula mensuratur. Nihil hic subesse difficultatis videtur aut obscuritatis: & hujusmodi mensurz respectu comparata quanta dici folent à Geometris symmetra vel affymmetra, quorum fymptomatum contemplatione nihil in Mathematicis mirabilius est ferè velutilius, quamvis nihil à vulgari Notat Aricaptu conceptuque remotius. stoteles hinc desumpta instantia, quantum admiratio plebis imperitæ discrepet & adversetur sententiæ peritorum atque scientium; siquidem inter ea, ad quæ vulgus potissimum stupet, censetur douppereia dawire (incommensurabilitas diametri cum latere quadrati) Jauunsov 38 21) Souei many, Met.1.2. ยี พ ะห ะหล่ารอง แะกรูลี) · Omnibus, hoc est Tois TONNOis, mirabile videtur, si quid aliquousque magnum non possit admodum exiguâ quâpiam alterius homogenei quanti mensur a exhauriri; contrà verò nibil magis Geometra miraretur, quam si non contingeret boc, xder 38 av Saund CHEV & TWS aving proversinds, ws if yevoilo in Statuelo @- merenin. Plato verò communem hujus passionis ignorantiam patheticè deplorat, quam & vocat peroian n'ai gear Plato VII. avoices en rois av θρώποις πάσι, ridiculam & de Leg.verturpem inscitiam plerorumque omnium bominum sus finema animis insidentem: neque non sibi videri prædicat non tam humanum, quam pecuinum

affectum talia non percipere : To mpi ra Oa

LeE

conve

Juxt

icilio

exce

epta

vero fymi

quai

toru

qual

con

ign

pro

hil

tru

ten

por

mo

gen

ade

Ita

lin

EH

00

G

ta

to

ni

ej

T

q

q

nusu नवंधि हे अयं प्रवास , श्रे हेरी हैं है पाठा 78 रठ 8% ανθρώπινον, αλλ' δεινών πινών εί) μαλλον Besupui Toy. Se denique Gracorum omni. um causa pudore non modico profitetur affectum, quoniam hanc tam obviam quantorum passionem plerique nescirent; & contrario potius errore abducti, magnitudines ejuldem generis omnes inter le commensurabiles existimarent. 'Howledle 3' 82 188 sμαυ в μόνον, αλλα η ίσο απάνων τ Τλ-Alway, &c. De his Igitur adeò mirandis symptomatis tantillum videamus. Quod fymmetriam attinet, penes vulgus, & apud scriptores exotericos aliquando denotat rei cujusque debitam quantitatem, intra cerros naturæ fur congruos fines conflitutam. Ut apud Aristotelem in Nichomachiis, Ta mod n) ra office which n Endflor peropera office रिक्ष में रेशिया, नवे हैं का प्राह्मिक मामा, में कंपहेंस, में owice. Ubi ovinuera bene vertas modica, moderata, conformia, à debitæ quantitatis modulo neutra ex parte, nec excessu necdefectu aberrantia. Plato in Politico, Atule-פסץ ב דבף דם סט עעם סטי, אל אמאסי, אל, דם דבאפטי. x ixavor. Ubi no of une por idem valet, vel Titine est and pulchro, perfecto, idoneo; quod ejus declarat acceptionem. Sæpiùs autem apud eosdem symmetria rei variis ex partibus compositæ, decoram & aptamin partibus congruentiam, seu conformitatem inter se mutuam designat; in qua præcipuè con-

symmetria spectatur, & à Vitruvio sic destrictur. 1.2 nitur; Symmetria est ex issus operis membris

fiffit pulchritudo rerum & elegantia: qua-

propter in Architeaura talis potissimum

60%-

Eth. II. 2.

1.

f-

conveniens confensus, ex partibusque separatis ad universæ figuræ speciem, rata partis responses. Juxta quas acceptiones, ex contrariorum ingenio, fatis liquet quid fit alymmetria, rei fcilicet enormis, immodica, discongruens, excessiva vel desectuosa quantitas; vel inepta & indecora partium aggregatio. Hisce verò tralatitiis fignificationibus obmissis, symmetria secundo, nonnunquam denotat quamvis magnitudinum (aut aliorum quantorum) comparabilitatem inter fe, quoad quantitatem, hoc nempe secundum alteram latiorem acceptionem 78 mensurare, pro comparare rerum quantitates inter fe, vel ignotæ quantitatis ad notam inveltigare proportionem. Quomodo symmetrum nihil est aliud quam homogeneum, & asymmetrum prorsus idem cum heterogeneo; quatenus ejusdem generis omnia quanta proportionem habent inter fe, adeoque funt hoc modo commenfurabilia; quanta verò diverfi generis nullam ad fe mutuo rationem habent, adeóque nullatenus commensurari queunt. Ita linea cuncta ou pulleon funt interfe, fed linea respectu superficiei vel corporis, respe-Etuque temporis, velocitatis, & ponderis, eouuel Geft. Verum communiter apud Geometras firictius dicuntur σύμμε ρα quanta, quæ ab eodem quolibet homogeneo quanto mensurari; hoc est, persecle dividi, sicut nibil superfit residui, pérque subtractionem ejus (five factam semel, seu quotiescunque repetitam) penitus exhauriri queunt: vel, quorum idem quantum est pars aliquota nonnulla: vel, quæ se habent sicut numerus aliquis ad alium generis numerum (unitatem adfcribendo

2.

3.

ple

qui

ma

fue

taf

tur

vat

inc

inv

bil

en

tit

8

ma

in

de

ha

in

no

fu

aff

qu

(n

VC

20

fe

P

0

fe

11

r

t

u

11

t

scribendo numeris). Quomodo nimirum uncia, pes, & passus, funt symmetræ lineæ, quoniam uncia semel accepta seipsa, duodecies accepta pedem, sexagesies accepta passum constituit: vel toties ablata dividit, ut nihil remaneat; vel quoniamse habent ha longitudines ut nu. meri 1,12,60. Sic in ponderibus marca & libra funt commensurabiles, quoniam tertia pars folidi metitur utrumque, nempe quadragies accepta marcam, fexagies sumpta libram efficit; vel quia sunt ut 2 & 3, in temporibus cyclus Solis cyclo Lunæ commensurabilis est, quoniam se habent ut 28 ad 19, & annus unus utrumque demetitur. Alt hac fatis Alymmetra verò quanta perspicua sunt. funt, quorum omnino nulla reperiri potelt, imò nulla datur in rerum natura quantumlibet minima communis mensura, quæ nempe toties accepta compleat hoc, toties illud; toties & toties, juxta quoslibet numeros, ablata complete dividat utrumque, sic ut nihil relinquatur; quæ non se habent ut ullus quicunque numerus ad alium quemcunque; nullam habent proportionem numeris ullis, integris aut fractis, explicabilem: quorum proinde si quod unum numero exprimatur aliquo, reliquum prorsus inesfabile erit. Cujus affectionis celeberrimum & pervulgatissimum exemplum præstant latus & diameter quadrati, que sic afficiuntur inter se, ut nulla quamcunque proxime ad atomum accedens lineola metiatur utrumque. millies millesima pars unius, puta lateris, applicetur alteri, nempe diametro, vel auferatur ab ea quoties fieri potest, semper ad extremum restabit aliquid, & nunquam completa am

pta it;

at;

nu.

ora

ars

ies

am

bus

eft,

nus

itis

nta

elt,

nli-

ape

ud;

ab.

ihil

llus

ue;

llis,

um

tur

Cu-

iffi-

ter

ut

ac.

t si

ris,

ife-

ad

om-

leta

Lo

pleta fiet congruentia vel divisio. Et hoc quidem est illud mirabile symptoma quod humanum pene captum superat, & horum infuetos merito torquet; id quod adhuc fortaffe mirabilius videatur, modò perpendantur una vel altera, quam subjiciemus, obser-Primo, quod fi proponantur incommensurabilia duo quanta A, B, possit inveniri quantum alterutri A commensurabile qualibet in proximitate ad B, vel differens à B minus quam affignabili quavis quantitate (id quod facillime demonstrari potest, & consectatur, ni male commemini, è lemmatio quodam, quod habetur demonstratum in libro tertio sphæricorum Theodosii). Un- vide cade patet illud quicquid elt, à quo quantorum valler. Exhæc incommensurabilitas exurgit, vel quo erc. p. 5268 incommensurabile quantum exsuperat, vel non attingit aliud exposito quanto commenfurabile, fore infinite parvum, minus quovis assignabili, vel per animum comprehensibili quanto. Quod & ex radicum extractione (numerorum scilicet irrationabilium quos vocant) est pariter manifestum: isthic enim ad verum quælitæ radicis valorem propiùs semper & propiùs acceditur, ad infinitum progrediendo, nunquam tamen justus valor obtineri poterit; hoc a Eio Savuasov, præfertim cum secundo, non solum simpliciter incommensurabilia funt quanta; sed & plures (fortaffis infinitos) incommensurabilitatis quali gradus videntur admittere; ut unum nempe quantum respectu quanti cujusvis expositi magis alio à commensurabilitate procul elongetur. Et aliud magishoc, & fic porro deinceps, donec extremum aliquod

2:

quod à primo velut infinito distet intervallo. Notavit & solvewis quasdam lineas cum exposita quapiam nedum longitudine, sed quod magis est etiam potentià incommensurabiles effe; atqui nonnullarum etiam quadratiquadrata cum expositæ quadriquadra. to, & quavis harum potestates superiores cum illius potestatibus respective coordina. Unde fi cujus tis incommensurabiles sunt. potestas velut infinite ab unitate distito numero denominata fit exposita respective co. ordinatæ potestati incommensurabilis, illa videtur expositæ respectu gradus incommensurabilitatis velut infinitos sortiri. modo se res habere videtur in circuli circumferentia respectu radii. Nam inscripti quadrati latus est longitudine radio incommenfurabile, & proinde quadrati ambitus est radio incommensurabilis. Octogoni verò inscripti quadratum est incommensurabile radii quadrato, & proinde quadratum octogonalis perimetri est incommensurabile quadrato radii; neque non ita continuò regufarium inscriptorum circulo polygonorum ambitus potestates habent superiores coordimatis radii potestatibus incommensurabiles, unde polygonum horum ultimum, hoc est, ipse circulus, videtur habere perimetrum infinitis gradibus incommensurabilem cum Quod fi verum fuerit, actum erit de circuli tetragonismo, cum ratio circumferentiæ ad radium inde fit ex natura rei penitus inexplicabilis; adeóque problema illud, talis rationis ethinory desiderans, solutu sit impossibile, vel eo potius ipso solvatur, quod impossibile deprehenditur. Siquidem duo-

quò fimi plic mer hun elt f elt i inte tero mod tres relic nes : fe re tis, folic nam duo:

onal

duo

ceps

Und

rate

mili

diur

duc

offe

feq

Sed

evo

fivi

mai

duc

neb

met

S

10

1.

1

n

i-

5,

m

le

e-

2-

1-

u

r,

m

duobus punctis resolvitur problema, vel oftendendo quale fit & quomodo fiat quod fequiritur, vel indicando quod fieri nequit. Sed hoc tantum mysterium tribus verbis evolvi nequit; si tempus & opportunitas fiviffent, plura faltem huic explananda firmandaque conjectura conatus essem producere. Denique, ne sim ultra tædio, monebo præter hæt tantum, præcipuam afymmetriz rationem in hoc videri fundatam : quod cum inter duos numeros planos fibi fimiles (hoc est, qui procreantur ex multiplicatione numerorum inter se proportionalium) semper inveniri posit medius numerus proportionalis (quippe productus è humeris planis similibus in se multiplicatis est semper numerus quadratus, cujus radix elt iste numerus proportione medius), item inter folidos duos fimiles numeros femper interceduat duo medii proportionales: & pari mode dues inter fimiles planoplanos dantur tres proportione medii, ac ita porro quoad reliquas ulteriores imaginarias dimenhones; cum, inquam, in similibus numeris ita fe res habet, idque demonstretur in Elementis, omnino secus accidit in numeris planis, folidis, planoplanis, & reliquis distimilibus : nam ex parte rei nullus datur inter planos duos distimiles numeros medius propoportionalis numerus; nec inter folidos dissimiles duo, nec inter planoplanos tres, ac ita deinceps; id quod etiam ibidem oftenditur. Unde si duo quanta ponantur habere se in ratione duorum numerorum planorum diffimilium, & hec inter quanta reperiatur medium proportionale, quod perpetuo fieri PO-

potest ob indefinitam enjusque quanti divifibilitatem, nullus extabit numerus in universa rerum natura, qui repræsentet hoc quantum, aut ei respondeat, & consequenter hoc, illis primo politis, pérque numeros expressis, aov y de poy erit. Eodem discursu, si inter duo quanta distimilibus numeris solidis expressa duo reperiantur quanta proportione media (quod & rei natura patietur fieri) nullum tota, quanta quanta, est numero. rum series suppeditabit hisce repræsentandisidoneum numerum; adeóque hac respe-Etu quantorum expolitorum ineffabilia prorfus erunt, & incommensurabilia. Unde patet in transcurfu, quod numerorum quam aliorum quorumcunque quantorum infinities reltrict or, & quali pauperior fit natura; paucissimis enim, comparate loquendo, quantorum proportionibus exprimendis sufficiunt, aut inservire valent, numeri rationales seu vulgares: necaliter plerarunque figurarum regularium, cum latera, tum areæ quam per furdos & irrationales numeros exhibentur aut explicantur. Verum hæc tantummodo cursim & tumultuarie licuit infinuare, fusiorem explicationem desiderantia. nihil superest, præterquam ut vobis (auditores optimi & humanissimi) grates referam propensissimas & amplissimas, pro exmia vestra per totum hujusce longiusculi termini decursum, liberaliter indulta nugis nostris patientia. Utinam aliquando tam benigna candidaque attentione digniora, votisque vestris acceptiora posthac nobis obtingant argumenta differtandi; quæ & vestram magis oblectent ingenuam curiostatem,

Lect.VII. Mathematica.

vi-

ni.

er

·X.

, si

li-

r-

6-

0.

neres nes am

n. n. n.

S n

tatem, & nostram exacuant tenuem industriam. Interim valere dico vobis, & animitus voveo. Valete, bono cum Deo.

Hastenus Lestiones, ut habitæ sunt publice, sec ordine descriptæ veniunt nusquam interturbato; nunc seriem abrumpo. Cum enim nec lege tenear, & prætædio laboru ac temporus penuria non possim omnes (at saltem decem ad minus) exhibere, decrevi reliquis aliquot intermissis tres ultimas adponere.

FINIS.

fitt gn afficult rico ma te M ffit co fill ex

MATHEMATICI PROFESSORIS LECTIONES.

LECT. I.

Alutem gratulor, auditores optimi, voveóque perquam vobis diuturnam, nec ultra de procemiis solicitus penfum repeto, fic ut methodo pridem institutæ pergam insistere. Propofitum fuit (meministis opinor) generales magnitudinum (& inde reliquorum quantorum) affectiones pertractare. E quibus cum plusculas excusserim, pro meo modulo non incuriosè, nunc ad illam Matheseôs velut animam penè deventum est, proportionalitatem; è qua fere pendet quicquid uspiam in Mathematicis mirabile vel abstrusum demon-Cum autem proportionalitas in comparatione proportionum, proportio confiltat in comparatione terum quantarum, expedire videtur, mpo ra (xdis, seu praludii loco, ut de quantorum imprimis ipsa ad

fitt grafficularies meter Militaries fill en

MATHEMATICI PROFESSORIS LECTIONES.

LECT. I.

Alutem gratulor, auditores optimi, voveóque perquam vobis diuturnam, nec ultra de procemiis solicitus pensum repeto, sic ut methodo pridem institutæ pergam insistere. Propofitum fuit (meministis opinor) generales magnitudinum (& inde reliquorum quantorum) affectiones pertractare. E quibus cum plusculas excusserim, pro meo modulo non incuriosè, nunc ad illam Matheseos velut animam penè deventum est, proportionalitatem; è qua fere pendet quicquid uspiam in Mathematicis mirabile vel abstrusum demon-Cum autem proportionalitas in comparatione proportionum, proportio confiltat in comparatione terum quantarum, expedire videtur, mpo pa (udis, seu praludii loco, ut de quantorum imprimis ipsa ad pro-

Le

ab

CA P

hui

hæg

dat

rat

HE

cer

231

tra

def

uni

29

ho

int

qui

int

da,

riv

qu

ga

pe

ve:

ut

qu

at

CO

qu

no

te

CO

V.

re

li

p

proportionem requisita comparabilitate di-Nec enim omnia quanta fic inspiciamus. ter se comparari possunt, ut mutuam habere dicantur proportionem, at illa tantum qua peculiari ratione se proprius attingunt, cujus gratia dici solent homogenez. De quan. torum igitur homogeneitate & heterogeneitate jam disquiremus. In hanc vero rem imprimis notandum præter attributa communia, quæ conveniunt omnibus quantis, caque diffinguunt à rebus quantitatis expertibus (extensionem nempe, divisibilitatem, mensurabilitatem qualescunque, & his connexas passiones) alias haberi differentias, quæ res quantas dispescunt à se invicem, & in proxime subordinata genera distribuunt; fic ut quæ sub uno generum istorum continentur omnia dicantur homogenea, quæ sub diversis collocantur, heterogenea vociten-Sunt autem ista subordinata quantorum genera veluti totidem classes & pradicamenta quantitatis, eodem ferè modo sub quantitate disposita, quo vulgaria prædicamenta sub Ente; valde discreta à se mutuo, prætérque diétas illas generales quantitatis affectiones nihil inter se commune vel simile fortita. Caterum istarum convenientia & diversitatis ratio generalis est aptitudo vel ineptitudo, capacitas aut incapacitas quantorum ad compositionem seu coalitionem in unum totum; vel ad subtractionem seu conflitutionem novi residui; addibilitas, ut ita dicam, vel inaddibilitas unius ad alterum; subducibilitas vel non-subducibilitas unius ab altero; excessus certus est animo comprehenfibilis unius supra alterum, vel defectus unius

S

abaltero; vel talis excessos aut defectos incapacitas; & hinc aqualitas vel inaqualitas unius respectu alterius; in his, inquam, & hac concomitantibus aut confectantibus fundatur homogeneitatis & heterogeneitatis ratio respective, Nam quæ sic affecta sunt, ut possint esse partes unius per se mente conceptibilis quanti, in unam fummam aggregari, adjectione sui se mutuo augere, vel detractione minuere; que certo excessu vel defecty different : se invicem; quorum unum haud impropriè vel ineptè dici possit aquale alteri, vel altero majus minusve; homogenea funt, & ad eandem quantitatum inter se comparabilium classem pertinent; que secus heterogenea, diversas ad tribus inter se discretas & doumbantes referenda. Sin hujusce varietatis originem ulterius persegui libeat, & unde talis subinde quantorum incomparabilitas exurgat indagare, ex hujusmodi ferè causis ipsam comperiemus proficisci. Primo, ex valde diversa quorundam quantorum natura, qua fit ut uni communi mensurz subjici nequeant, quæ pariter utrique congruat aut conveniat; imò nec ut ipsa mens nostra possit ea connectere, vel sub unius certi quomodocunque uniformis compositi ratione concipere; non secundum æqualitatem aut inæqualitatem, excessum aut defectum, ullatenus ea contendere vel committere inter se. v.g. magnitudo, pondus, velocitas, tempus, refistentia, vis, heterogenea & incomparabilia funt ; quia natura discrepant adeò, nihil ut commune metiatur ipfa; nec quomodo possint ipsorum qualibet connecti, congruere,

I.

L

ho

no

rel

Pu

po

qu

1 r

ne

X

qi

fu

n

n

u

2.

re, compositum aliquod non admodum difforme & Chimæricum ingredi; fibimet ada. quari, se superare, mentis acies omnino valet attingere. Quis enim intelligat qualit fumma conficiatur duobus annis ad tria milliaria adjunctis; quanto tres unciæ ponderis excedant duo minuta temporis; quid super. fit fiex tribus cylindris auferantur quatuor gradus velocitatis? non magis quam quot toni musici tot radios lucis adæquent, quot odores tot coloribus æquiparentur. nempe quò minus ad se juxta quantitatem intelligibili quopiam modo referantur, ingens obsistit natura distimilitudo atque distantia. Magnitudinis quantitas continua est & simultanea, absoluta, sensibus attrecta. bilis & conspicua; temporis fluxa, successi. va, menti tantum imaginabilis, motum consequens & connotans; velocitatis quantitas à temporis & spatii conjunctis rationibus pendet; pondus, vis, & refistentia, quasdam actiones implicant, & ex esfectibus quibus. dam censentur. Ita dissonant hæc inter se, ut in unum refugiant compingi. Hac prima fit & potissima & éregoseveias causa. Altera ratio discriminis istius petatur ex variis quoad quantitatem quafi gradibus perfectiomis; quatenus aliqua quanta pluribus modis extenduntur, & plurifariam dividi poffint præ aliis, sic ut hæc istorum respectu sint quodammodo non quanta; nec possint adeò cum illis secundum quantitatem comparari. Ita pluribus modis divisibilis est superficies quam linea, corpus quam superficies; nec aliter se habet linea ad superficiem, & ad corpus superficies quam punctum ad lineam,

hoc :

ffor-

adz.

alet

alis

illi-

eris

er.

nor

uot

lot

æt

em

in-

di-

ua

2.

Ti-

n.

25

135

hocest, quam indivisibile ad divisibile, vel ut non-quantum ad quantum (linea fiquidem respectu superficiei nihil aliud elt fere quam punctum longum, & superficies respectu corporis nil aliud quam linea lata, vel punclum quasi longo-latum) igitur aou usana sunt I nea, inperficies, corpus, adeeque heterogenea. Evenit enim inde quod hac fecundum aqualitatem & inaqualitatem inter le nequeant comparari, nec ita componi, ut summamaliquam conficiant, nec unum ab alio subtrahi sic ut aiiqua resultet disferentia. nec incrementum pariant addita, nec decrementum ablata. Eadem est ratio instantium respectu temporis; graduum velocitatis crescentis singulis instantibus acquisitorum respectu velocitatis integra, conatuum itidem momentaneorum respectu motûs, & ponderis, & potentiæ; hæc enim inferioris & imperfectioris naturæ funt, quam ut illis ullatenus æquiparentur, & genere conveni-Verum adhuc tertio diversitatis hujus origo sit indefinitus & incomprehensibilis unius quanti respectus adaliud; qualis inter res (alioquin nomine naturaque cognatas) finitas & infinitas versatur. Unde diversi generis habentur linea recta finita & infinita; quamvis in infinita recta reperiatur linea quævis recta finita, censeríque possit ista constituta ex hac infinities repetita. Hinc πολυθρύλλη or illud, finiti ad infinitum nulla est proportio (Nóy & 3) volus es 78 De calo anape mods to memeranerov, apud Aristote- 16. lem) cujus tamen gnomes, seu axiomatis pervulgati veritatem quadantenus infregisse videtur modernorum Geometrarum solertia,

LeE

accer

ceder

elt:

quis

hom

7700

han

5012 doc

fus !

præ

den

per

ofte

rat

lan

nit

ca

fci

te

ni

TU

m

n

fia, dum inhumerorum planorum & folido. rum ad infinitum protractorum cum alile planis & folidis finitis justam proportionem & ipfiffimam equalitatem demonstrarint, id monffri brimum exhibente clariffimo Geo. metra Torricellio. Ex quo pateat infinitas magnitudines finitis interdum homogeneas elle, cum iis æquentur, & ab iis interdum excidantur. Vel inde potius inferatur, non quicquid extensione interminatum est, idem elle quantitate prorfus infinitum; vel adhuc explications, quod ab unius dimensionis infinitate non femper confequatur superficiei. vel corporis infinitas; cujus rei ratio non admodum difficilis videtur, id enim accidit ex eo quod unius dimensionis infinita diminutio compenset alterius infinitum accrementum; unde non adeo fidem exsuperat magnitudinem finitam, utcunque perexiguam, longitudine protendi ad infinitum. tur ut veritatem suam universalem tueatur. ita debet explicari prænotatum axioma: finiti magnitudine vel quantitate, ad magnitudine vel quantitate in ilto genere infinitum proportio nulla eft. Non autem ut intelligatur generatim terminata figura ad magnitudinem interminatam nullam dari rationem. Hisè radicibus pullulat heterogeneitas quantorum, & qua contrario modo conveniunt inter fe; qua natura non ades diffimilia funt inter fe, nec in diverso quantitatis gradu constituta, nec infinito interfallo à se dirempta sint, ea sunt homoge-Caterum Euclides in definitionibus libri quinti, homogeneas magnitudines defihit, quartin una, minor scilicet, aliquoties

ac.

10.

ilg

m

id

0-

15

13

n

f

n

accepta seu multiplicata, potest alteram excedere. Istius libri definitio tertia talis elt: Λόγ & έσι δύο με[εθών όμιο[ενών ή κα πιλικότή α πρός άλληλα ποια φέσις. Νε quis autem dubitet quid per magnitudines homogeneas intelligit subjungit, Aó200 kx Hv meds danna meze In reze o a Sura mera monλαπλαζιομενα άλλήλων τω έχειν. Ubi 6 soix eroms, ficut recte mea sententia notat doctiffimus & clariffimus vir, in fua adverfus Meibomium disputatione, non id agit (ut præter Meibomium alii exponunt, & quod demiror ille fagax Clavius eò videtur propendere, quamvis alibi diversa tradat) ut oftendat quanam homogenea magnitudines rationem habent (quafiex illis alique nullam haberent) at verò potius quanam magnitudines funt homogenez, ne quis istius vocabuli, in pracedente definitione positi, obscuritate deceptus erret, aut suspensus hasi-Quum enim isthic proportionem definit, relationem magnitudinum homogenearum, indefinité proloquens, satis innuit, se magnitudines homogeneas universaliter, non quasdam solummodo particulares intelligere; aliquin etiam nia quantis omnibus homogeneis mutuam inter se proportionem existimasset competere, perperam illasceu subjectum proportionis inseruisset ejus definitioni; rectifique seclusis illis earum loco adæquatum aliquod subjectum statuiffet. Vult igitur omnes homogeneas magnitudines proportione versus se mutua affectas elle; igitur linez duz, una finita altera infinita, quamvis in genere linez quodammodo conveniunt, non sunt ex Elementoris senten-

tia

ho

V3

nu

te

è

fte

te

ni

æ

di

ft

da

ri

fr

b

CI

P

q

tia homogeneæ, quia finita quotiescunque sumpta nunquam superabit infinitam; paritérque se res habet in quovis finito respectu cujusvis alterius quantitate infiniti (quantitate dico, non extensione locali, propter ante jam infinuata) itidémque juxta hanc definitionem satis liquet puncta, lineas, superficies, corpora este heterogenea; quatenus non innumerabiles punctorum myriades unicam certissimam lineolam, non millies millenæ superficies unicum excedant minutissimum corpusculum. Sic & anguli plani needloeides, si modo anguli sunt, aut quomodocunque quanti, quorum utrumque dubitatur & denegatur a præclaris Mathematicis, de qua re nihil ego quiequam in præsens disceptabo; at saltem, inquam, si corniculares ista divergentia, quas efficient recta lineæ cum curvis quas contingunt fint verè anguli, quantitate præditi, rectilineis faltem angulis homogenei non erunt; quia minimus quilibet vel acutissimus angulus re-Etilineus infinitis vicibus excedit innumerabiles istos regulons es ficut Euclides de corniculari quem efficit tangens cum peripheria circuli, Apollonius de illis quos efficiunt tangentes cum sectionibus conicis, * Archimedes de iis, quos constituit tangens cum spirali demonstrarunt, nosque possimus unica demonstratione universali, è motuum compolitione petita, de omnibus ad easdem partes convexis curvis demonstrata dare: sic ut non aliter isti contactus anguli se habeant ad angulos rectilineos, quam punctum ad lineam, vel linea ad superficiem. Linea verò omnes finitæ quantumvis dissimiles sibimet ho-

* Saltem ex demon-Aratis ab eo consectetur id.

1-

15

1-

e.

.

0-

a-

a -

1.

1.

ia

6-

a-

-

m

à

10-

r-

ut

id

ò

homogeneæ funt, nedum rectæ rectis, at curvæ rectis, & curvæ quævis inter fe; quatenus tametsi de curvarum plerarumque determinatis ad rectas proportionibus (ut peripheriæ circularis aut ellipticæ ad aliquam è diametris) nondum constet, in dubium tamen sit aliquam inter eas proportionem existere; quia nempe v.g. diameter circuli quater acceptus circumferentiam excedit. Quinimo quod fibi gratuletur habet præsens ætas, in eo quòd humano quam ingenio crediderunt, aut valde suspicati sunt, impervestigabilem anteriores Geometræ, quarundam curvarum ad rectas proportionem mirifica subtilitate adinvenerint, satisque perspicue demonstrarint hodierni Geometra. Pariter superficies omnes finitæ superficiebus finitis homogenez funt, etiam planz curvis quandoquidem harum ad illas proportio non folum possibilis adstruitur, at qualis fit facile demonstratur, ficut ab Archimede cui circulari arez planæ recti coni, recti cylindri, fphæræ, fphæricæque cujusvis portionis curva superficies adæquatur. Confimiliter & omnia solida solidis finitis homogenea funt. Imò fi anguli omnino quanti funt, & aqualitatis vel proportionis participes (quod ut diximus ambigitur) etiam anguli rectilinei curvilineis nonnullis homogenei erunt, hoc sensu, quoniam ex istis aliqui horum nonnullis aquales demonstrantur, à Proclo scilicet libro tertio ad axioma duode-Saltem verò homogenei funt inter se cuncti anguli rectilinei. Hæc autem adeò manifesta visa sunt Archimedi, ut non dubitârit ailumere quòd quævis determinata magnitudo

que

me

rep

non

pla

non

ficti

arb

corp

lis a

hon

mag

trib

dum

rabo

rum

cz,

perf

V15,

rum.

quar

mog

ris

imm

Arif

grav

TU) TI

erun

gatæ

quet

fint ,

alio

mus

quan

in G

terog

gnitudo possit multoties adjecta sibi, vel aliquoties multiplicata quamvis aliam ejusdem classis magnitudinem superare. "En (inquit in præstratis libro nobilissimo de sphæra & cylindro, hoc est, præterea assumo) & dviowy γεαμμών η ανίσων όπησανειών, η ανίσων σε-९६० में प्रस् (OV में हमें देख का कि कि हे प्रस् मार्ड-TW, o oul De usuou éaula éauta Suralor ésty र्किश्य सम मकारेड रह मार्गिट प्रेंगे कि में मार्गेड कें. ληλα λερομένων. Cui simile postulatum præmittit Clavius elemento decimo: Postuleturquamlibet magnitudinem toties posse multiplicari, donec quamvis magnitudinem ejusdem generis excedat. Nec minus evidens est tempora quavis fnita temporibus finitis homogenea esle, quia brevissimum minutum sæpiùs replicatum longissimum quodcunque superabit æternitate minus durationis intervallum. Etiam velocitates omnes homogeneæ funt, quatenus utcunque perexiguus & plusquam testudineus velocitatis gradus satis multis vicibus repetitus, rapidissimam primi mobilis velocitatem transcen-(Cùm & alioquin repugnare videatur infinitam dari velocitatem; fiquidem ea præditum mobile distantiam in unico To pur quantamvis emetiretur, adecque plura fimul loca possideret, hocest, congrueret spatio seipsum quantumlibet excedenti, quod videtur impossibile). Numeri verò possunt omnes invicem esse homogenei, quatenus omnes ejusdem generis magnitudinibus repræsentandis apti nati sunt inservire; possunt etiam quicunque sibi mutuò heterogenei censeri, quatenus diversi generis quantis exprimendis adhibeantur; imò quilibet numerus quo-

y

1-

n

15

1-

0-

23

i-

a.

li-

n-

a-

eâ

ũV

ul

e-

ur

es

es

n-

ti-

e-

ri-

us

0-

quodammodo potest heterogeneus esse sibimetipfi, quatenus idem heterogenea quanta repræsentet; nullus enim numerus est qui non linearis, planus, folidus, planoplanus, planofolidus, folidofolidus, esse possit; qui non dimensiones quascunque naturales aut fictitias subire concipiatur, pro computantis Pondera vero modò folis folidis corporibus gravitas assignetur (ut certè solis affignatur in Phyfica) funt inter se omnia homogenea; fin superficiebus & lineis ut magnitudo quædam, ita gravitas nonnulla tribuatur (id quod supponunt Geometræ, dum trianguli, parallelogrammi, plani parabolici, reliquarumque planarum figurarum; neque non superficies sphæricæ, conicz, cylindricz, & reliquarum curvarum superficierum; item dum linearum quarumvis, seu curvarum seu ex rectis compositarum, centra gravitatis investigant; hoc, inquam, posito) non omnia pondera sunt homogenea, sed illa tantum que ejasdem generis magnitudinibus inhærent. Unde non immerito Platonem reprehendere videtur De Calo. Aristoteles, quod (in Timao) corporum in Ill. I. gravitate differentias aut excessus imputat का नित्र में के नित्र है कि नित्र है किए. Siquidem superficierum fiquæ sunt gravitates quotlibet aggregatæ corporis gravitatem constituere nequeunt vel adaugeri, diversi generis cum fint, nec eapropter ad hoc idonex. Nec alio sanè tendunt hac omnia, quam ut sciamus quæ quanta quibus quantis secundum quantitatem conferre liceat; nullum enim in Geometria majus peccatum est, quam heterogeneorum quantorum inter se rationem M 2 in-

0

te

ne

le fer

an

Ite qu

lin

ma tua

fe i

per ra,

tud

cer

hal

mu

pal

ner

Ide

pro pta

nâf

ut q

inquirere vel afferere. Ut fiquis quarat quot tanta linea recta aquentur tali qua. drato; quot peripheriæ tantæ circulares tali circulo, quot quadrata tali cubo, quot tempora tali spatio vel ponderi. Unde sum. mus artis analytica praceptor Vieta, primam hanc in omnibus disquisitionibus analyticis observandam legem præstituit; Prima & perpetua lex aqualitatum jeu proportionum esto, que quoniam de homogeneis concepta est, dicitur lex homogeneorum, bac est, Homogenea bo. mogeneis comparari (exclusive nimirum, ho. mogenea folis homogeneis comparari). Nam (fubjicit) que sunt beierogenea quomodo inter fo adfecta fint cognosci non poteft, ut dicebat Adra. * Cap. 19. fus. Recte sic Adrastus * apud Theonem Smyrnæum, Ta uer 38 avojuogern, mos exa Tpos anna, quoiv Aspas O, el Seva al. valor. Verumestapud illos, qui in proble. matum solutionibus aut demonstrationibus theorematum præclaram illam adhibent methodum indivisibilium, ejusinodi sæpe voces occurrere; Omnes ista linea parallela tali płano æquantur, fumma planorum istorum parallelorum tale folidum constituit; explicant verò mentem suam, & per lineas nil aliud intelligere se dicunt, quam admodum exiguæ & inconfiderabilis (verbo veniam) altirudinis parallelogramma; per plana confimiliter altitudinis haud computanda prifmata vel cylindros. Aut faltem per fummam linearum & planorum non lummam denotant aliquam finitam & determinatam, sed infinitam aut indefinitam recta cujusdam lineæ punctis ioueiduor. Ex quali infinita

Mag.cap.3.

I

rat

la.

res

10t

ım-

ri-

na-

ri-

um

di-

bo-

ho.

am

r 10

dra.

nem

XH

N.

ble.

ibus

me-

oces

tali

rum

pli-

ali-

exi-

alti-

onfi-

pril-

lum•

n de-

tam,

dam

inita

poni

fu-

superius heterogeneum (ex infinitis puta lineis rectis superficiem planam, ex infinitis peripheriis concentricis circulum planum, ex infinitis superficiebus planis vel curvis folidum corpus) fi quis afferat id quod magaus ille Galilaus afferere non dubitat, haud facile poterit erroris convinci, vel funditus Sed utcunque, dimilsa illà conexpugnari. troversia, nihil usus iste nostræ quicquam officit doctrine, & vel illorum qui methodum istam ambabus ulnis amplexantur, fententia irrefragabiliter valet hoc præceptum, ne definita quantitate vel numero heterogenea comparentur inter se. Quod cum ex fe liquidò verum & fummopere rationi consentaneum sit, de eo tamen, ut ex parte jam ante monui, movit nuper controversiam no-Iter D. Hobbius, & rem adeo claram ipiffis quantum in se nebulis offulcavit. Nec enim lineas & tempora, quamvis inter se distissimæ naturæ, velut homogenea quanta, mutuámque fortita proportionem veretur inter fe comparace. Nam quia motibus ioo a xém percurfæ longitudines se habent ut tempora, Erit (inquit) permutando ut tempus ad longi- De Corp. tudinem, ita tempu ad longitudinem. Quafi di- cap. 16. ceret, Quoniam stadius ad mille passus se habet, ut hora una adocto horas; ergo permutatim ut stadius ad unam horam, ita mille pallus ad octo horas; cujulmodi argumentatio nemo non perspicit quam sit absonè ridicula. Idem in Dialogis, quibus hodierna examinare profitetur & emendare Mathematicam (exoptare liceat, utinam saltem pensitatids examinaffet, & felicius emendaffet fuam Erit, inquit, Dial.3.13 ut quantitas ponderis ad longitudinem linea qua 80.

M 3

pa

ali

po

lin

po

pa

(P

Cia

ap

no

tit

fin

tu

CO

qu

C

po

te

te

ti

at

fil

ne

m

to

e

P

r

0

r

a

ipsam repræsentat, ita quantitas ponderis dupli ad longitudinem linex duplæ ipsam repræsentantis. Adeo scilicet hunc errorem à redargutore suo monitus omnino recusat deponere; ast ejus excufandi vel propugnandi gratia novas procudit vocabulorum definitiones & a ceptiones, tam libi parum consonas, quam ab usu communi semotas, & conclusionibus plerunque suis repugnantes; miros comminiscitur prætextus alienos & abhorrentes ab omni syncera ratione, quod paucis oftendere non abs re fuerit, cum elucidanda rei subjecta causa, tum ne quis in similes lapsus incauté ruat & quò pateat quam in his rebus oportet circumspecte versari. Menfuram hoc modo definit ille, Est mensura magnitudo una alterius, quando ipfa vel ipfius multipla alieri applicata cum ea coincidit. Et rurlus, verbis paululum immutatis, sed in eandem mentem; Mensura est magnitudo magnitudiris minor majoris vel non minoris, cum minor ipfi applicata semel vel pluries ipsam aquai. quas definitiones patet mensuram nihil ese aliud, quam rei mensuratz partem aliquotam, quæ nimirum aliquoties accepta totam illam exhaurit, ut nihil supersit residui; quomodo vocabula μέτζον, μετράν, κά αμεreir, læpius aut semper accipiuntur in Elementis, ut antehac oftensum; Homogeness porro quantitates definit, quarum mensuræ applicari possunt una ad alteram, ita ut congruant. Et quarum mensura epapuoleor. Mensura verò sunt ei, ut jam visum, partes quantorum aliquotæ. Ergo modò fibi conflet,

quantitates homogenez erunt; quarum par-

tes aliquotæ congruere possunt.

Dial.1.p.

Dial.2.p.

Pag. 110.

Disl.3.p.

ad 15.

re aft

10-

&

am

DUS

ni-

tes

en-

rei

fus

ous

am

edo 116.

er-

en-

mi-

ap-

ta

fle

10-

am

11;

ue.

le.

eas

ap-

mt.

TI

to.

et,

arùm

ar-

partes aliquotæ quantitatis temporis non aliz funt quam quantitates temporis, nec ponderis quam quantitates ponderis, nec linez quam linez, neque corporis quam cor-Ergo cum nemo concipere posit quo pacto quantitas lineæ quantitati temporis (puta linea quantitas cubitalis annua vel unciali temporis aut ponderis quantitati) possit applicari, fic ut ei congruat aut coincidat; non erunt line æ temporis & ponderis quantitates homogenez, juxta proprias iplius definitiones ac hypotheses. Ita communis intulisset Logica, verum mirisica sagacitate contrarium is colligit; Quoniam (inquit) Dial.5.1. quantitas temporis per lineam mensurari potest, 110. U linea linea applicari potest, erit quan tas temporu quantitati lineæ bomogenea. Ecce fontem, ex quo complura quibus isti dialogi scatent ablurda promanarunt. Quoniam quantitas (ait) temporis per lineam mensurari potest: atqui respice sodes, ingeniose vir, tuam ipfius definitionem, & vide num juxta illam linea possit esse mensura temporis (aut quia malis involutius loqui, quantitas temporis) h.e. linea possitesse pars aliquota quantitatis temporis, vel an quantitas temporis confletur ex lineis, vel an linea fit aliqua quantitas temporis(pars enim aliquota quantitatis temporis est aliqua quantitas temporis) parig; ratione num linea fit quantitas superficiei, corporis, ponderis, & alterius cujulvis quanti; vel an omnes omnino quantitates componantur ex lineis; quantitas (inquam) annua vel menstrua, quantitas uncialis aut pondialis, quantitas pedalis quadratica vel cubica num linea fint, aut constituantur ex lineis : an-M 4

proq quon VISQU furæ i que q età r perne chara gisad mici net r gnitt pote mina tudo defig adeó angu li qu meni meni pride taten aut defin non quan gene tus. eris mog teft r pro quan men pro

Lett.I.

Lec

non si quid horum statueris audienti debebis ludibrium? Atqui non satis animadvertit clarissimus vir, in usu vocabuli mensuræ se multum à sua ipsius definitione recedere, e6. que sibi labendi occasionem ministrare; quumque toties lineam appellat mensuram temporis, & ponderis, & cujuscunque quanti, nullatenus intelligere potelt lineam effe partem aliquotam temporis, aut ponderis, aut motus, aut corporis, neque cum iis lineam posse congruere; sed laxiori mensura fign ficatu abutitur, juxta quem, ut antea dittinctiùs expoluimus, mensura subinde rem quamlibet defignat, que possit aliam vel commode repræsentare, vel quomodocunque not ficare. Quo duplice resp. ctu linea (reeta præsertim aut circularis ob simplicitatem & uniformitatem fuam) temporis, ponderis, velocitatis & cujulvis quanti mentura dici potelt & folet. Nam quia ratio quævis qu ntorum rectis lineis exprimi poteit, ideo satis commodè reclæ lineæ eis repræsentandis adhibentur; ut v.g. pro duobus folidis, quorum unum ad alterum proportione sic se habet, ut 12 ad 1, vel ut diameter quadrati ad latus, quando præter ipfarum proportionem nihil obvenit confiderandum, fubititui possunt due recte linea ipsarum rationem exhibentes; parique ratione duorum temporum, vel duorum ponderum rationibus exhibendis assumi possent recta linea; & eatenus acceptione latissimà quantorum istorum mensuræ dicantur hæ lineæ; quo fensu numeri sunt mensuræ maxime communes & ufitatæ quantorum omnium commenfurabilium, corum rationem exprimentes, proque

Lect.I. Mathematica.

3

it e

).

;

m

1. 10

S,

e. P

10

m el

10 2.

a-11-

ra 18

eo 11-

is,

16

·a-

1-10

i.

0-

m

11.

e;

m

110 ill-

11-

25,

lic

próque iis in ratiocinii decursu substituta; quomodo etiam nedum lineæ, sed alia quævisquanta aliorum quorumvis relpectu menfurærationem subeant; ficut enim quodcunque quantum rectà linea pro arbitrio sumptà repræsentari potest, ita possit æquè superficie quavis, posit corpore, posit litera. charactere, nomine quolibet designari. Magis adhuc proprie, quamvis ab Hobbiana deinitione fatis remote, mensuræ nomen obtinet recta linea (parique jure quævis alia magnitudo posset obtinere) quatenus inservire potelt aliorum quantorum quantitati determinan'æ feu declarandæ; quomodo longitudo lineæ, quam percurrit aliquid mobile delignato tempore velocitatem indicat, adeoque metitur ejus; & arcus circularis anguli rectilinei cruribus interceptus anguli quantitatem arguit & oltendit, hoc est, menfurat fecundum hanc acceptionem 78 mensurare, quam nos fuse satis & luculente pridem explicuimus. Hanc igitur ambiguitatem vocabuli mensuræ si perspexisset is aut perpendisset, quocum agimus; aut si definitioni proprie constantius adhæfistet, non ita puto commiscuisset omnium rerum quantitates, & inter se pronunciasset homo- Pag.77. geneas, ejulmodi scilicet argumento permotus. Quoniam linea est mensura temporis, erit quantitas temporis quantitati lineæ homogenea. Atqui respondeo, linea dici potell mensura temporis, sumendo mensuram pro symbolo, vel argumento, vel indicio quantitatis quam habet tempus; at sumendo menfuram juxta fuam ipfius definitionem pro parte aliquota, fatis liquet, nec ipfe diffi-

getur.

fe

el

al

to

fi

ret

tetur, lineam non esse mensuram temporis. adeoque juxta suam etiam homogenei definitionem, linea quantitas non erit temporis quantitati homogenea. Imò eodem ratiocinio quo probatum it temporis & linez quantitates homogeneas effe, aque concluditur easdem esse heterogeneas. Quia nem. pequantitas temporis per superficiem pa. rallelogrammam aut corpus cylindricum mensurari (hoc est, per ea defignari potest, & declarari vel notificari) & linea nequit superficiei parallelogrammæ nec corpori cylindrico congruere, erit juxta definitionem f erepozereias ab ipfo traditam, quantitati lineæ heterogenea. Quinetiam omnes omaino quantitates fimul homogenez funt & heterogenex: nam, Homogenea funt (ait) que codem genere mensure mensurabilia; ergo cum omnes quantitates lineis mensurabiles fint, erunt omnes homogenex. Heterogenea verò sunt (ut idem ipse nos docet) qua diverso genere mensura mensurantur: ergo heterogenex funt omnes quantitates, quoniam omnes lineis, superficiebus, solidis angulis, (numeris pleraque rationalibus aut furdis) mensurari possunt, eo nempe modo quo menfuram accipit ipfe, dum suos struit paralogismos. Et sanè cunda ejus huc spectantia ratiocinia laborare videntur hac una fainorboxias fallacià: etenim revera qua eodem genere mensuræ determinantur homogenea funt, fumendo menfuram pro parte, rel aliquo congruo rei mensurata; sed non semper homogenea funt, quæ eodem genere menfuræ menfurantur, fumendo menfuram pro figno vel argumento; ita certè nulla fo-

Pag. 47.

ris.

lefi-

oris

t10-

nee

clu-

em.

pa-

um

DO-

ne-

Or-

mi-

an-111-

ex

unt

11;

rate-

uæ

he-

am 15,

18) 11-

10-

tia

u.

0-

0=

e,

on

e

m

)-

ret quantorum heterogeneitas, & facilè confecta res eslet. Cæterum ex his angultiis eluctari se posse sperat, rerum quantitates ab ipfis quantis perquam subtiliter distinguendo. Quantitus (inquit in Abstracto) cu- Dial. 3 h. juscunque rei quantitati in abstracto cujuslibet al- 81. terius rei homogenea est, ideoque linearum, superficierum, solidorum, temporis, motus, vis, ponderis, roboris, refistentia quantitates sunt homogenea, etfi res ipfæ funt keterogenea. Rurfus, Video jam quanquam absurdum fit lineam dicere Paga77. tempori æqualem effe, non tamen absurde dici quantitatem linea aqualem effe temporis quantitait Alibique pastim hoc inculcat mirificum commentum. Quo tamen nil efficit; verba tantum dat nobis, aut potius fibi. Quod enim per quantitatem illam abltractam ab ipfis linea & tempore distincti nihil animo concipiatiple, quovis aufim pignore cum illo contendere. Quid ell, obtestor, quantitas linex, præter iphus linex hingularem & determinatam magnitudinem, vel ipfa linea quà fic determinata? Quid quantitas temporis, nisi definita sui generis extensio, vel ipfum tempus quatenus taliter extensum? Ergo fi linea & tempus heterogenea funt. etiam ipforum quantitates heterogenez Tempus & lineam elle res heterogeneas, non folum ut res phyficas, fed ut Mathematica contemplationi lubditas, rei nimia coactus evidentia vix diffitetur iple; at quomodo? non utique ceu calida vel frigida, nigra vel alba, sed ut quanta; nec enim aliter ea confiderat Mathematicus, Quamobrem? quia nullam habent of ou, non comparari queunt inter le xt maixoth a (nos

fic

us

us

tu

ho

21

a

(nos ut veridicus docet Euclides) quia scili. cet non eodem modo quanta funt, at diver. si generis quantitatem habent; velquia fine magna dici nequit absurditate, tantum eff tempus quantum est linea, tantus est annus quantum est stadium. Ergo quantitates tem. poris & line & funt diverfi generis. reponit, quantitas temporis à linea mensuratur: ita dico rursus, æquivocè sumendo vocabulum mensurare; nempe non mensu. rat ut pars istius quantitas, ast duntaxat ut fignum causale vel consequens; ex quo nihil in ejus rem concludatur. Addo, nec admodum proprie quantitatem temporis mensurari, sed ipsum potius tempus ut quantum menfuratur, vel quoad quantitatem; ficut non tam videtur albedo, quam corpus quatenus album, seu propter albedinem, hoc est, quia taliter disponitur, ut tali modo visum Unde nec juxta definitionem ejus, Homogenea funt quorum menfuræ congruunt, quantitates abstracte sumptæ sunt homogeneitatis bene capaces; quia non ipfa mensurantur, at concreta potius quanta propteraut quoad ipsas; & sane propter ipsas etiam homogenea funt, aut heterogenea Ma-Verum adhuc instat, temporum thematice. rationes rectè comparantur cum linearum rationibus: dicitur enim, Ut se habet annus ad biennium, ita linea pedalis ad bipedalem; quidni igitur quantitas temporis cum linez quantitate conferatur? At quam immanis est agresias ejusmodi ratiociniis, cum plurium rationum similibus rationibus absolutas simplicium quantitates confundere? Ex eo nimirum quod oyum se habet ad duo ova, ficut

fcilj.

iver.

a fine

n eff

nnus

tem.

ruin

nfu-

ndo

nlu-

ut

ihil

110-

ifu-

ım

ut

e-

ſt,

m

S,

S

ficut angelus ad duos angelos; vel quod unius ovi ad duo ova talis fit relatio, qualis unius angeli ad duos angelos, quomodo inferatur ullo modo ovi & angeli fimiles esse, vel homogeneas quantitates? vel quòd quantitatibus ovi & angeli eadem mensura congruat? vel quod angelus ullam omnino possideat absolutam quantitatem? At hujus & pracedentis instantia nulla prorsus est disparitas. Non ovum ovo, quod aiunt, fimilius. Ita scilicet usu venire solet, ut qui suos errores extenuare vel defendere malunt, quam ingenue confiteri, nedum non declinant eos, at plures læpius, eosque prioribus deteriores accumulent. Sed excidit mihi versus ritè adagialis,

Μή κινείν καμαρίναν, ακίνη @ 3 αμείνων. Maneat autem quoniam temporis quantitas (annua scilicet, menstrua, diurna) cum lineæ longitudine (pedali, cubitali, stadiali) secundum æqualitatem aut inæqualitatem, excessum aut defectum, additionem vel subductionem nequit apposite comparari, illa penitus esse homogenea; neque non eodem modo affecta reliqua quanta, nec à Mathematicorum hac in parte communi sententia Quòd fi atque sermone discedendum esse. hac vocabula nonnunquam aliter occurrant usurpata, ut si quis propter naturæ subalternam quandam diversitatem, lineas curvas rectis, aut superficies gibbas planis heterogeneas dicat; quomodo Ramus angulos rectos rectilineos obliquis rectilineis heterogeneos dicit (parique fere de causa potuisset quadrantem peripheriæ circularis sextanti, lineam pedalem semipedali heterogeneas

Le

qua

que

fue

ro

int

cea

in

qu

MS

1p

fo

li

0

V

d

Ant. Farbius.

appellaré); aut si propter convenientiam aliquam peculiarem genere disjuncta quanta vocentur homogenea; quomodo recens qui. dam Geometra, alioqui non ineruditus, parallelogrammum & cylindrum homogeneas figuras appellitat; eò quòd in hoc linex re-Etæ basi parallelæ simili tenore procedunt. quo circuli paralleli in illo; quod is vocat per elementa proportionalia procedere. Tales (inquam) xaropavias & peregrinas vocum novitates limpidissimis hisce scientiis caliginem & confusionem inducentes cavere præstat & respuere; multoque satius esset exprimendis sensibus nostris nova vocabula confringere, quam veteribus usu sancitis ab-Sed manum de hac tabula. ram his de quantorum δμογενεία & έτερογε veia disputatis circa ipsorum o weis eau & ETEpoeideray (similitudinem & distimilitudi-Sed cum curnem) quædam subjungere. rentis impetu calami præstitutas etiamnum temporis metas fuerim prætervectus, sufficiat ita jam ad illas, quæ cum opportuna se præbuerit occasio, proximè consequentur de quantorum analogia disquisitiones utcunque viam munivisse. Vos interim bene valeatis precor, optimi & humanissimi auditores.

I.

iam nta lui-

paeas re-

nt,

cat

re.

las

iis

et

la b-

á-

LECT. II.

Ro more meo, posthabitis procemiis, & ambagibus omnino prætermislis (postquam tamen vobis, auditores optimi quotquot ellis, omnimodam salutem & gratulatus fuero præsentem, & diu futuram exoptavero) ad rem me confero protinus; & diutius intermissum pensum in manus resumo. ceat autem bona vestra cum venia pridem institutæ methodo inhærere, quódque reliquum est susceptæ circa Matheseos apony 8usya tractationis detexere; qua quidem spero fore cum hoc termino ut penitus abfolvatur, quódque postquam tamdiu circa littus hæsimus, & horam quasi scientiarum oras legimus, in altum tandem æquor provehemur. Quanquam revera quas modò discutiendas aggredimur materiæ, sive subtilitas ipsarum, sive spectetur utilitas, vix illæ multum abesse videntur ab intima profundissimáque Mathesi. Veniunt siquidem imprimis confiderandæ ratio vel proportio, tum analogica seu proportionalitas; circa quas nimirum aliquatenus universa Mathesis occupatur, vel ut objecta sua, vel ut instrumenta inveniendi ac demonstrandi; nec analogiam proinde immeritò vir divinus in opere divinissimo (Timæum intelligo) censu- Theon it, de [work ouvoxlw = madmud row (vincu- Smyr. p. lum & commissuram Mathematum, an disci- 131. plinarum potius omnium). Nec inde abit Plato Tim.

il- p.1048.

Scil

aut

hoo

em

con

pra

exc

por

jam

ya M

róx

ling

ficat

abs

eori

funt

λόγι

gari

in pr

pler

Nen

20

tis d

tiore

inqu

oper

Pag. 18.

Theon. cap.

illustrissimus author præclaræ de methodo utendi ratione diatribæ: Quia (ait) animad. vertebam illas (particulares nempe scientias que Mathematice dicuntur) etiamsi circa di. versa objecta versarentur, in boc tamen omnes convenire, quod nibil aliud qu'am relationes five proportiones quafdam, que in its reperiuniur, ex. aminent, bas proportiones solas mihi esse conside. randas putavi. Addo Eratosthenem pronunciantem, Hayra ra en rois madinua in & dydλογίας ποσών πνών συ [κείας. Adeo proportionum consideratio disciplinas hasce per. vadit, & quodammodo complectitur univerfas. Non igitur ipfarum videri debemus tam extimam cutem lambere, quam medullam intimam degustare, dum proportionum naturam contemplamur. Succedet huic 3:00 eia de magnitudinum situ vel positione de terminata, qua, simul cum ipsarum proportione, figurarum varia simimilitudo constat, & multifaria diversitas; tum de consequentibus has magnitudinum speciebus, seu convenientiis ac differentiis specificis; dein de motu quo progenerantur magnitudines : de his (inquam) succedet dispicere. Ita post quam pleraque, pracipua faltem, omnia malatiti gnitudinum symptomata, quæ Mathematicis quidem substernuntur, aut implicantur hypoctus thefibus, utcunque perlustravimus, in eam præs à qua primitus digressi sumus, orbitam rever gitur tentes, de hypothefibus ipfis & reliquis prin folus cipiis particularia quædam, quæ se suggesse anim rint observatu digna, licebit in medium pro Nequ ducere. Quibus defuncti negotiis ad il crite quod, ni malè memini, jam olim pollicitifu tione mus conferemus operam, ut Mathematica fente fci

do

29.

ias

di.

anes (ive

ex. fide.

nun-

ρro-

per.

Veremus

edul-

munc

Jew.

e de-

opor-

scilicet inventionis modum exponamus. Erit autem quod gratulemur nobis, si propositum hoc stadium hujus intra termini decursum emetiri, vel utcunque ex animi sententia conficere poterimus. His in antecessum prælibatis ad rationem seu proportionem excutiendam accedamus. Rationem & proportionem quod attinet (hæc enim nomina jam apud plerosque Latine scribentes ioo Nvaua funt) eam Graci designant vocabulo λόγ Q, quo certe vix ullum fuccurrit in ifta lingua magis anceps & πολύσημον. Significatus ejus quam plurimos recensere non abs re putavit Theon Smyrnæus expositione cap. 18. eorum qua ad Platonis lectionem necessaria funt. Ego verò nimium philologus, & E& λόγε, hoc est, extra propositum viderer evagari, fi vel exscribens eum vel imitans (quod in promptu foret eò connitenti) percensere nstat, plerosque studerem & exemplis confirmare. uenti- Nemini non notum elt, quòd vocabulum 26onve. 20 communiter utcunque sermonem mentis ἐνδιαθέν, & oris προφορικόν (ita recen-es: de tiores distinguent Peripatetici) sermonis, post inquam, utriusque, tum conceptivi tum proia mi latitii, tam facultatem operatricem quam naticis operationes ipsas, nec non immediatos effehypo ctus ab eo manantes denotet ac exprimat,
n eam, præsertim quicquid horum cum discursu junrever gitur ad hominis naturam appropriato, qui
s prim solus inter animantia censetur ζωον λογκον, ggesse animal sermocinativum vel discursivum. Im pro Neque magis quenquam sugit literis medios ad il criter imbutum, quòd peculiari quadam raicitisse tione passim apud Gracos authores nedum matic sententia singulares mente concepta vel fci ore

nur

cen

Sul

No

na

noi

dix

tia

du

Ma

COL

hu

ru

ve

VI

pr

DI

ut

10

ru

m

ti

te

r

P

t

nu-

ore prolata, fed plurium sententiarum farragines & systemata diversimoda; fabula nempe vel apologi (hoc elt, fermones ex arbitrio & ingenio conficti) nugæ & offucia (hoc est, mera verba, sensus vacua vel veritatis) adagia, seu jactate vulgo sententir; rumores fama vel populari fermone dispersi. historix omnimodx, orationes jugi ferie pertenta; demum qualibet litera xozor dican-Exempla præfto funt, quibus hos ufu tritos hujus vocabuli fignificatus firmem, aft illos lubens prætereo. Nescio tamen ar operæ fit alias quafdam, quas etiam in popularibus obtinet scriptis acceptiones, adrem nostram & sensum Geometricum propius accedentes paucis perffringere. quum xo2 @ defignat taxationem & comparationem quamcunque rerum inter fe, prout iftis in phrafibus ufitatis, 'Amod Soyau λόρον, συναίρειν λόρον, υπέχειν λόρον. Εχempla dant etiam Sacræ Literæ; S. Lucas, 'A TOS @ xoppy & orkovoulas os. S. Mattha-US, Epze) oxupi @ 7 JEXOV Excivar x ovναίρει με άυτον λόρον. 'Αποθεδναι λόρον. rationem reddere; ovraipen xózov, rationem inire: nempe muneris administrati, vel rei cujulvis concreditx; quod nihil est aliud quam actiones cum regulis ad quas exigende funt, ex prescripto superioris potestatis, vel fummas rerum exhibitas cum iis quæ jure debentur, aut meritò expectantur compara-Item cum xó2 @ rerum valorem, pietium, meritum innuit, quomodo dici folet er sori xông mond quod negligitur, posthabetur, vilipenditur, -- sol' en xóz a. கி செய்வுக், quod in nulla ratione, nullo

Inc.XVI.2 Matth. XXF, 10.

Mathematica. Lect.II.

II.

far-

bulr

are

ucia

eri.

tir;

erfi.

per-

can-

ulu

aft

ar

pu-

rem

ac-

unt

0111-

fe.

VOL

Ex-

as.

12.

64-

or,

em

rei

iud

-11

is.

ire

13.

163-

let

ır,

a.

llo

11-

numero est, hoc est, instar nihili habetur, in censum non venit, neutiquam computatur. Suphocles,

'Oux av Tplainle & Seros xoy& Beotor,

"Ogs keyaiory Extrory Depuarve"). Non cassà nuce hominem emptitem, qui vana fpe fervet. Ev xoys Diss more dixit nonnunguam pro Deos venerari; & x 20200 Smais moising Demosthenicum est, projuttitiam respicere vel suspicere, non pro nihilo ducere. Addo Galenum, Em na for Ton De Meth. TELLEVEN HE NOTON XPI) HE ANALIGATEDS TEVO Med. 1.5. ua, in omni disquintione nomen ipsum in confiderationem affumi debet. Scilicet in hujusmodi locutionibus xó2 @ aliquam rerum magnitudinem, vim, potentiam calculo vel æstimio subjectam fignat. Paramque videtur hinc abludere quad xóy & fubinde pro causa rei vel conditione ponitur, hoc est, pro eo quod confiderari debet & requiritur, ut aliquid fiat. Plato epist. 7. ad Dionis, Oiners, new (inquit) whoreholder Em Tors rois xó2015, his conditionibus buc me venturum promisi. Δέχωθς λόρον, usitatur a Demosthene pro causam agnoscere, vel conditionem accipere. Eis xó20v apenis, propter virtutem affici præmio, vel laude decorari. Et els nózov nanías, pro vitio luere pœnas, vituperio defamari, funt oratoribus Græcis in usu loquendi formulæ: propter virtutem & vitium, hocest, ex virtute vel vitio consideratis, juxta moralium præceptorum normas examinatis. Eo tantum hæc attuli quò constaret à Geometris adhibitum hujusce vocabuli sensum haud ita longè recedere ab usu scriptores apud alios recepto

N 2

Le

gue

optin

(au

a no

pote

utitu

tum

hino

Cùr

mod

que

rata

quil

rata

pro

Gra

quo

& a

feru

egr

relp

(jux

pro

lign telli

ade

mus

de 1

nus

vir

rito

res

exc

quò

fatisque pervulgato; nec abhorrere nostram à communi more loquendi consuetudinem, Idem ostendi poterat de Latina voce ratio. quæ Græcam λόγ @ exprimere folet, & fuos ab illo plerosque significatus mutuari : sed rei nimia claritas facit (& quia nimium jam hujusmodi parergis datum est) ut isti parcam operæ. Addam solum, inde videri λόγον ejusmodi sensus, cum istos extraneos tum peculiarem Geometris sensum desumpsisse. quod diversas res inter se comparando dicitur, effertur, exprimitur ipsarum determinatus valor, aut quantitas, ex respectu quem una res obtinet ad aliam. Ratio autem du citur à ratus, hoc est, à reor, idem designan. te quod puto vel existimo; rerúmque proinde censum aut æstimium indicat ex comparatione notificatum. Quomodo etiam verbum putare, deductáque ab illo computare, supputare, denotat numerando vel utcunque res conferendo quanta funt (magnitudine vel pretio quanta) aftimare : quod & Græcis dicitur xoxiled. Vox autem proportio reperitur à Cicerone aliquoties usurpata, quanquam sensu non uno exactè eo-Alias enim apud ipfum idem valere videtur quod fimplex ratio, nonnunquam verò rationum fimilitudinem vel analogiam designare: primusque videtur ille ipse ejus

* Δε (μῶν δὶ ὁ κάλλις Θ, ῶ ἄν ἀυτὸν κ) τὰ ἔυνδ έμενα ὅπ μάλιςα ἔν ποιῆ. Τἔτο) πέφυκε ἀναλογία κάλλιςα ἀποθελεϊν. usum adinvenisse, saltem ad res Mathematicas primus applicuisse. Sic innuit in fragmento quod Timæus inscribitur, vel de universo: verba sunt, * Sed vinculorum id est aptissimum atque pulcherrimum, quod ex se atque de bu

qua

II.

Aram

nem.

atio,

luos

: fed

jam

rcam

10204

pe.

fiffe,

dici-

rmi-

uem

du.

nan-

pro-

npa-

ver-

are,

cunudi-

d &

pro.

fur.

eo.

lere

nam

iam

ejus

res

icu-

nto

de

vin-

pul-

bi

qua

que aftringit, quam maxime unum efficit. Id optime asequitur qua Gracis avaxozia, Latine (audendum est enim, quoniam hæc primum à nobis novantur) comparatio, proportiove dici potest. Porro sapius in isto libello proportionis utitur vocabulo, sensu tamen, ut videri pramonitum, aliqua vario. Ejus autem effingendæ hinc accepta videtur origo vel occasio. Cum in corrogandis vectigalibus, & importandis oneribus publicis, pro facultatum modo fecundum aquas leges taxato, fua cuique pars persolvenda cesserit, quæ nempe rata cujusque portio dicta est; hinc unusquisque solvere dictus pro portione, vel pro rata sua portione; hinc emersit vocabulum proportio, dignum visum Ciceroni, quum Gracas literas suo donare Latio studeret, quod λόρον & αναλογίαν, obvias Platonem & alios Gracos Philosophos inspectanti voces, referret & exprimeret. Sed manum ferulæ subducamus, & Grammaticorum egressi scholis videamus quid per xó20v esque respondentem rationem, & proportionem (juxta frequentiorem & probatiorem usum proportionis, nonnunquam enim analogiam fignificat, hoc est, proportionalitatem) intelligant ipsi Geometræ, quæque sit hujus adeò triti vocabuli genuina notio disquira-Permirum siquidem videatur ejusce de rei, quæ paginam ferè replet utramque, nulquamque non occurrit in Mathefi, natura viros inter Matheseos haud in postremis peritos acriter disceptari. Quasi nesciri possit res tam obvia, toties jactata, adeò diligenter Unde proveniat hoc? Inde opinor, exculia. quòd perdifficile sit res admodum abstractas ez

N 3

& universales, præsertimque modos & rela.

Le

am,

bro!

mon

Sup

vete

defi

nihi

ftos

um

cui

ado

mù

da

tio

tic

na

à

te

T

f

tiones rerum, vel imaginari distinctè vel accurate definire. Ferè neminem arbitror fore, faltem e gnaris Mathematum, qui non utcunque quantúmque satis est intelligat, quid velit ipse dum profert hoc vocabulum, quidque concipiant alii proferentes ipsum: sed non ita forsan in promptu est ei respon. dentem conceptum mentis, proprium vel alienum, aliis verbis explicare, hoc est, ipsum definire. Hinc litigandi causa non se. cus in hac quam in aliis plerisque consimilibus materiis, à sensu disjunctis: subnotavit hoc Cartelius, & inde vitio vertit Philosophis morosam illam verba definiendi curiosi-Princ.I.10. tatem, iftis verbis; Non bic explico multi nomina, quibus jam usus sum vel utar in sequentibus, quia per se satis nota videntur. Et sæpe adverti Philosophos in boc errare, quòd ea qua simplicissima erant, ac per se nota Logicu definitionibus explicare conarentur; ita enim ipsa obscuriora reddebant. Quæ subtilissimi viri observa. tio vel inde validissime confirmatur, quod circa definitiones istas raro convenit interil. los, qui saltem nulli secta nomen suum addixerunt; at quam unus probat, alter respuit, & vel minus aptam, aut non satis accuratam judicat definitionem. Ut & exinde quod illorum abstractissimorum nominum definitiones raro vel nunquam demonstrationes ingrediantur; nec inferviant(qui tamen primarius definitionum usus est & scopus) conclufionibus eliciendis; instantiæ causa, jam obiter, sed opportune, adnoto definitionem 78 xóys traditam in elementis, nusquam in toto elementorum systemate, nec alibi (quod sci-

am, imò diffricte aio non alibi) quovis in libro Mathematico citatur aftruendæ ulli demonstrationi, vel conclusioni deducenda. Suppeditet alterum exemplum vox Sasmua veteres apud Musicos, quod ex iis nemo non definit, at verbis discrepantes, & sensu nonnihil varii à se omnes : apparebit id Arifloxenum, Euclidem, Nicomachum, Bacchium, Aristidem, Gaudentium, Capellam, si cui ad Inbitum erit, inspectanti. Sed rem adoriamur propiùs. Adnotanda verò primum occurrit ambiguitas, vel distinctio quadam, cui subjacent vocabula ratio & proportio, etiam prout illa usurpantur à Mathematicis; Latinorum (inquam) vocabulorum, nam Græcum λόγ &, ut existimo, non agnoscit istam homonymiam. Duplex igitur à quibusdam statuitur ratio vel duplex proportio, uni nomen indunt Arithmeticæ, alteri Geometricæ rationis vel proportionis. Quibus explicandis prænotetur imprimis rationem utramque, quæ dicitur cum duorum homogeneorum quantorum comparationem innuat qualemcunque, ad classem istam feu categoriam entium spectare, quæ 72 ωρός π Aristoteles, alii relationes vel habitudines, Græci & Ces indigitarunt. Quorum duorum quantorum seu terminorum (terminum enim vocant Mathematici horum correlatorum quantorum utrumvis: "Oe @ (inquit Theon Smyrnæus) o 70 καθ εκαςον αποφαίνων ίδιώμα τ λερριένων, οίον αριθμός, μέγεθ Φ, Nivajus, ογκΦ, βάρ Φ. Terminus est qui peculiarem dictorum naturam, seu proprietatem exprimit, ut numerus, magnitudo, moles, pondus. Et alibi cla-NA Tius,

relaè vel bitror

li non ligat, ulum, fum;

fpon.
vel
t, ip-

n se. mili-

tavit losoriosi-

multa venti-

e adfim-

rva.

uòd r il-

ad-

urauòd niti-

inma-

cluobios

oto fciam cap.XX.

Lect.II

riùs, Opes à lequel ra ouogern, no ouogis λαμβανόμενα els σύγκριση · Terminos dicimus quæ cum genere vel specie conveniant. in comparationem adfumuntur. Horum (inquam) duorum terminorum in comparatione prior appellari consuevit ny suer @ antecedens, ei verò correlatus polterior émiller & consequens. Hoc præmisso, Arithmeticam rationem seu proportionem, appellant nonnulli duoru quantorum, The xT To Go Ex en x Exλειπειν οκοιν (verba funt Scholiaftæ veteris à Meibomio citati) relationem secundum differentiam, quatenus unum excedit alterum, vel deficit ab altero (possit adjici x 7 70 io 20, adæquari, fibi vel nihilo differre; nam & inter aqualia quanta potest institui comparatio, potéstque singularis hæc ipsorum relatio denotari per m' differre nihilo, quod inter excessum & defectum medius interjicitur li-Per differentiam autem hic intelligimus ipsum to dapépen, fingulari modo comparari vel referri hoc ad illud, non abfolutum id quantum, quod post unius ab altero subductionem est residuum, quod quidem Sacopà & differentia plerunque dici-E.g. relatio quæ versatur inter lineam tripedalem & lineam bipedalem, juxta quam illa superare concipitur hanc linea pedali; vel inversè, relatio bipedalis ad tripedalem, quatenus illa concipitur ab hac deficere quantitate linea pedalis, appellantur rationes Arithmeticæ, illa excessus, hac defectus; ipsa verò pedalis linea, absoluta magnitudo, quamvis differentiæ nomine venire solet, attamen ratio non est; sed hæc excedere vel deficere ratio dicitur Arithmetica. Hanc talem Le

nar dix tro

> te tu ag re

> > pe all bi

ni 8

]

3

ici-

nt,

ne

ce-O-

ra-Illi

έλ-

s à fe-

rel

id-

er

io,

le-

X-

li-

li-

do

al-

uici-

ım

m i;

m,

re

O. S;

0,

tel

10

m

talem (aio) quantorum habitudinem ad fe invicem nonnulli rationis Arithmetica donant appellamento. (Cur Arithmeticam dixerint non jam disputabo, res quippe controversa est; tantum inde sic denominatam videri dicam, quod analogiam quandam veteresArithmeticam appellarint, qua de causa tum dispiciendi locus erit, cum de analogiis Verum apud Gracos nusquam agemus). reperio λόμον aliquem Arithmeticum; semper ii quantorum xô20v contra distinguunt ab ipsorum differentia, quæ significant vocabulis Sapopa & ispozu. nec raro siasuua nuncupant (intervallum, spatium, distantiam, non ex positione locali resultantem innuentes intercapedinem, ast diversitatem & quasi distantiam in quantitate, per quam unum abelt ut alteri sit aquale; determinatam quandam ab æqualitate remotionem) per xó201 autem (ut opinor) perpetuò designant illam quantorum 2601, quæ dici folet ratio Geometrica, vel ratio simpliciter. Apud omnes enim cum ratio ponitur ameλύτως, & ab epitheto libera, ratio intelligitur Geometrica, hoc est, ea gens juxta quam unum quantum alterius totuplum vel quasi totuplum concipitur (ita continere aliud, vel ita contineri in alio, ficut numerus iste continet alium, vel continetur in alio; vel saltem ficut expositorum duorum quantorum illud continet hoc, vel continetur in hoc) quo pacto v.g. relatio linex tripedalis ad bipedalem, juxta quam illa semel hanc, & ejus infuper semissem concipitur includere; vel ad hancle habere, ficut numerus ternarius ad binarium, dicitur ratio Geometrica, vel ratio (fimpliciter) sesquialtera: inverséque relatio linea bipedalis ad tripedalem, juxta quam illa duas hujus partes efficit tertias. vel fe habet ad hanc ficut numerus binarius ad ternarium, dicitur ratio sesquialtera. E quibus utcunque liquere potest, quantum interfit discriminis inter hasce duas relationes. Arithmeticam & Geometricam, quas ap-Valde different enim aliud hoc pellitant. velillo excedere, & aliud toties (vel quafi toties, id addo certa de causa posthac infinuanda) continere; hoc vel illo deficere, & toties ab alio comprehendi. Vulgò explicatur hoc discrimen haud male ex modo, quo investigantur & innotescunt ha relationes, tum saltem quum termini comparati numeris exprimuntur (exceptionem hanc oppono, quia video propter illum neglectum rationum doctrinam aut perperam aut obscurè tradi) sed ponamus terminos inter se collatos numeris exprimi; tum invenitur ipforum Arithmetica ratio, subducendo terminum consequentem ab antecedente; Geometrica verò dividendo terminum antecedentem per consequentem (invenitur inquam, hoc est, indicatur, æstimationi nostræ subjicitur). E. g. comparando duo quanta numeris ternario & binario denominata, lineas puta tripedalem & bipedalem, fubducendo binarium ex ternario relinquitur differentia unum, vel una pedalis linea. transpositis terminis auferatur linea tripedalis ex bipedali remanet minus uno, vel de. fectus unius linex pedalis pro differentia; ex his verò refiduis inclarescunt relationes quoad differentiam, vel Arithmeticæ propofitorum fitorum quantorum rationes; quatenus fi inventum ab utravis subductione residuum addatur consequenti, summa resultans aquabitur antecedenti: nam in priori comparatione 1-1-2=3, in posteriori -1-1-3=2. (Huc verò tendere videtur omnis quantorum ou skeins, ut ad æqualitatem, quæ præ reliquis maxime fimplex, unice permanens, facilliméque comprehensibilis est relatio, redigantur alia, & utcunque per eam æstimentur). Vocatur autem prior relatio ex priore differentia excessas unius, altera defectus unius, itidem scilicet ex differentia posteriore. Jam verò si comparentur duo quanta. repræsentata numeris 20 & 4, dividendo antecedentem 20 per consequentem 4, fit quotiens 5; sed invertendo terminos, dividendoque 4 per 20, furgit quotiens $\frac{1}{3} = \frac{4}{20}$. Hisce verò quotientibus declarantur rationes Geometrica propositorum quantorum, quatenus fi quotiens inventus per consequentem multiplicetur, productus emergit æqualis antecedenti: nam in priori comparatione 5x4=20, in posteriori verò 1x20=4; quomodo res iterum ad æqualitatem revocatur. Denominatur autem prior relatio à quotiente invento ratio quintupla, posterior avliseoo ratio subquintupla, itidem à quotiente . Ast causa mihi jam reddenda videtur, quamobrem aliter quam vulgo fit Arithmeticam rationem explicuerim, non subducendo minorem terminum à majore, fed indifferenter consequentem ex antecedente. Causam assignare licebit multiplicem: Primo, commodior est hic modus isti, cui declarando infiltimus, discrimini rationum

ir

num harum diversarum per subductionem & divisionem declarando. Quia secundum hunc modum subductio, qua indicatur ratio Arithmetica, per omnia respondet & qua. drat divisioni, qua ratio Geometrica decla-Namjuxta nos peragitur isthic duplex subductio, ficut hic duplex divisio: subducitur isthuc terminus major à minore (que improprie est subductio) ficut hic dividitur minor terminus à majore (quæ impropria est divisio). Emergit isthuc residuum nihilo minus, ficut hic quotiens unitate minor; illuc ex consequentis & relidui additione semper sit antecedens, plane sicut hic ex consequentis & quotientis multiplicatione procreatur antecedens; ita pulchrè congruunt omnia : commodior igitur est hic modus altero, juxta quem fit tantum una subductio, differentia tantum est unimoda (semper intelligo positiva) seu major nihilo, nec reliqua quovis pacto bene consentiunt. Secundo, in se quoque verior est, & ipsissimæ rationi convenientior hic modus rationes Arithmeticas per subductionem expli-Quum enim comparando duo quancandi. ta inæqualia terminorum transpositio duplicem efficiat wav (non enim eodem modo refertur major terminus ad minorem, quo minor ad majorem) per unicam differentiam, minoris è majore subductione, acquisitam vel inventam, hæ duæ rationes non explicantur recte & ex usu. Præstat eas duabus differentiis exprimere, altera positiva excessum, altera negativa desectum indicante. Non idem est difficere quod excedere, non igitur eodem signo denotandi sunt excessus 8

& defectus. Hoc quum non observarent aliqui, nullam dari quoad Sapoear quantorum ofor afferuerunt ; quoniam fi daretur aliqua, duplex esse debuerit; at disferentia positiva simplex est & unica. Nicomachus in Enchiridio Harmonices, Kaxes 30 0100) Sacopar x र्राण में बंग के वंग हों) : id's 20 नवे Sio Trods to Ev Stapopav Mer Exertli authi, li Ev mpos No, gear j's The authe . Male opinantur qui differentiam or relationem pro codem babent: ecce enim duo ad unum differentiam babent eandem, quam unum ad duo, sed neutiquam eandem relationem. Satis consequenter arguit ex unicæ differentiæ hypothesi; at enim respondeo quòd differentia inter 1 & 2 sit -1, significans 1 à 2 deficere uno; differentia vero inter 2 & 1 est -1, significans 2 superare 1 ipfo 1. Quum igitur duplex fit differentia, nil obstat quin sint duæ relationes sibi quafi contrariæ vel univerfæ. (Malè igitur Theon ille Smyrnæus, Nicomacho confentiens, Two javious Sidenua uer es x 70 auto, cap.30. Ep énalées énarepor · Nóz & jeree & nieran i O exalept mpos exa Tepov. & que lequuntur in eandem fententiam). Sane vix percipio cur non aquè confundi debeant rationes Geometricæ, quæ inter duos terminos inæquales, ex terminorum intercedant Metathesi sic nt pro una ratione habeantur, æquè ac vulgò commiscentur, próque una censentur relationes secundum Sagoeav, qua inter terminos itidem æquales versantur. Nec obstat quod impropria sit hujusmodi subductio majoris à minore, quódque difficile videatur concipere quid ipso nihilominus. Nam haud ferè minus impropria censea-

tur

hæc

inte

cam

nen

niù

nar

doc

ifti

lun

cri

tur

Ar

ter

car

tar

thi

da

rei

ne

fei

m

CO

m

ur

fil

V

tur divisio minoris per majus, neque facilius videatur concipere quoties majus à minore Satis est quod hujusmodi subcontinetur. ductio, pari modo ac istiusmodi divisio, exactè calculo paret, ac legibus subjacet Arith. meticis, & non fine ratione confingitur aut Adjici posset hunc subducendi adhibetur. modum, quoad alia valde utilem esse, præfertim in progressionum Geometricarum comparatione cum Arithmeticis; & imprimis illarum progressionum, quæ utrinque ab unitate procedunt hinc crescendo, illinc decrescendo; sicut enim crescentibus terminis exponentes affignantur positivi, ita decrescentibus commodissime tribuuntur negati-Sed hoc non est jam persuadendi locus. Moneo tantum in Geometria facile differentes hasce negativas, seu nihilo minores terminos exhiberi. Nam ab eodem fixo limite tantum in partes statuuntur & computantur contrarias iis, in quas procurrunt termini positivi nihilo majores. Ut si in linea reéta indefinité extensa dux recta AM, AN,

MAM

fumptæ utrinq; in partes contrarias, singulæ æquentur cuilibet rectæ Z, & recta AM anterius excurrens repræsentet — Z, tum AN retrorsum accepta repræsentabit — Z. Ut puta nantem ab A versus anteriora, sed adverso flumine brachiorum contentione progressurum ad M, sed sluminis impetu duplo valentiore retrò deportari. Igitur ab eo consectum iter erit AM—2AM vel — AM, ab A versus partes à tergo positas computanda, & pertingent ad N. At sufficiant hæc

hac aliquatenus illustrando discrimini, quod inter rationes Arithmeticam & Geometricam intercedit, per subductionem & divisionem. De eadem forsan re posthac opportuniùs & accuratiùs disseremus, quum examinanda veniet eorum sententia, qui rationum doctrinam numeris volunt alligari, & qux itti cohærent disquisitioni. Nunc unum solummodo vel alterum harum relationum discrimen attingemus, ex ipforum natura peti-Illud imprimis advertatur rationem Arithmeticam eandem unius tantum generis terminis exhiberi, rationem verò Geometricam cujusvis generis quantis bene repræsentari vel exprimi. Causa est, quia ratio Arithmetica determinatur per absolutum quiddam intra certum genus constitutum, disferentiam nempe quantorum duorum homogeneorum, quæ terminis ipsis ita comparatis semper homogenea existit: sed ratio Geometrica determinatur ex modo, quo res una continet aliam, vel continetur in alia, qui modus terminorum heterogeneorum conjugationibus variis æque potest competere; unde fit ut quælibet duo quanta fint apta nata quorumvis aliorum duorum quantorum similiter affectorum relationes exprimere, vel menti aftimandas subjicere. Eg. ratio Arithmetica duarum linearum inæqualium solis duabus lineis (non duobus ponderibus, temporibus, corporibus) exhiberi potelt, quia nulla linea pondere quovis aut tempore, vel corpore lineam alteram excedit, at aliquâ lineâ tantum, eâque secundum absolutam fuam quantitatem definita; sed ratio Geometrica duarum earundem linearum expri-

te

n

ni

ti

id

la

de

ti

de

de

2

n

q

al

n

u

n

D. Wallis Arithm.p.

mi potest duobus ponderibus, duobus temporibus, aut aliis cujusvis generis duobus quantis: ut nempe quæ pedem inter & un. ciam longitudinalem versatur, ratio reprafentetur libra & uncia ponderibus, anno & mense temporibus, aut aliis quibusvis fimilibus terminis, quorum unus alterum continet duodecies; quia scilicet harum conjugationum utut secundum absolutas suas quantitates invicem heterogenearum termini inter fe collati codem fe modo respiciunt, versus se consimiliter affecti sunt. Exhinc ansam cepit doctiffimus vir dicendi, Rationes omnes Geometricas quarumcunque ad invicem quantitatum effe inter se homogeneas, quippe in genere nu-Adjungítque poltea, Ubi commero o omnes. paratio fit quoad rationem, que emergit ratio comparatorum, genus non raro deserit, & transit in genus numerosum, cujuscunque sint generis qua comparantur. Quæ tamen dicta minus probo, cum aliis de causis non jam exponendis, tum quia nullum ego vel rationum vel numerorum genus, sub quantitate comprehenfum agnosco; nec enim rationes sunt mea sententia quantitates, nec quantitatis capaces (ut suo posthac loco conabor evincere) fed meræ relationes in quantitate fundatx; numeros autem pro nominibus tantum & fymbolis habeo rerum quantarum, quod jam antea sæpiùs exposui & astruxi. Addo manifestum videri, quòd cum duo quanta comparantur inter se (ut scilicet ipsorum ratio per artificiosas quassibet operationes Arithmeticas vel Geometricas investigetur, hoc est, menti nostr z comprehensibilis & zstimabilis reddatur) non tamen inde nova procuditur

ditur aut emergit ratio, quam eadem aliis terminis exhibetur; nec unquam ratio genus suum deserit, sed diversi generis terminis, simplicioribus ut plurimum & menti notioribus exhibetur; plerumque quidem (cum id fieri potest) numeris, ideo quia hi symbola funt rerum mensuris ad nostrum captum determinandis accomodatissima. Percontanti v.g. quam rationem in valore vel in pondere habet folidus ad drachmam, qui respondet, rationem habet numeri 12 ad 4, non aliam producit rationem, at quæsitam exponit terminis numericis; & qui porro querit quæ sit ratio numeri 12 ad 4, dividendóque antecedentem 12 per consequentem 4, comperit hanc effe triplam, non is novam rationem educit aut enunciat, at propositam exprimit terminis facilitis æstimandis, hocest, numeris, issque tandem minimis ternario ac unitate. Oui dicit enim illud hujus triplumesse, dicit æquipollenter, & illud vult intelligi illud ad hoc fe habere ficut 3 ad 1; antecedente scilicet expresso, sed consequente (qui semper in hujusmodi rationum denominationibus est unitas) verbo tenus suppresso, re subintellecto. Hinc altera diversitas harum rationum adnotari potest, quòd Geometrica semper duobus terminis, saltem quoad intelledum, exprimitur, issque semper positivis (nam etiam duorum negantium terminorum ratio politiva est, puta 75 -4 ad -2 elt dupla, vel ut 2 ad 1, quod inde patet, quia multiplicando terminum utrumque per -1, producitur-1-4 & -1-2, habentes se ut 2 ad 1). Sed Arithmetica ratio tantum uno termino exprimitur, coque non-

ru

74

m

Ta da

fi

tu

2

20

P

C n

'n

nonnunquam negativo: ut talis ratio inter 1 & 3. commodissime indicatur per negativum terminum -2, ut supra mox admonitum. Accedit quod Arithmetica ratio reperitur inter duos terminos diversis signis affe. ctos : at inter tales nulla versatur ratio Geometrica. E.g. ratio Arithmetica inter 2& -2 elt eadem rationi que inter 6 & 2; nam utrobique excessus antecedentis supra consequentem est 4, at 2 ad -2 nullam Geometricam obtinet rationem; habet enim fe ad illud, ficut aliquid ad plufquam infinite parvum, nec ullus est cogitabilis numerus, utcunque magnus, qui non fit minor respectu unius, quam 2respectu -2. Porro, zqua. lium ratio Geometrica semper denominatur unitate, ratio Arithmetica nihilo; majoris ad minus ratio Geometrica, numeris explicabilis, denominatur unitatem excedente numero, integro vel misto. Pariter & ratio Arithmetica nihilum excedente differentià, (quæ tamen unitatem non semper attingit) minoris autem ad majus ratio Geometrica -semper fractione vel numero, qui sit unitate minor denominatur, at ratio Arithmetica talium terminorum signatur infra nihilum subsidente numero negationem involvente, ut antehac inculcavimus. At verò de harum rationum discrepantiis diximus plusquam sa-Cùm igitur adeò natura diversæ sint ha relationes, idem rationis nomen utrique non conveniet univocè quod aiunt; adecque præflat id vocabuli Geometrica foli appropriatum relinqui. Nosq; dimissa jam ista axupus dica ad propius explorandam bujusce Geo. metricz rationis notionem accedamus. Aperuiffe

er

ti-

ni-

e-io

ram

m

te

u

1.

r

0

I.

ruisse viam ancipitiis præpeditam sussecrit na vov. Ei proxima Lectione preside insistemus; interim (auditores optimi) precor valeatis.

LECT. III.

Rafationibus utcunque defuncti, discusfisque que se objecerant ambiguitatum nebulis, ipfam Geometrica rationis naturam jam aggredimur inquirendam & ene-Geometrica verò ratio, vel ratio simpliciter (hoc enim fensu deinceps perpetuò hoc vocabulum ufurpavimus, ut & ei aquipollens proportio) ratio, inquam, vel proportio, & x62 & definitur ab Euclide (vel ab Eudoxo fi quidem is fuerit, ut perhibetur, elementi V compositor) Δύο μεγεθών δμογε-एकि में भी मात्रामित माठेड बेत्रमात्व माठा प्रदेds. Circa quam definitionem duo quani possunt & disceptari; primo que sit ejus gehuina mens, tum an ipla latis proba fit & ac-Utrique disquifitioni fatisfacere cocurata. nabor, ad fingulos ejus terminos quædam annotando, quò magistri nostri simul interpretatur sensus, & tueamur auctoritatem. (Ignoscite verò pugnacitati mez, neque sequius accipite, quod pietate quadam adductus immeritis undique criminationibus impetitum Geometriæ patrem & principem studeam vindicare). In omni imprimis definitione spectandum est, ut res definita ad certam entium classem restringatur; id enim ad

tis a

desi

Met

70 p

MES

272

nus

feòs

fugi

Rati

dear

insig

Eucl

ram

ratio

clide

habe

vacu

cauf

0 50

94019

hilfi

ratio

omn

eft r

magn

cogi

quar

fuo 1

tùm

fuun

(qui

tillir

rem

fibi

cont

ejus naturam determinandam, & ab aliis fe. cernendam, apprime confert. Ergo primo genus inquiritur : hoc in hac definitione eff gens, habitudo vel relatio; recte quidem. nam quum omne quantum dupliciter considerari possit, vel ut certam quandam absolutam sui generis extensionem (absolutam, inquam, & ex intrinseca naturæ suæ pro. prietate determinatam) habens, vel quatenus cum alio quanto collata certo versus ipfum modo se habet; cujus modi comprehensio menti nostræ deserviat, ad quantitatem ejus absolutam melius concipiendam, & aliis enunciandam; certo modo, dixi, fe habet, hoe est, ut vel ei penitus congruat & æquetur, vel inæquale fit ratione quadam peculiari, quæ per numeros (hoc est, symbola quantorum in æquales partes divisorum connotantia) vel per aliorum quantorum eodem modo se habentium expositionem, nobis utcunque nota reddatur & astimabilis. noscite quaso vos rem explicatu perdifficilem, & subtilitate sua mentis attentissima cogitationi illudentem, crassiusculè laboranti illustrare) hoc autem certo modo se habere versus aliud, alteri fic æquari, vel certa ratione quadam inæquale esse dicitur (ex instituto dicitur, consensuque magistrorum rebus in hac scientia consideratis nomina prascribentium) hanc vel illam ad alterum rationem habere; & respectus ipse talis abstracte sumptus ratio nuncupatur, quæ proinde meritò relationum classi seu categorix accensetur: liquet enim ipsa quanta hoc pa-Co considerata fore Ta mgos n referri ad le mutuò, cuncta subire, quæ relatis & correla-

ft

n

a

e

tis affignant Logici; unde prima 7 reós n desumpsit hinc exempla Philosophus, cum in Metaphylicis tum in Logicis: Olov (inquit) के प्रस् (or मही विमाह हराए हमहे अहरही • मार्गेड रहे עוצל בין לפין יום לוחאמיחסי הצל ניחוף בצועי ετέρελεχε) · πνος χο διπλάπον. Nihilominus tamen hoc nomine mirificus iste Mathefeòs hodiernæ castigator nostras, Euclidem sugillat inclementissime & irreverentissime. Rationis, inquit, definitio (hanc innuens Eucli- Pag. 14, deam) satis inepta. Iterum, Id quod Euclides 100, 88, insignificanter dixerat. Adhuc, Fieri potest ut. 82. Euclides non fatis ipse perspexerit rationis naturam; imo fieri aliter non potest, cum definierit rationem per moid gens. Denuò censet Euclidem hoc loco tuffiisse, hoc est, cum nihil haberet quod ad rem diceret, sonum mentis vacuum edidiffe. Sed bona verba; quæ causa tam tragice sæviendi ? quia scilicer o sorxeiolis rationem per gion definivit; gens autem quod tu capere potes, aut vis nihil fignificat: quid facias hoc homine? iple rationem, teste seipso ac judice, verè sicut omnia & accurate definit, hoc modo, Ratio Pag. 45est relatio antecedentis ad consequens secundum magnitudinem. Ratio est relatio, quid aliud cogitavit aut voluit Euclides? quis ejus unquam mentem aliter cepit? Sed pro jure suo vult hic ordinis Dictatorii vir non tantum ipse loqui, sed alios loquentes intelligere suum ad modum & arbitrium; adsumit sibi (quis enim prohibeat?) vocabulorum peritistimus faber, animi sui sensum præter morem efferre, sed nec eo contentus adrogat sibi potestatem, alienas quoque sententias contra commune suffragium & receptissi-

CO

no

fic

un

ce

CI

CU

hi

tte

el

CE

a

ir

r

n

mum usum interpretandi. Exias, quando ficiple jubet & flatuit, habitudinem fignificare debet; habitudo verò nihil, quicquid alli plerique reclament mortales, ista voca. bula certos ad fenfus fuos defignandos adhi-Grammatici congruentiam illam bentes. seu connexionem inter substantivum & adjectivum, nomina intercedentem geon ovoqui-Two vocant. Theologi disputant an imagines fint adoranda gelinos, hoc elt, propter ow feu relationem quam obtinent ad prototypa que representant. Illas que cognatos & affines versantur relationes, ex naturz conjunctione vel mutuis pactionibus oriundas, communis fermo gover defignat appel-Iamento. Plaustra liceret exemploruminvehere; sufficiat probatissimi unius Grammatici luculentum testimonium: 'H gens (inquit Suidas) em 7 mpos n xege), olar προς πατέρα ύιος, προς φίλον φίλ . τάνα 26 में ह्रामा हिन्दी केन के प्रशासकार, तीरे में प्रहेत्सड अवि संविध्य ? अविंड कि म संवोध भे नवे भी वर्ष भारता. σιν λερόμενα, οίον μικρον, μείζον, διπλάσον, A Stren un, & ai dnors. Non igitur vocabufum gens prorfus infignificans & sensus expers est, at certe quiddam apte satis notat, nec aliud plane quam ipsam relationem. Sed quæro(inquit adversarius)quid eff quod boc loco babet, quid quod babetur ? Et an ratio dicatur babicudo, ab eo quod ipfa babet aliquid, vel ab eo quod babetur? Et siquidem habet quid sit quod babet, fin babeatur a quo babetur. Que omnia sunt inepra. Ad quæ regero, quum ab iplo ratio dicitur relatio, sciscitor & ego quod sit ifthic quod fertur aut refertur, unde velquò fertur; qui motus ishic inter terminos duos com-

Pag. 45.

ido

if.

uid

ca.

hi-

am

je-

w-

gi-

er

0.

la-

12

n-

1

n.

11-

TIS

1.

comparatos reciprocatur. Scilicet revera non vacat ineptia vocabulorum vires & fignificatus itrictà severaque lege solis ex etymis colligere vel adstruere, qui potius ab utentium consuetudine consensuque, cui suam unicè fignificandi vim ac potestatem debent, accipiendi funt & approbandi. Quanquam cum to Eyen innumeris modis usurpetur, nihil usitatius sit Philosophis, quameo relationem & respectum 7 mpos n denotare. thoteles in Categoriis, Est 3 no is moss moss THE TOU THE TOPOS TO THE EXCEPT. Relationum essentia consistit in hoc, quod ad aliquid se certo modo habeant, vel quodammodo fint affecta. Hlud autem habere fundamentum innuit verum & reale quod habetur & reperitur in terminis singuiæ cujusque relationis, propter quod vel secundum quod se mutuò respiciunt. Habetur v.g. (quò plenius respondeatur adversario) determinata quantitas in terminis cujuscunque proportionis, propter aut juxta quam una comparatur cum alia; unde forma loquendi frequentata Geometris, nec ab ipso non animadversa, quæ rationum similitudines explicantur per es Exes, & Tus Exes 'Ut fe habet A ad B, ita fe habet C ad D. Non igitur delirat Euclides (is cui tot seculorum communi voce toties acclamatum est, nusquam erravit) sed eius censor insolenter cavillatur; non is infignificanter scribit, all hic oscitanter legit; non ille rationis naturam minus perspexit, at hic rationem explicantis verba pervertit; non denique tuffit Euclides, sed & Seva inverecunde crepat: omnino fane dignus, cui talionem quis remetiatur, & illud increpet 0 4 Hu-

Nisom. Mul.1.1.

p. 24.

2.

Cap. 19.

Euripideum, — Έπειτα μη καλα

Λέγειν ετόλμας, τληθεκ τα μη φίλα. Sed illum foleo nimium morari; (unum obiter adnotabo, quod Nicomachus Gerasenus m Musicis, qua ratione vel authoritate fietus nescio, ordine permutato geow habet pro specie, xó20v pro genere; Exems, inquit, Noy D (Est v) ev Exas w dashudle meren linds ர் வாரைம் சமைs. Post genus in accidentium definitionibus subjecta proxime spectari debent, in relationibus qui dicuntur termini. Hinc adverto proxime + 501x 410 120, cum Geometrica materia dicaret hoc elementum magnitudinem solummodo rationum definiendam suscepisse. Hinc habetur mesedwi. pro quo fiquidem ratio generalissime definienda estet, substitui deberet 7 mowy aut ? opay ficut apud Theonem Smyrnæum, Λόγ & δε έσιν ο και ανάλογον δυοίν όρων ομογενών ή πεδε αλλήλος ποια γέσις · & Ni-Lib. 2.p. 62 comachum in Arithmeticis, Aon @ Est No όρων προς αλλήλες χέσις. Reprehendit autem auctorem nostrum Ramus hac de causa, quod magnitudinum rationem seorsim definierit, quum ratio convenit omnibus rebus : Elenchus (inquit) toto libro perpetuus est Logica & Arithmetica, ad posteriorem materiam de magnitudinibus alligara. Respondeo primum, faltem ab hoc ipso censore majorem committi elenchum, qui rationem numeris alli-

Schol. 13.

gat, materiæ æque speciali & minus aptæ: Arith. 2.23 Altera (inquit) quantitatis comparatio eft e numeratione conjunta, & dicitur ratio, que spelta. tur quotiens consequens in antecedente contineatur. Quasi verò quantitatis omnimoda comparatio numerationi subderetur, numeris con-

gener Num tioni tùm mod

Lect

conve

mi po

ration furdas

datur

vide puu tati cur

dor

cer ph ve ru fir

ÉX

Lect.III. Mathematica.

0

conveniret omnis ratio, vel numeris exprimi posset. Satis constat, nec ipse diffitetur. rationes qualdam dari axóyes & appirtes, furdas & numeris inexplicabiles; at nulla datur in universum ratio, quæ in cujusvis generis magnitudinibus nequit exhiberi. Numerus igitur ineptius adfumitur pro rationis adaquato subjecto; magnitudo multùm aptior est, utpote cui nullus rationis modus, nulla species non convenit. do respondeo, cum (ut jam olim abunde mihi videor comprobaffe) magnitudo fit pracipuum & folum proprie diclum genus quantitatis, & reliqua non nisi x géou, x ueloylui, nal' avanoviar, adeoque non nisi secundario quantorum attributa fibi vindicent, cumque nos id bene doceat Philosophus, id rationem exigere talium, 7 προς έν vel analogorum, ut quæ primaria sunt eorum respectu communia symptomata seorfim, & imprimis definiantur ('Ampsorigov Met. 111.2. TPOS TO TO TOV EN EN EST HE IN 20 PLA TWS TOOS έκεινο λέγε). &, Ο πρώτως κι άπλως όρισμός τ άλλων όμοίως ες, πλω ε πρώπως) hinc merito magnitudinum ratio primum definitur & separatim, esque primario conveniens definitio nil obstat, quin ad aliorum quantorum rationes analogice transferatur. Et sanè quicquid magnitudinum rationibus verè tribuitur, & de iis demonstratur, id quantorum omnium rationibus exactè congruit; quatenus omnia quanta prout ipsam fuam absolutam quantitatem, ita respectivam quoque consequenter à magnitudine dependentem & determinandam habent. Respondeo tertio, elementi V conditorem, cum Clicut

VII.4.

VCI

inj

ph

pa

re

cla

du

ti

TO

li

q

q

1

(ficut paulo jam ante infinuatum) magnitudinum rationes rebus Geometricis illigatatas, fibimet unice proponeret excutiendas, ideo fatis habuisse fiduntaxat ipsarum natu. ram apertè profiteretur exponere. Scientiarum omnium particularium Magistris hoc in usu positum est: Grammatici modos & tempora describunt tantum, ut verborum flectionibus adfignificata: Rhetorici tropos & schemara, non ut rebus omnibus, sed ut dictionibus & sententiis convenientia: Ethicus virtutes definit, non ut ipsis comprehendantur, quas Plato toties prædicat, equorum canúmque virtutes, sed humanas tantum, & ras ut xóys mointenas. Musici rationes & dialternata non omnium explicant quantorum, fed 7 c 30 1700, hoc elt, sonorum Eurexon ne plura disciplina quaque particulares boc fibi juris adfumere solent, ut vocabulorum quibus expedit uti, laxiores alioquin fignificatus ad fuam specialem deducant, ad fubitratam fibi one fir adaptant aftringántque terminos fuos, quatenus ufurpant, eatenus definiunt aut describunt, cum aliis de causis, tum perspicuitati præsertim studentes, sed & aliquatenus consulentes brevitati; coscilicet vitantes, nè aut generalem quandam à suo proposito maxima ex parte fejunctam doctrinam aliunde cogantur repetere, vel dicendorum intelligentiæ conducentem explicationem omittere. fi Logica Ramaana legibus minus ad amusfim congruat hoc, non ideo rationis ipfius adversatur decretis, aut culpæ obnoxium elt; nam ex illis vel alijs quibuscunque Logicis præscriptis agere summo jure, summa

ver.

II

tu-

ta-

as,

tu-

en-

100

&

m

105

ut

li-

6-

0-

1-

.

t

11

t

versus authores bonos, & ipfas versus artes injuria fit. Quin aliud eft totam Philofophiam in unum corpus compingere, afind particulares scientias tradere; ilthic ordo rerum, & concinna brevitas, hic dictorum claritas, facilitas, firmitas potifimum attenduntur; ubivis interest doctrinam addiscentis captum accommodari. Sed nimis excur-Porro, responderi postet cum nonnullis, quod no mixel of fic accipi possit, utomne quantum defignet, per istius vocabuli levem quandam & fatis vulgarem na annory. Nam si numerus sæpe magnus dicitur, & pondus magnum, & magnum tempus, quidni resiftz quatenus quantæ dicantur aliquo modo мерон; & fic elementaris definitio directè fatis ad omnia quanta pertendatur? Verum Euclidis contra Ramzanam oppugnationem defensioni satis datum: pergo. Annoto tertio, cum magnitudines etiam heterogenez posint aliquo modo secundum aliquid inter se comparari, vel se mutuò respicere; linea nimirum superficiem respiciat, & superficies corpus, quatenus superficies ad lineam Pasansax (vocabulum est Euclideum) applicari potest velut ad latus ipsius, & corpus ad superficiem tanquam ad basin cui infiltat; útque fit linea superficiei perimeter, & superficies corpus ambitu suo claudat; potest & linea quoad unam dimensionem superficiei, superficies quoad duas corpori coextendi, ac eatenus ilta cum his comparari: neque non quoad communes alias affectiones, inter iftiusmodi quanta genere diversa, compluribus modis institui possit comparatio qualifeunque; à quibus tamen col-

.

tura

nive

gula

fe, v

bus

tur

as,

fuis

exi

vul

ud

na

na

ju

fp

C

collationibus emergentes respectus admodum discrepant ab hoc, juxta quem homoge. nea magnitudines ad se referuntur, modo quem hic intelligit, definitur; eapropter ad excludendos istos, quæcunque magnitudines inter heterogeneas versari possunt relationes, assignat proprios relationis à se designatæ terminos, adæquata rationis workelusya, limitibus suis circumscripta per adjectum δμογενών. Sola scilicet homogenea quanta rationem habere dicuntur, quia solæ sunt æqualitatis & inæqualitatis capacia, sola mutuum excessum atque desectum admittunt, & his adjuncta symptomata Geometricis speculationibus substrata : sed de hac re jam ante satis ubertim est dissertatum. Neque magnopere Ramum morabor hîc fane nulla cum rationis specie nos vellicantem: Imò verò (inquit) ratio ista quam sibi definiendam proponit Euclides aqualitatis & inequalitatis, communis est omnium rerum, linea que superficiei corporique comparari potest. Sic lib. 14. Elementorum comparantur corpora, superficies lineæ inter se ; & sic lunula Hippocratis quadratur. & anguli obliquilinei resilineis æquantur. At verò præter hunc censorem (ansas ut videatur arripientem omnes, & undicunque causas aucupantem lacessendi veteres illos scientiarum Magistros, quos tamen æquum esset non absque gravissima causa reprehendere, sicubique manifeste cespitaverint, mitius cum iis agere deceret nos, tantorum inventorum illis debitores; præter hunc, inquam, quis istiusmodi comparationes linearum cum superficiebus & corporibus, quales in 14 tractantur elemento, ad rationum na-

Schol. 13.

0-

e.

0

d

turam cogitavit pertinere? Cum pentagoni vel decagoni, pyramidis aut octaedri regularium latera qualiter affecta fint inter fe, ver erga radium circuli aut sphæræ, quibus inscribi possunt ista figura, investigatur; quis unquam censuit istas rectas lineas, seu latera figurarum, cum ipsis figuris fuis quoad rationem comparari? neminem existimo eò imperitiz accessisse. Id tamen vult Ramus aut nihil, ad rem certe nil aliud quantum affequor intelligere potest. Quis etiam unquam, illo supposito, lunulam Hippocratis, figuram nempe planam terminatam quadrato, vel alteri cuivis figuræ planx censuit heterogeneam? Quidni pari jure protulisset exemplum magis obvium fpharam cum cono vel cylindro comparantem, hoc est. corpus unica rotunda superficie comprehensam cum corpore mixtà superficie concluso? Nempe quid fit homogeneum & heterogeneum, saltem quid per ista vocabula perpetuò fignificant Geometræ, noluit intelligere, noluit o mozevesav & ereporeverar ab optoerded & ETEPOERded, distingue-Sed abhinc transeo, & adnoto quarto, quod cum etiam homogenex magnitudines, quoad ipsis accidentia multa, comparari queant (quoad speciales puta nonnullas proprietates suas, quoad situm, quoad localem distantiam, quoad ipsarum diversimodas qualitates; addo cum vetere Scholiasta, quoad valorem seu pretium, nal' a Elw (Sittos 28, ait, o roy & o per er agia, o d' en mo (a) ut e. g. dux linex secundum rectitudinem aut curvitatem similiter aut dissimiliter se habere possunt; una præsto sit, altera vigin-

40

ti stadiis abhinc semota; una sit alba, altera nigra; cum tamen hujulmodi relationum nulla fignificetur hic, iis fecludendis a jun. gitur x7 maxicoma, fundamentum scilicet indigitans hujusce relationis. Ad relatio. num quippe naturam explicandam post ge. nus expressum, & terminos rite constitutos. fundamentum proxime subjiciendum est. formalem ejus rationem ultime complens, & differentiæ, quam Logici vocant, essentialis vice defungens. Kala THAINÓTHA, quoad quantitatem, hoc est, quoad magnitudinis fue determinationem, vel magnitudinem ipsam determinatam; saltem secundum quod quæritur quante funt, & respondetur tanta. Nam wind @ maixor, cui relative opponi. tur mygrady hoc maixor, nil videtur aliud denotare quam magnitudinem ipfam, quatenus per suam (ut ita loquar) singularitatem determinatur in le, & ab aliis quantis distinguitur. Caula verò propter quam aliqua magnitudo, vel potius aliquod magnum (plerumque enim confunduntur nomina concreta & abitracta) tali modo refertur ad aliud magnum non alia concipi potest, quam ideo quod absolute tantam in le magnitudinem habet; ficut universim omnis relatio fundatur in aliquo absoluto. Unde non admodum probo, quod x71 mainoma nonnulli exponunt, secundum quod unum alterius tantuplum est, vel secundum tantuplicitatem (ejusmodinempe vocabula nihil verentur confingere No nata Anthor nescio quid significan-Præterquam enim v.c. quòd non bene fonet hujusmodi definitio duplæ rationis, relatio duorum quantorum secundum duplicitatem tatemere vero tione folut latio dicer

milit vel d nem citur que eand Nec

vii is eft, for vel is jorist latis dz. quar

& m fuo colli one ftim

> Sch non nec fibi

रंगा रंगा

TH

II.

LT.

m

in-

et io-

je. Os,

15,

2-

ad is

p-

I.

ıd

e-m

10

12

1.

0

n

n

tatem, videtur tantuplicitas intrinsecè continere vel connotare relationem quandam; at verò relationum fundamenta non funt relationes, nec relationum implicant, at res abfolutæ funt, propter aut secundum quas relationum termini ad se referuntur. Matè diceretur, opinor, hoc ei fimile elt, quia fimiliter affectum; at bene, quia calidumest vel album; seu propter calorem & albedinem qualitates absolutas : sic & aquale dicitur hoc illi, propter vel secundum utriusque magnitudinem absolutam, & propter eandem hoc illius tantuplum aut totuplum. Nec eadem de causa mihi perplacet illa Clavii interpretatio, Secundum quantitatem, boc eft, secundum quod una major est quam altera, vel minor, vel aqualis. Non equalitas, majoritas, minoritas, funt vocabula quoque relativa, nec idonea proinde relationi fundan-Quinimò cum ratio definitur, ipsæ aliquatenus & virtualiter æqualitas, majoritas, & minoritas, utpote sub ratione seu genere suo comprehensa, definiuntur. Unde male collocari videntur in ipsius rationis definitione. Non improbo tamen, & dignam existimo que memoretur observationem Greci Scholiastr, qui x7 maixoma potius quam z no onia consulto positum autumat, quia non omnes rationes numero exprimi pollunt, nec omne quantum alterius ullo comprehenfibili modo totuplum est: Enel per (ait) ? αριθμών πας λόγ & ρητίω έχει ποσότηα. נאו של הי שנבשנות בל חוד אלץ של יש שבשנות של היו של निर्माण बेश्रिया, ठीवे नहत्त्व माठ्ड जासहर दे मार्ड יסונ עש דצ אלטצ ד עניבושי דם אלון שואונים That is then do bulled if xi wantenoung it xi 770-

qui

que

tun

AT

ex

noi vâi

Ge TX

87

HE'

TIX

ME

VCI

hoo

for

qua

fide

dec

alii

tor

me

fue

def

qu:

tita

&

fco

ilti

feri

tion

nes

मठ निमीय हंडोंप, हे नर्वा कि हैं के रूप मार शर्मा यह onros · hocest, Noluit Euclides quantorum rationem fundari co The TOOT THE (in ipforum quotitate vel quotuplicitate) quia non omne quantum alterius elt more, toties ipfum con. tinet, aut continetur in ipso, vel persecte vel imperfecte, secundum se, vel secundum quaspiam ipsius partes aliquotas; set x7 สหมหัวที่ใน, quia faltem omne quantum determinatum in se quantitatem habet, juxta quam cum altero & ipso determinate quanto comparari potest. Sed objectatur huic de. finitioni sic expositx, quod xque conveniat isti quantorum relationi, quæ differentiam innuit ipforum To VTEPEXEN NEARH. жых же Сы. Nam & illa verè dicitur relatio quædam duorum quantorum ejusdem generis x maixoniz. Responded primum, cum za mane ma dicitur hic, subintelligi do mon secundum ipsorum terminorum quantitatem. At relatio differentiam innuens non videtur in ipforum comparatorum quantitate fundari, sed in quantitate tertii cujusdam, excessus scilicet, seu quanti absoluti, quo antecedens exsuperat consequentem, velabeo Ejusmodi nempe relatio quæ versa. tur inter 10 & 8, fundari videtur in binarii quantitate, non in ipforum 10 & 8 numerorum quantitate. Nam relationem istamsatis indicat, exprimitque solitarius ille terminus, exhibitus nempe numerus binarius; at Geometrica ratio non nisi duobus terminis, explicite potius, aut mente saltemintellectis, exprimi potest. Agnoscit hoc doctissimus vir in sua contra Meibomium Diatriba, l'ifferentiam illum dicimus (inquit) non aut-

Pag.41.

ım

um

me

011-

Cte

um

271

de-

Yta

nto

de.

liat

am

14-

itio

eris

um

ינישה

ita.

non

ita-

am,

an.

) e0

rfa.

arii

ero-

1 fa-

ter-

us;

mi-

tel-

do-

Dia-

non

quidem Aritometicam rationem effe, proprie loquendo, aut etiam iffius rationis effentiam, fed fundamentum iftius relationis, qua dicitur ratio Arithmetica. Quo dicto solvit suam ipsius exceptionem contra definitionem Euclideam nostro modo expositam. Hoc etiam oblervasse videtur Aristides Quintilianus, quum Geometricas & Arithmeticas quantorum Tre Les ita distinguit; Ditte of To more, μέρεθ ποικοα που λογες όλα μέρεσι τ αυ-ของ อบา หยุ่งของ · To j อโลรหมลใหงง ล้อเป็นห-חוח שש שות ביצסת, עובףונטסת דם סאפר, דמי ב μιρών πρός άλληλα ποιεί) συγκρί(es. Que verba satis obscura sic accipio, Ratio Geometrica comparat inaqualia duo quanta; hocelt, totum & partem, lecundum suas ipforum quantitates; at ratio Arithmetica quantorum in equalium differentias spectans consequentem terminum, & excessum confiderat.ut partes antecedentis. Sed respondeo secundo, forsan Euclides, cum veterum aliis antea citatis, illam Arithmeticam quantorum genv non agnoverit, saltem à Geometris nullam habendam ejus rationem censuerit; satisque proinde visum ei fuerit, fi definitio sua congrueret omnibus & solis istis quantorum συγκρίσεση quas fecundum quantitatem instituunt Geometra. Nam quantorum dimensionibus & aliis, quoad speciem & situm determinantibus, qui Geometra scopi pracipui sunt aut soli, sufficere videtur istius relationis consideratio. Nec aliam fere vulgus iplum quantorum concipit relationem : etenim cum vulgo quærunt homines quantum elt hoc vel illud, nihil inquirunt

tra

CO

tio

de

ve

inv

tio

tic

ve

re

qu

un

ad

en

fir

du

Q

ſe

in

qu

01

T

tranf

runt aliud, quamquoties id continet statam aliquam & familiariter fibi cognitam menfuram, vel quoties in illa continetur, hoc eft, ejus ad hanc menfuram exquirunt rationem Geometricam. Addo tertio, quod re. latio secundum disferentiam, cum exprimitur numero comparatorum terminorum aliquem denominante, vix reipsa differat à ratione Geometrica. Ut cum dico B excedit A per 3A, idem est ac si dicerem Best quadruplum 78 A, vel ad A referri ficut 4 ad I. Aut si dicerem B excedere A una tertia ipsius B, perinde est ac si dicerem, & hinc facile consectatur, B esse sesquitertium ipsius A. vel habere se ad A ut 3 ad 2. Achuc forte respexerint, qui rationem consistere dixefunt in quantorum differentia comparata cum utrovis quanto; qui tamen loquendi modus admodum in se difficilis est & obscurus, errorumque ferax gravissimorum, ut videre est ex iis quæ contra Hobbium & Meiboium disputat eximius vir; quorum igitur rationes explicandi modum nec probo nec defendo. At saltem dico relationem quantorum quoad differentiam, fiquando pro determinandis quantorum menfuris confiderantur à Geometris, eam at ab illis adhibetur plerumque cum Geometrica ratione tantundem innuere. Quapropter eam neglexerit Euclides ut vel parum utilem, vel ut minime diversam à ratione Geometrica. Sed progredior advertendo quinto, voces in definitione politas προς άλληλα communiter exponi mutuo vel ad fe invicem, quo fignificari videtur reciprocatio quadam, & alterna relationishujusce permutatio, terminis ita

Hobbi de Corp. c. 11:

12. § 8.

13.\$1.

5.

transpositis, ut nunc sit antecedens, qui modò consequens fuerat; qua quidem interpretatio mihi non arridet, utpote quandam ipfi definitioni absurditatem impingens. Enimverò si terminis transpositis alternetur aut invertatur comparatio, exfurgunt duz relationes admodum inter se diversa. Ut v. g: linez tripedalis ad pedalem relatio est relatio tripli ad unum, vel ratio tripla; fed inverse relatio lineæ pedalis ad tripedalem est relatio unius ad triplum, vel subtripla ratio, quas rationes denominantium numerorum unus alterius noncuplus elt. (1=3x3). Igitur προς αλληλα potius interpretor unius ad aliam, vel alterutrius ad aliam. Voluit enim proculdubio, certissime debuit, unam fimplicem unius magnitudinis ad aliam, non duas fimul rationes fibimet inversas definire. Quia verò nihil intererat utra magnitudo præcedentis, in hac comparatione, vel consequentis locum occuparet (quandoquidem indiscrete quævis magnitudo ad quamvis alteram homogeneam rationem obtinet aliquam) ideo posuit mpos anna, quo signiheatur delapopia quædam, quoad fitum & ordinem terminorum. Si nempe comparentur inter se duæ quælibet magnitudines homogenez quoad quantitatem, quacunque ponatur antecedens, ejus ad alteram relatio dicitur ratio. Neque respuit hanc interpretationem vocabulum annapy, vel ad rigorem primævæ notionis exactum, sed potiûs favet & juvat. Nam & nandov ex origine denotare videtur annon anno, aliud vel aliud disjunctive; non and a dano conjunctim. Sed tiolo diutius hic kellinicen. Unicum fexto

V

OS

tit

po

na

cu

ve

to

70

ex

Ig

TIS

óq

inc

on

tai

nil

en

in

illa

fer

ne

bit

nit

fin

pr

be

tu

pe

CO

illi

ca

un fu

tis

6.

Arithm.c. 25 contra Meib.7. Eaulor-714.p.60.

sextò restat excutiendum vocabulum mia. de cujus jam ambigitur significatu. Ilord gias verti folet relatio vel habitudo qua. dam; sed hanc interpretationem nuper è nostratibus egregius quidam Mathematicus improbat, & nescio quid abstrusioris myste. rii sub involucro delitescere suspicatur adje-Mavult pro quædam substitui qua-Cti moia. litativa, boc est, (ut ipse explicat) qua ad qualitatis prædicamentum spectet, ideo kilicet quia ratio cum indicatione vel fitu partium figurarum speciem & qualitatem determinat. Rejicit autem interpretamentum vulgare, quia vox moids (ipfius verba funt) ex usu perpetuo qualitatem respicit; neque tam in 'efinite aliquam quam aliqualem, seu potius qualitativam habitudinem hîc innuit, quæ nempe prædicamentum qualitatis spectat. Subjungit autem, Et quidem in accurata definitione nullo modo ferendum videtur, ut ratio definiatur indefinità ratio quædam, sed determinandum erat, quanam relatio. Porrò, cum responderi possit satis determinari relationem ex pracedentibus, præsertim ex adjecta conditione xT maixotha negat hoc fufficere, quia datur alia relatio quantitatem ex æquo spe-Elans, nempe toties memorata relatio secundum differentiam, quæ tamen ut censet, non est mora gens. Sed hanc ego tam subtilem expositionem non facile tamen adducor, ut credam ipfius 501x HOTE sententia confentaneam. Nam primo duriusculum est, ut moids fignificet ad qualitatem spectans, vel qualitatis potius (secundum ipsius doctissimi viri sententiam) effectivus seu determinativus.

V2-

a,

ia

2.

te-

e-

12-

ad ci-

ar.

le-

61

it;

12-

em

la-

em

enitè

at,

eri

Z.

ne

ia-

ın-

on

m

ut

ta-

li-

iri

15.

20

Valet equidem miòs apud Aristotelem & alios paffim idem quod qualis, vel aliqua quantitate præditus (ut qui habitu quovis, aut potentia, vel passione afficitur, ab eo denomis natur moios ms) at qualificativus vel qualificus (sic enim expositioni suæ congruentiùs vertiffet, quam qualitativus) nusquam ut puto; ad id denotandum rectius adhibeatur ποιώπκη (nam ποιέν eft talem reddere) vel explication र ने क्रामिं का मार्गिंगि की किरानामें. Igitur loquendi modum attribui t auctori satis improprium, inufitatum, obscurum, adeóque definitionum legibus & natura nimis incongruum. Addo quod ab intrinseca rationis natura videatur fatis remotum, eíque tantum ex accidente competere, quod nonnihil aliquando conferat ad figurarum speciem, seu qualitatem determinandam. in solis figuris consideratur, at sæpiùs extra illas, nec aliter illarum determinationi infervit, quam magnitudinum quarundam, linearum nampe vel superficierum quibus ambiuntur figura, quantitates prius determi-Non igitur verisimile videtur, definitiones auctorem huc attendisse, quum definitiones necessaria tantum, universalia, ac primaria notionum attributa complecti de-Et quod ad rationis prædicamentum attinet, ipsa simpliciter ad relationem pertinet, respective verò propter terminos comparatos ad quantitatem (semper enim illi funt res quantæ quatenus quantæ) reducatur, magisque propter fundamentum suum, quod eft absoluta quapiam quantitas, ut Vulgo dicitur & quantitalupra dictum. tis proprietatibus accensetur, quod ab illa P 3

for

717

des

SHA

811

qu

De

fy

di

m

qu

CC

q

r

ri

b

t

chro-

res dicuntur æquales & inæquales, hoc est. una alterius fimpla, dupla, tripla, &c. hoc est, erga alteram tali ratione affecta. Ergò potius ratio est gens quantitativa, ficut similitudo, quia fundatur in aliqua qualitate, dici solet relatio in qualitate, seu qualitati. Absonum vero plerisque ni fallor auribus foret dici, relatio qualitativa secundum quantitatem; nam si secundum quantitatem, ergò quantitativa potius quam qualitativa. Præterea, quod non ut pertenditur vox moids etiam in definitionibus polita femper qualitatem aliquam proprie dictam, at verò sæpiùs meram particularitatem, hoc est, generalis vocabuli restrictionem indefinitam, designet (eo pacto ac si homo definiretur, animal quoddam ratione donatum, ubi quoddam innuit tantum, confuse quidem & indistincte nullos certos limites assignando, hominis nomen sub animalis nomine contineri, nec ei penitus adæquari) quòd, inquam, ita se res habeat, innumeris adstrui possit exemplis prostantibus apud veteres etiam Ma-Ita Theon analogiam definit, thematicos. Αναλογία ή ές λόρον ή προς άλληλες ποιά Mas, rationum inter se habitudo, non qualitativa opinor, que enim isthic intervenit qualitas? at quædam faltem. Musicæharmoniægenus (yev G) Aristides Quintilianus definit, moiav rereazopos daiseou, non qualitativam credo fignificans divisionem nescio quam, at certam aliquam: quum scilicet tetrachordum innumeris modis dividi possit, genus tamen Musicum non omnescunque sectiones ista, sed certa quadam constituunt; una scilicet aliqua genus diatonicum, alia

cap. XXI.

P4g. 16.

100

gò

fi-

te,

ti-

ri-

m

a-

a.

ur

n-

at

OC

fi-

11-

bi

Z.

٥,

i-

-

Ĉ

chrometicum, tertia enharmonicum. Confonat Euclides, Tay (inquit) Est moid mid τετ αρων φθο γραν Saipeois. Idem Arittides, Heus nevor jest to en poo you. x olaσημάτων ποιαν ταξιν έχονων. Ποιαν τά-Eir, ordinem quendam, non ordinem opinor qualitativum, Nicomachus in Enchiridio Sacure definit, odov moiav and Baguth & Lib. 1. eis loguma n' avai maxiv. Ejusdem est Thrafylli definitio, Est Sasuua pooy wy n mpos Theon addings mora geors. ubi notabile est Arithmeticam iplam rationem vel differentiam, quæ inter duos o Do yes, seu sonos harmonicos intercedit, districte vocari moidy gron, quas scilicet doctissimus vir solam quantitativam relationem agnoscit, & Geometricam rationem velut ei contradistinctam appellari censet miar genr, hoc est, relationem qualitativam. Quia verò ferenda non arbitratur in definitionibus accuratis indefinita talia vocabula, dicendum est optimos saltem authores admissife talia; præter mox adductos, unum citabo Euclidem, qui in Isagogetharmonica proxime contiguis duabus definitionibus inseruit vocabulum 715. Toν (inquit) έςι τόπ (πς τ φωνής, δεκλικός συςήμα Θ, απλαίης, Et dein, Μελαβολή 3 हत्रण वृक्ष्वां मण्डेड संड वं मवावावण महत्त्वा प्रध्मव प्रस्ता के वाड Ecce τόπος πς, εμοίε πνός. Non abhorruit is scilicet ab ejusmodi vocibus, neque certe mea sententia abhorrere debuit. Nam in omni prædicatione vocabuli latioris de angultiore, generalioris de magis speciali, si non exprimitur, tacitè saltem intelligitur restrictio quædam. Ut cum dicitur, Homo est animal, intelligitur animal quoddam; quod-P 4

Lec

fitis

ta ra

fubn

di de

Criù

tabi

pos

nbi

ctat

ten

291

ato

nec

far

COL

tic

Ele

ub

til

nu

ci

que subticetur in propositione directa, redditur & expresse pronunciatur in conversa, Quoddam animal est homo. Quod autem semper subintelligitur, id nonnunquam sine culpa proferri potelt, quare non video cur improbari debeant illiusmodi definitiones; homo est animal quoddam ratione præditum; triangulum ell figura quedam plana tribus rectis lineis comprehensa; ratio est relatio quædam homogeneorum quantorum secundum quantitatem. Quod vero definitionem hanc vulgari modo acceptam aque convenire putat Arithmetica rationi, à qua tamen distingui debuit; ad id jam ante mpo-And inus responsumest, comquid sit x 71 771-Arkomla, referri conati sumus explicare. Nunc tantum adjiciam, elementatori hac in definitione tradenda non allud forsan propositum fuisse, quam ut methodi plenioris aut ornatus qualiscunque causa, præludens scilicet accurationibus istis Ejusdem, Majoris, & Minoris rationis definitionibus mor fubjungendis, generalem quandam & 02094ph 78 Noy 8, idæam discentium insinuaret animis per Metaphyficam hanc definitionem; Metaphylicam dico, nec enim proprie Mathematica est, cum ab ea nihil quicquam dependeat, aut deducatur in Mathematicis, nec nt existimo deduci possit. Cujusmodi quoque censeri potelt posthac tradita definitio, vel definitio potius analogiæ; analogica elt rationum similitudo, quæ nulli Marhematico deserviat usui, nec alio opinor fine proponitur, quam ut per eam generalis quadam analogiæ notio, crassa licet & confusa, tyronibus indatur. Definitionibus autem exqui-

a,

e

r

fitis Mathematicis, mox ab illo subjunctis tota rationum doctrina, tota res Mathematica fubnititur; ad illas igitur potissimum attendi debet, per illas rationum doctrina perfe-Ciùs elucescit; hac & consimiles absque notabili Matheseôs detrimento prorsus omitti possent: sicut in Elem. VII. factum videmus, ubi numerorum analogia definitur & pertractatur, nulla tamen rationis numero competentis exhibità definitione; quamvis illic zque necessaria suit & utilis definitio talis atque hîc est; fed neutro loco magna fuit necessitas. Quanquam haud credo rem ipfam adeò generalem & abstractam, eoque conceptu magis arduam & explicatu. definitionis esse capacem commodioris hac quam Elementator assignavit, quam ideo visum est uberius explicare; neque non ab oppugnantium captionibus afferere. Ubi pedem figo nunc; proxima Lectione rationis ad species, & symptomata potiora gradum promoturus.

LECT. IV.

R Ationis Geometricæ naturam utcunque delineavimus, definitionem ejus in elementis confignatam quà explicando quà afferendo. Aliter (τυ πω δες έρως quidem & πεχυλωτέρως, at fortaffe magis ad captum communem) declaretur hæc res dicendo, quod ratio fit modus determinatus quo unum quodvis quantum continet aliud, vel ab co continetur, idem vel perfimilis ei modo, juxta quem unum alterius totuplum dicitur, aut

tio

ex tel

bu: se!

pil

1 ..

ap ul

ej

alterum toties continere; vel esse talis pars vel tot partes alterius, aut toties in altero contineri ; qui certe modus, quum colla. ta quanta numeris efferri posfunt, facillime comprehenditur à nobis ; ut modus quo libra continet unciam nil innuit aliud. quam quod hanc illa duodecies contineat. vel ad hanc fe habeat, ficut 12 ad 1. unde libra dicitur ad unciam fortiri rationem duo-Modusque quo longitudo pedadecuplam. lis in passu Geometrico continetur, nihil est aliud quam illam hujus esse partem quintam, vel ad eum se habere sicut 1 ad 5, quod fignificatur dicendo rationem pedis ad paffum este subquintuplum. Qui modus abstracto vocabulo quintuplicitas, aut (verbo veniam) quintuplitas (πεν απλόπις aut πεμπαπότης) exprimitur & enuntiatur. Cùm verò collata quanta (quoad absolutam fuam quantitatem) talia funt, ut numeris perfecte nequeant exprimi, saltem intelligi potest, quod aliquo determinato modo illud continet hoc, vel in hoc continetur, aliter scilicet quam aliud quodvis illi inæquale continet, hoc vel in eo continetur; ac ita quidem ut iste continendi modus persimilis sit ei, quo numeris denominata quanta se continent, aut in se continentur respective; possitque simpliciter & ex parte reisemper numeris exprimi quam proxime. Sicut v.g. cum ratio peripherix circularis ad diametrum, nobis quoad anpicesan ignorata, repræsentatur dicendo, quod peripheria sit diametri tripla sesquiseptima, hoc est, teripsam contineat & ejus unam septimam partem, apponendo ferè vel propè. Sic & ra-

tio

ars

ero

la-

Ili.

uo

ld,

it,

de

0-

a-

nil

n-

be

).

0

lt

S

tio diametri ad latus quadrati, que numeris exprimi præcise natura rei non patitur, potest utcunque numeris ad verum accedentibus repræfentari; dicendo quod diameter se habet ad latus, ut 1.4 ad 1 fere; vel propiùs, ut 1.41 ad 1; vel adhuc accuratius, ut 1.416 ad 1: & fic porro magis ad aupiceran appropinquando. Verum rationis naturam ulterius illustrare conabimur, primo species ejus & differentias exhibendo (fiquidem ad generum perfectiorem notitiam lucis plurimum & subsidii confert subjectarum specierum comprehensio, utpote quarum ex convenientia quoad effentialem aliquam proprietatem, constituantur & quasi generantur ipfa genera) tum secundo, rationum accidentia quædam primaria (comparationes inter se, compositionem, continuationem, additionem, subtractionem, divisionem, reductionem exponendo) nec non interea quzstiones aliquas obiter incidentes in controversia positas, non parum ad cujusce materia dilucidationem conferentes, eventilando. Quod rationis species attinet, ejus divisio naturalissime prima terminorum diversam affectionem consequitur hoc modo: antecedens rationis vel major est consequente, vel aqualis ei, vel minor eo; hinc tres rationis species subnascuntur: Ratio quanti majoris ad minus, aqualis ad aquale, minoris ad majus; communiter appellantur, Ratio majoris inequalitatis, equalitatis, & minoris inæqualitatis; possint autem simpliciùs & breviùs nuncupari majoritas, æqualitas, minoritas (nósque nominibus his eas subinde brevicatis causa designabimus) nonnulli verò

que

tat

nor

nur

rat

tri

ma

te

te

(e

OF

q

m

t

Zib 1.p.24.

majoritatem & minoritatem vocitant ratio. nem excessus & defectus; que vocabula nos quoque fortaffis interdum adhibebimus. Eo. dem recidit A polopia duplex, quum nempe ratio primo scinditur in rationem aqualitatis & in equalitatis, tum porrò subsecatur inæqualitatis ratio in rationem majoris & rationem minoris inaqualitatis. Quæ divi. fio proba fatis & commoda; rectéque Nicomachus, To mpos To Toivuv To (8 Suo ai averd-Tw प्रशासको शिकान दिस्त से लो गांठ माड में के गांठ माड . with 20 on or supices mode eteron Jewisheron אדם ו נסט ש חשף אבו, א פנינסטי, דפודטי ל חשף raula & Niv. Res ex se classor est, quam ut exemplis illustrari possit aut debeat; unum tamen apponemus, ratio libræ ad unciam (vel numeri 12 ad 1) est majoritas, aut ratio majoris inequalitatis, aut excessus ratio, quoniam antecedens consequente major est. Ratio ponderis quadrantalis ad 3 uncias elt æqualitatis ratio, quoniam antecedens adzquatur consequenti; ratio verò unciz ad libram est minoritas, vel ratio minoris inzqualitatis, vel ratio defectus, quia antecedens consequente minor est. Nescio vero num attineat observare, quò devitetur ex ambiguitate pronascens error, quod nonnunquam apud scriptores Gracos ratio majoris ad minus dicitur mellor xóy &, rqualis ad aquale iσ Φ λόγ Φ, & minoris ad majus ελάωων λόγ (Theon Smyrnzus, Τών λόjav on mer ein meiloves, or j Exatores, or j ioni quas modò descripsimus innuens ratio-Sed impropriè proferuntur, num species. & bene nobis cavenda sunt ejusmodi locutiones; nam ratio major, æqualis minor, frequentiùs

Cap. 22,

0.

20

0.

וו

quentiùs & magis propriè designant i plarum rationum inter se comparatarum respectus, non fingularum absolute sumptarum rationum species. Instantiæ causa, comparando rationis dodrantis ad trientem, & bessis ad trientem; major est ratio dodrantis ad trientem, quam bestis ad trientem : (hoc est, major est ratio numeri novenarii ad quaternarium, quam octonarii ad eundem quaternarium). Sed rationis dodrantis ad trientem, & bessis ad trientem, simpliciter in fe spectate, non bene dicuntur majores rationes, sed majoritatis, aut excessus, aut inxqualitatis majoris rationes, hoc est, rationes majorum quantorum ad quanta minora. Hæc est rationum prima divisio. Aliter autem dividitur ratio (vel inæqualitatis ratio, necenim interest utrum ratio sic universim vel fingillatim inæqualitatis ratio dividatur) aliter, inquam, ratio dividitur, intuendo quantorum ista symptomata, nobis jam ante quadantenus explicata, symmetriam dico & asymmetriam. Nam quia terminorum inter se comparatorum aliqui symmetri vel commensurabiles sunt, hoc est, eodem quanto femel aut aliquoties accepto menfurari, complete dividi, penitus exhauriri, adeóque numeris accurate exprimi possunt; alii verò termini funt asymmetri, vel incommensurabiles, hoc est, nullà communi mensurà menfurabiles, nulla parte aliquota eidem gaudentes, & proinde sic affecti, nullis ut numeris possint exprimi, vel perfecte repræsentari. Hinc emergit divisio rationis in effabilem & ineffabilem, λόρον βητον & λόρον άρρηmy. Ubi tamen notandum quod ha vo-

กนท

fuffi

nan

que

reil

luit

tan

qua

eft,

tio

me

ri,

qua

for

po:

fur

ad

po

29

ne

op

án

Ve

co

66

VE

91

ces (paros apparos) ab Euclide in Elemento x paulo fecius usurpantur, cum enim adverteret Euclides exposità quavis rectà linea (quam on le vocavit, utpote quolibet ad arbitrium numero denominabilem vel effabilem) cum illa comparatas lineas in triplice differentia versari; alias nempe longitudine cum illa commensurabiles esse; alias ve. ro quoad longitudinem quidem incommenfurabiles dari, sic tamen ut ipsarum quadrata commensurabilia fint, & numeris denominabilia, veras ipforum ad exposita quadratum rationes exhibentibus perfectissime; alias autem complures non longitudine tantum ipli expolita, led potentia quoque (hoc elt, secundum ipsorum quadrata exposita quadrato) incommensurabilia esse; hoc, inquam, cum adverteret, priorum duorum generum lineas appellare voluit puras. hoc est, quadantenus & qualitercunque exprimibiles; at poltremi generis lineas vocavit axoyes vel appares, hoc elt, nullatenus explicabiles, aut inestabiles numeris. secundum Euclidem asymmetra nonnulla quanta videntur habere λόμον ρητον inter le (sienim quanta ipsa dicantur effabilia, conlequenter iplorum ratio fuerit estabilis) habent, inquam, longitudine (vel aliter in suo genere)commensurabilitatis incapacia quanta λόγον ρητον, quatenus etsi nequit ipsorum rario numeris ullis communibus immediate repræsentari, potest tamen quodammodo mediate, quadratorum nempe suorum interventu, quan lo numeris illa vere denominantur & exprimuntur: fiquidem inde dici possunt latera vel radices quadratæ talium

hu-

numerorum; cujulmodi faltem expressio fufficit ipforum relativæ quantitati determinand r, faciendoque cum ut ipfa qualitercunque subjiciantur astimationi nostra, tum ut reipsa facile possint exhiberi. Verum invaluit apud plerosque, rationique bene consentaneum videtur, ut incommensurabilium quantorum rationes dicantur depnoor, hoc est, inestabiles; quia scilicet hujusmodi rationum termini vulgò notis & receptis numeris proprie & immediate nequeunt efferri, nósque proinde sensum hunc retinebimus. quamvis maluit doctissimus Borellus (hanc forsan ambiguitatem vitans) divi ere proportionem in commensurabilem & non menfurabilem, vocabula nova comminiscens, nec admodum ut existimo commoda. portiones quantorum incommensurabilium zque funt ipfz mensurabiles, ac proportio nes quantorum commensurabilium; aptius opinor & accuratius mentem enunciasset suam obliquo casu, dicens proportionem esse vel quantorum commensurabilium, vel incommensurabilium quantorum. Sed ev meebdo hoc, ad rationum propositas species revertamur. Aóy @ pnos, effabilis ratio eft, que numeris exprimi potest; numeris (inquam) veris, quos vocant, & vulgaribus; integris, mixtis, fractis; imo semper integris numeris exprimi potest : quandoquidem ratio quævis numerorum utcunque fractorum, vel ex integris & fractis compolitorum, semper ad integros adduci potest per fractorum denominatores multiplicando. Exempla præstant omnes ejusdem generis menfurz, in ufu vulgari constitutz, quales pro

te

me

ple

ri, tus

qu

ut cui

[p]

rin

te:

ex ali

cu Ty.

CO (9

qu

qu

In fp

te be

ex

m

re

(0

N

n

q

pro dimetiendis longitudinum intervallis digitus, spithama, palmus, pes, cubitus, orgya, passus, stalium, miliare, leuca; pro taxandis ponderibus granum, drachma, uncia, libra; pro computandis pecuniis as, seitertius, de. narius, solidus, marca, libra; pro tempori. bus computandis annus, menles, dies (civiles hos intelligo, nam an hæ partes temporis naturales fint commensurabiles inter se nullo constat, aut constare potest indicio) hora, minutum. Hæc enim & confimilia quanta rationes inter se estabiles habent, eoque vul. gares ad usus accommodantur. Ratio, in. stantiz causa, marca ad libram effabilis est. aliis quibusvis subsesquialteram obtinentibus inter se rationem exprimuntur. affis ad festertium ratio effertur numeris 3 & 1, vel numeris 1 & 21, vel numeris 2 & 5; quæ ratio dicitur sub-multiplex-dupla sefquialtera, ut statim oftendemus. Aoy @ autem appil (ineffabilis ratio, quibuldam axoy & xoy &, ratio irrationalis, vel potius indicibilis, quia dici vel exprimi nequit) est illa quæ versatur inter asymmetra quanta, quorum ratio nullis numeris, veris & vulgaribus, exprimi potest exacte persectéque. Talis est in exemplo vulgatissimo ratio diametri ad latus quadrati; nam in tota ferie numerorum polibilium (integrorum, fractorum, mistorum) nulli duo numeri possunt inveniri, nulli dantur omnino, quorum ratio repræsentat exquisite rationem quantis illis duobus intercedentem. Quoniam enim (quod in elementis demonstratur) quadratum ex diametro duplum est quadrati ex la-

di-

ya,

dis

a;

le-

ri.

les

12-

llo

ra,

ita

ul.

n-

ft,

el

ti-

&

9

m

0.

t)

1.

1-

C

0

S

n

tere, nullique dantur in tota vulgarium numerorum congerie numeri duo quadrati, duplex alter alterius, ergo nulli dantur numeri, qui rationem exhibeant diametri ad la-Talésque reperiuntur in omnigenere quantorum innumeræ rationes, adeò quidem ut inter se comparando figuras regulares, cum planas tum folidas, eidem circulo vel sphæræ inscriptas aut circumscriptas, vix ullas invenire fit, quæ vel quoad latera seu perimetros, vel quoad areas, & quoad foliditates suas rationem habeant inter se numeris explicabilem. Unde quo rationes horum & aliorum plerorumque quantorum qualitercunque referri polsent ad numeros (utpote fymbola quantorum generalissima, notissima, commodiffima) necesse fuit numeros surdos (quos vocant & irrationales) comminisci, quibus istorum quantorum rationes utcunque possent exprimi. Et harum quidem ineffabilium rationum nullæ recententur species (quia differentes, quibus ipsaram termini se continent aut respiciunt, modi bene concipi distingui nequeunt, & nullum excogitari proclive fit pro iis aliter exprimendis compendium) at rationum, quæ vulgo numerantur, effabilium species percensere conabor, & exponere quam brevissimè (quorsum enim quæ tradita prostant ubivis, & per satis clara sunt, operosiùs inculcare? Mihi potius institutum est, quæ protrita minus, & magis involuta videntur, studio meo qualicunque ventilata, judicio vestro perpendenda commendare, quæ passim obvia, vel admodum aperta funt levi pede transcurrendo) ad rem. Nihil imprimis manifeltius elt,

di

CC

no

CO

ti

in

ca

ef

m

10

m

VE

ni

m

CU

ta

E

al

10

m

P

re b

Su

fi

r

n

est, quam æqualium quantorum rationem semper effabilem ese, utpote qua quibusvis zqualibus numeris exprimi queat. Habet v.g. fe quodvis rquale quantum ad aliud quodvis, ut unitas ad unitatem, vel binarius Igitur æqualitatis ratio conad binarium. flitui potest prima species estabilium ratio. num. Inæqualitatis autem ratio cum du. plex fit, ut vidimus, majoritas aut minoritas, vel excessus defectusque ratio, majoritatis effabilis quinque vulgò species statuuntur, quibus inverse correspondent totidem species minoritatis. Eas recensebimus & exponemus, ita tamen ut divisionis hujus fundamentum & originem (id quod in omni divisione technica potissimum spectari debet) prius investigemus. Id aggredimur facere notando, quod cum duo quanta comparamus inter se rationem habentia esfabilem, vel eorum vice numeros quibus repræsentantur, modum scilicet inquirentes, quo antecedens consequentem continet, aut in eo continetur, hunc repræsentare contendimus in numeris quoad ejus fieri potest minimis; quia ratio quævis in minimis terminis facilius æstimatur & comprehenditur. Igitur enitimur, ut eorum alter, consequens nempe, sit ipsa unitas, numerorum infimus & fimplicissimus; quo præstrato terminum antecedentem indagamus unitati, tanquam consequenti congruentem: iste terminus rationis æstimationi subjectæ denominator dicitur, ipsam quippe denominans, & declarans ad captum nostrum commodissime. Quoniam vero divisionis Arithmetica talis est natura, ut quoties numerus dividendus dim

vis

et

ud

us

n-

10-

U.

ri-

ri-

n-

m

&

us

ni

e-

ur

n-

)|-

æ-

10

in

n-

1-

i-

r.

ns

1-

m

2=

2.

is

13

divisorem continet, toties inventus quotiens contineat unitatem, ideo reperituriste denominator (vel antecedens rationis, cujus consequens unitas) dividendo propositæ rationis antecedentem per consequentem. Porrò, cùm denominator iste, vel quotiens inventus, pro ipforum terminorum intrinfeca diversitate diversimodæ specie numerus esse possit (integer nempe, velfractus, vel miflus; & fractus quidem ac mistus non uno modo) confiderando puta v.g. rationem majoris in equalitatis dictus quotiens per terminorum divisionem repertus, poterit esle vel numerus integer, vel unitas cum adjecto numero fracto, cujus numerator fit unitate major, vel numerus integer unitate major cum fracto adnexo, cujus numerator fit unitas, vel denique numerus integer cum fractione, cujus numerus exsuperet unitatem. Ex his quinque dicti quotientis variis modis aut speciebus emergunt quinque species majoritatis estabilis, quæ vulgo cluent ratio multiplex, superparticularis, superpartiens, multiplex superparticularis, multiplex superpartiens; quibus opponuntur & inverse respondent (avlinery) & av Du nansson, verba funt Nicomachi) minoritatis rationes submultiplex, subsuperparticularis, subsuperpartiens, submultiplex superparticularis, fubmultiplex fuperpartiens: quas nunc ordine perlustrabimus. Multiplex vel multipla ratio dicitur inter duos terminos verlari, quum antecedens consequentem continet multoties (unde nominis impolitio) vel eum antecedens consequentem aliquot vicibus (bis, ter, decies, centies, aliquoties utcun-

I.

que)

P

ti

Et

ſe

U

fu

ni

20

pi

ur

en

te

pr

di

ut

ce

ide

Vic

fin

æ

V

820

lic

fer

10

G

tic

du

ne

nu

de

Theon.

que) continet exactè; vel quum consequens antecedentem perfecte dementitur (à map). Coilas ralauerei) hocelt, sicut nihil quicquam supersit residui. Vel, quod idem est, cum consequens est antecedentis pars quapiam aliquota, quæ aliquoties accepta totum eum componit, exæquat, complet; adeóque denominator hujusce rationis est perpetuo numerus aliquis integer. Ita passus Geo. metricus ad pedem habet rationem multiplam, integro numero quinario denomina. tam; quia pes quinquies acceptus passum constituit præcise, vel quia passus quinquies includit pedem, & nihil præterea. quet hanc rationem tot habere species fibi subordinatas, quot dari possunt integri numeri, per quos denominentur & diffinguantur, infinitas. Ut ratio dupla, tripla, decupla, centupla, millecupla, &c. funt rationis multiple species. Græcis autem dicitur hæc ratio λόγ @ πολλαπλάσ @ (quafi πολλαπολλάσι Vel πολλαπλεονάσι Φ) & Species ejus similiter terminata sunt Amadoro, τειπλά ο Ο, δεκαπλάσι Ο, έκα ομπλάσι Ο, &c. Huic universe respondet & avrispoco-est minoritatis ratio, submultiplex dicta, quam scilicet obtinent multiplicis rationis termini transpositi; ut si A sit multiplex 78 B, erit B submultiplex 78 A. Ideo ratio submultiplex est, quum antecedens consequentem juste demetitur, est ejus aliquota pars, aliquot vicibus in eo continetur; ejúfque denominator est semper aliquis simplex numerus fractus, habens unitatem pro numeratore. Ita pes ad passum rationem habet submultiplicem, utpote quinquies in passu

ns

C-

lt,

1 -

m

ie

10

0.

2.

m

es

li-

bi

]-

1-

1-

is

ir

+,

0-

.

).

0

a

X

-

passu comprehensus, & denominatorem habens :. Habet item similiter hujusmodi ratio tot species, quot esse possunt numeri fra-Eti simplices numero quolibet denominati, fed unitatem obtinentes loco numeratoris. Ut ratio subdupla, subtripla, subdecupla, subcentupla, &c. Nam quia commode significari nequeunt hærationes vocabulis vulgò usurpatis designantur à Mathematicis, præponendo sub ipsis inversarum multiplici. um rationum nominibus. Quod attinet enim vocabula, secunda, tertia, decima, centesima, millesima (quibus efferuntur unitatis partes aliquotæ) non ita commodè possunt hisce denotandis rationibus adhiberi, quia præterea funt ordinales, & nedum divisionem in partes, at locum quoque certum indigitant rerum in aliqua ferie dispositarum: ut tertius à Romulo rex, sapientum octavus, centesimus abhinc annus; respondentque Græcis mpur D, Seuter D, reit D, &c. ideóque subjacent ambiguitati. Alias non video quin ratio tertia, quarta, decima posfint hisce denotandis rationibus inservire, æquè ac dupla, tripla, decupla multiplis. Vocabula verò semissis, triens, quadrans, &c. rationes quidem has indigitant, fed obliquo tantum casu, nam bene dici potest ratio semissis, trientis, quadrantis ad unum; nec ipfa tamen semissis aut triens est ratio. A Græcis verò defignatur hæc ratio terminatione pop aut pospiai & (liquet unde deducta) fubjuncta vocabulis numerorum ordinem fignantibus; ut λόγ & ήμιμόρι (aut numuoipiai () relinuopi (, Senalinuo ei (, Swoena nuore, &c. pro sub iupla, subtri-

L

ftis

din

qu

ter

ÉT

alt

qu

in

te

12

qu

te

ej

ti

h

P

n

Stincte

2.

Pag.25.

pla, &c. fed ab hisce subinde designantur ha rationes anteponendo præpositionem in. Nicomachus, "Ovlo n' Enasov Enasov Th mpo-रहरू जेलं जा नवंदिलं एए ने रेक का कि उहा कर का शिवσελλόμενα, ίσοπολλαπλάσιον, ύπεπιμόριον, ύπεπμερές · & apud illum, ¿ποδιπλασι. Tooge Inda of, & fic porro submultiplicis species adnumerantur. Ex his patet quod rationis multiplicis & submultiplicis communes funt termini correlati totum & pars: accipiendo totum juxta nativam vocis originem, pro eo quod toties aliud complectitur, & partem pro parte aliquota, juxta sensum & definitionem Euclidis; Mép & 251 Mép & 651 M μεγέθες, το έλλα σον τε μείζον Φ, όταν καία. με ρρή το μείζον. Sed ad alias species progredimur. Ratio superparticularis dicitur, cum antecedens consequentem ita excedit, ut supersit consequentis pars quæpiam Theon.c.24 aliquota (hinc ratio nominis) vel cum antecedens consequentem semel, nec pluries includit, & præterea tantum unam ejus partem aliquotam; vel cum per consequentem divisus antecedens quotientem exhibet unitatem, cum unitate quoque residua per consequentem adhuc dividenda; adeóque cujus denominator est unitas cum annexo numero fracto vice numeratoris habente unitatem. Talem rationem obtinet cubitus ad pedem, quia cubitus pedem superat una parte dimidia pedis; fic & dodrans ad bessem rationem habet superparticularem quia dodrans bessem continet semel, & ejus insuper partem octavam, vel quia $\frac{9}{8} = 1 - \left| -\frac{1}{8} \right|$. Rationis hujus quoque species infinitæ sunt, pro denominatorum infinita multitudine; quæ dihæ

w.

7po-

Na-

ov,

O,

ICIS

lod

m-

rs;

gi-

ur,

um

9

a-

0-

Ci-

ce-

m

e.

n.

r-

m

11-

n-

us

n.

η,

1-

m

n

1.

stincte fignificari solent ad numerorum ordinalium nomina præfigendo particulam fefqui (hoc est, se atque partem aliquam præterea; licet aliter minus ad rem nostram έπυμολογέσι Grammaticorum filii) ut sesquialtera (vel sesquisecunda) sesquitertia, sesquidecima, sesquicentesima; quæ voces sic intelligi debent, cum antecedens consequentem superat una parte dimidia, (quomodo 12 excedit 8, vel as bessem) dicitur ille sesquialter, aut sesquisecundus hujus : cum antecedens consequentem semel includit, & ejus unam partem tertiam (ut 12 excedit 9, vel as dodrantem) dicitur is hujus sesquitertius: & fimili perpetuò ratione. hac ratio dicitur λόγ & επιμόρι & (propter particulam consequentis unitati subnexam modo exposito) & designantur ejus species ordinalibus numeris præponendo ém. Endeute & (qui sæpids nuiss &, quasi totus consequens cum ejus semisse, vel totus antecedens demptà consequentis semisse; sed & ohiter adnoto Græcos antecedentem hujus rationis plerumque efferre, præponendo consequentis nomini vocem reiniu. ut πιημώριον sesquihora, πειημιόδολον sesquiobolus; quia nempe sesquihora (hoc est, una hora cum horæ semisse) est dimidia pars trium horarum, & sesquiobolus est semissis trium obolorum: sed in orbitam). es, inquam, hujus rationis à Græcis nominantur & Tee (vel * nuioxi) fesquialter, emingil & sesquitertius, om d'endos ses- Theonem quidecimus; & ita similiter. Hujus ratio- έφημιόλιnis inversa vel τωολόγος (antequam progre- os, forsan dior hoc adverto, quod a veteribus Arithme- ex mendo.

Q 4

ticis

ticis rationum majoritatis species (velipsa-

Lec

aliq

hæc

Supe

conl

quo

te;

cum

uni

(ho

tion

unc

Ga

der

bis

tat

tio

en

pe

af

ti

ali-

rum denominatores) dicebantur σρόλογοι. minoritatis autem iis correspondentes species isono vojo! unde Nicomachus ait, Tes τοτολόγες αν Su πακέεν τοίς προλόγοις, hypologos prologis ex adverso respondere: ut v.g. ratio quadruplex est apoxozos, ratio subquadruplex racio sesquitertia elt πρόλογος, ratio subsesquitertia est τούλογος. & ita de reliquis que subsequentur. Rationis, inquam, superparticularis hypologus vel inversa dicitur subsuperparticularis (etiam Græcis umemuopios quæ vox alicubi succurrit hoc fensu apud Aristotelem) sicut & ejus species subsesquialtera, subsesquitertia, subsesquidecima, & sic perpetuo; Gracis itidem υφημόλιος, τωσεπιείος, υπεπιθέκα-Quarum rationum indoles fatis elucescit ex oppositarum perspecta natura; differunt enim ab iis sola terminorum transpositione, & ipsarum denominatores ita se habent ad unitatem, ut unitas ad denominatores rationum ipsis inversarum. De quo tamen hoc adnotabimus, quod rationis subsuperparticularis denominator est semperaliquis numerus fractus, cujus numerator à denominatore deficit unitate; ut subsesquialteræ denominator est 3, subsesquitertiæ 3, & fic continuo. Procedimus ad rationem superpartientem, ea dicitur inter duos numeros haberi, quum antecedens consequentem superat partibus quibusdam aliquotis, una pluribus (hinc nominis causa). Vel cum antecedens consequentem semel includit, & plures adhuc ejus partes aliquotas (plures scil cet partes, quæ partem unam

Met.IV.

3.

aliquotam conficere nequeunt; notanda est hac exceptio, quo distinguatur hac species a superparticulari) vel quum antecedens per consequentem divisus exhibet unitatem pro quotiente, cum residuo unitatem excedente; idcircóque cujus denominator est unitas cum adnexo numero fracto, cujus numerator unitatem superat. Ita dodrans ad septuncem (hoc est, numerus 9 ad 7) habere dicitur rationem superpartientem, qui dodrans septuncem exsuperat duabus septimis partibus. Gaudet & hac ratio speciebus infinitis, ex denominatorum infinita varietate, quæ verbis ita sunt exprimenda, ut fractionis unitati subnexæ (in denominatore propositæ rationis) cum numerator tum denominator Appellantur nempe ratio suenuncientur. perbipartiens tertias, quintas, septimas, &c. In exemplum, ratio numeri 12 ad 7, hoc est, assis ad septuncem, dicitur superquinquipartiens feptimas; in qua locutione numerale septimas distincte commonstrat, cujusmodi partibus aliquotis antecedens consequentem excedit; quinque verò denotat quot ex ejusmodi partibus ipsum excedit. Nec absimiliter in cateris. Verum (ut diximus) observari debet exceptio, quod antecedentis fupra consequentem excessus non debet ullo modo partem unam aliquotam constituere; vel quod unitati fubnexa fractio minimis terminis prolata non debet unitatem admittere loco numeratoris: tunc enim ratio non Superpartiens erit, prout hinc distinctim accipitur, at superparticularis. Ut v.g. assis ad dodrantem ratio (vel numeri 12 ad 9) non secundum hujus divisionis institutum,

pa

ti

& This of Texpologias nalahanaiar, ut lo. Pag.31. quitur Nicomachus, dicetur ratio superpar. tiens, at superparticularis, sesquitertia, quo. niam as dodrantem excedit una dodrantis parte tertia, hoc est, 3 unciis. Quamvis fecundum rei veritatem, hác limitatione seposità, dici possit hac ratio supertripartiens nonas, quatenus 12 superat 9 per 3, quæ est dodrantis; que fractio equipollet ipfi !. Verum exigit harum rationum discrimen, ut denominatores ipsas distinguentes esferantur terminis simplicissimis & omnium minimis; alioqui vel ipsa ratio multiplex cum superpartiente quodammodo coincidet; nam instando, ratio 9 ad 3 vere dici potest supersextipartiens tertias, quia 9 excedit 3 sex partibus tertiis ipsius 3, hoc est, 6 unitatibus; sed liquet multo simplicius & commodiùs hanc rationem enunciari, dicendo quod o sit multipla, tripla nempe 783. A Gracis autem hæc ratio vocitatur 2020s Emuspis, quafi parti partem adjiciens; quoniam antecedens non una sola parte aliquota consequentem excedit, at præter hanc alia quadam, aut aliis partibus. Ut 5 continet 3 femel, & ejus duas quintas, hoc elt, unam

quintam & alteram insuper quintam; & 11 superat 6 ejus parte dimidià (3), & tertià (2); scilicet 11 = 6-1-3-1-2: (ita vocem επιμερής expono, propter difficultatem quandam mox attingendum, quæ ex hujusmodi tantum interpretatione videtur solubilis). Hinc & hujus rationis species ita nominantur, Λόρος δίς ἐπίτερος, δίς ἐπίπεμπος, τεὶς ἐπίτερος, & in similem for-

mam. Puta ratio quincuncis ad quadran-

tem (hocest, numeris 5 ad 3) dicitur d's em-Toilos, quia 5 continet 3 semel, & ejus duas partes tertias, vel ejus tertiam partem bis; & ratio numeri 13 ad 10 est Tois & Sindenalos λό205, quia 13 continet 10 femel, & ejus præterea decimam partem, unitatem nempe ter, ac in reliquis confimili pacto. Adnoto tamen Nicomachus aliter compingit harum rationum nomina; nam & nuepeis xóyes dividit primum in Andiuspeis, 67 pouspeis, 671relogueges, &c. ex prædictarum fractionum numeratoribus; tum harum rationum fingulas ex earundem denominatoribus subdividit, ut puta and quepa in andirollov, andi-महामी ov, ठिमारी हिर्देश पार , &c. & टिमी pequepi in offeleraplov, offelerapurilov, &c. Hujus autem rationis, quæ secundum minoritatem opposita est, una cum ejus speciebus, ex hinc (ut in præcedentibus) facile intelligitur. Differt enim quoad rem solà terminorum transpositione, quoad appellationem tantum vocem sub vel in præfigendo; subsuperpartiens, subsuperbipartiens tertias, quartas, decimas, &c. o'memuspis. Sis o'memusens, dis u'memi Tpilos, Tpis u'mem Té raplo, Sc. quare nil attinet his diutius immorari. Et hæ quidem tria funt fimpliciorum rationum genera, cum antecedens consequentem non nisissemel continet. Restant e prima (multiplice) cum reliquis duabus (fuperparticulari & superpartiente) quodammodo conjun-Eta resultantes alter e dua, multiplex superparticularis & multiplex superpartiens; ac his inversæ. Cum scilicet antecedens consequentem pluries includit, & unicam insuper partemejus aliquotam (ut dodrans continet tri-

40

cula

lare

quo

illiu

can

ticu

Sup

res

vic

rei

dos

me

pra

qui

rui

no

(ir

(4

ME

in

70

d

II

trientem bis, & ejus præterea quartam par. tem) dicitur horum terminorum ratio gene. raliter multiplex superparticularis, specia. lem autem in exemplo proposito ratio dupla. sesquiquarta: & sic in aliis. Hujusque dyrispopos ratio, numeri 4 puta ad o diciturin genere submultiplex superparticularis, in specie subdupla sesquiquarta. Græcis pari modo prior πολλαπλασεπμόριος, posterior ίσοπολλαπλασεπιώ elos, nuncupatur. At cum antecedens consequentem pluries continet, ampliusque plures una partes ejus aliquotas (ut bes continet quadrantem, vel numerus 8 numerum 3, bis, & duas ejus partes tertias) ita se habentium terminorum ratio dicitur generatim multiplex superpartiens, speciatim in exemplo proposito dupla Superbipartiens tertias: & ad hunc modum in reliquis. Hujus item inversa, veluti numeri 3 ad 8, dicitur in genere ratio submultiplex superpartiens, in specie subdupla superbipartiens tertias. Græcis itidem simili pato prior majoritatis ratio dicitur TOANG-Transmusphs, posterior (minoritatis) sorπολλαπλασεπιμέρης. Nec his existimo satis liquido manifeltis ulteriùs insistendum. Ita rationum effabilium genera (quinque majoritatis & illis opposita minoritatis totidem) utcunque recensuimus & exposuimus breviter; nec ulla datur per numeros exprimibilis inæqualitatis ratio, quæ non ad harum aliquam redigatur; quatenus omne quantum majus continet minus aut aliquoties perfecte adeoque multiplex est ejus (& hoc illius fubmultiplex) aut femel & ejus unicam partem aliquetam, adeóque superparticulare

5.

culare est ejus (& hòc illius subsuperparticulare); vel semel & plures ejus partes aliquotas, unde superpartiens est ejus (& hoc illius subsuperpartiens) vel pluries & unicam ejus partem, quare multiplex superparticulare dicetur (& hoc illius submultiplex superparticulare) vel pluries demum & plures partes aliquotas, quamobrem id hujus erit multiplex superpartiens (& hoc illius vicissim submultiplex superpartiens) neque rei natura plures admittit continendi modos, adeò perfecta est hac enumeratio. Attamen apud Theonem Smyrnæum reperio, Cap.28. præter hasce species aliam adnumerari, quam simpliciter esfabilem esfe dicit, ejusque terminos habere rationem numeri ad numerum, sed à prædictis distinctam; quam ideò nomine designat & de Teps 2028. &, 'Agibus Cap. 22. (inquit) spòs apiquon roses Estr orar o mei-(ων προς τ έλαπονα εν μη δένι είη τ προειρημένων λόγων. Exempli loco subjicit rationem quæ versatur inter terminos harmonici intervalli, quod rejua dicitur, habentes se majorem cum minore comparando, ficut 256 ad 243 : Kada (inquit) Sax Si oz) 2 6 TO LEILER ESELEXAND OFO MOS YOUS agibus opos αριθμον, έχων 780 ορες ον ελαχίσοις, ώς ο ovs woods our. Hunc lectatus Meibomius, in dialogo de proportionibus (an alios veteres nescio, saltem hunc) Porrò, inquit, & boc monendum numeri ad numerum rationem dici quando major ad minorem in nulla fuerit prædi-Sarum rationum, cujus rationis est limma in barmonicis contentum kis minimis numeris 256 ad Quod ob dictum ita vapulat, Omnina somniaße videtur. Non immerito quidem id,

28.

PUX \$2

L

mo

tui

no

rui

ent

ho

ve

de

pr

me

ad

en

ju

ru

mi

di

æ

Cù

in

nu

qu

re

m

de

ni

21

fi

juxta rei veritatem & rationis superpartientis nomen intelligendo secundum vulgarem acceptionem. At non folus Meibomius è suo cerebello, sed Theonem (ut vidimus) nactus contubernalem, & ejus afflatus authoritate dormitavit. Quid igitur ipse Theon, an erravit? Videtur quia ratio limmatis est planissime superpartiens, nempe supertredecupartiens ducentesimas quadragesimas tertias; nec igitur à prædictis distincta. Nodum hunc aliter expedire nequeo. nec ab errore Theonem eximere, quam dicendo Theonem, & alios fortaffe vetultiores Mathematicos, rationem Grucen rectius intellexisse, pro tali solummodo ratione, cujus antecedens ita consequentem excederet, ut residuum dividi posset in duas partes simplices consequentis aliquotas (fimplices appello quarum numerator est unitas) eo pacto quo ficut oftendi priùs comparando i i cum 6, residuum 5 continet 3 & 2, quorum 3 est una dimidia pars, & 2 una tertia consequentis 6. Unde dicta videatur hæc ratio Emusiks, ex mente saltem Theonis, & ex interpretatione 58 λόγε δημερες quam ille tradit. quam acceptionem limmatis ratio non erit Ommuspis · nam 13, excessus numeri 256 super 243, divi nequit in duas partes simplices aliquotas consequentis 243, ut experiendo constabit. Bullialdus aliud exemplum subjicit numeri 29 ad 23, difficultatem hanc aut non advertens omnino, vel consulto distimulans, & Theonis errori, fiquidem error fuit, subscribens. Nam numeri 29 ad 23 ratio est plane supersextipartiens vigesimas tertias, accipiendo rationem superpartientem modo

Adcap.22. The.Smyr.

modo communi. Sed de hac re satis. Potuissem adjecisse regulas investigandi terminos quotlibet harum omnium jam expositarum rationum; at præterquam quòd audientium intelligentiæ vix accommodari posset
hoc, & non admodum utile foret, & multa
verba deposcens charissimi temporis nimium
devoraret; adeat, si cui volupe est hæc ultra
prosequi, Clavium in præcedaneis ad V elementum, vel è vetustioribus Nicomachum in
Arithmeticis. Ego jam conquiesco.

LECT. V.

Ationis in præcedentibus naturam ex-posuimus, & percensuimus species: ad ejus proximè accidentia quædam excutienda devenio. Accidit autem rationibus juxta vulgarem loquendi modum, quantorum ad inftar, addi & subtrahi, augeri & imminui, protrahi & contrahi, multiplicari ac dividi, inter se secundum aqualitatem & inæqualitatem comparari; quorum ultimum cum præcipuum sit in se, reliquisque penitus intelligendis necessarium, ut & toti rationum doctrinæ illustrandæ de eo primum disquiremus. Ita tamen ut mea referat præfari rem aggredi me subtilissimam & intricatissimam, seu rei natura, sive tractantium culpa densissimis nebulis involutam, quibus ut omnino liberetur, non est quòd mea tenuitas aut speret aut spondeat, præsertim cum difficillimum experiar obversantes, hæcseria

meditatione perpendenti, cogitationes aptis verbis enunciare, clara methodo digerere. Integrum quinquennium impendisse se profitetur M. Meibomius huic speculationi, ne. que præter leviculos quosdam criticismos sani quicquam aut solidi videtur elephantinus ille partus in lucem protulisse. tiùs, opinor, & graviùs eidem incubuit (an ferè succubuit dicam?) maximus vir, & recentium Geometrarum nulli posthabendus Gregorius Vincentius, attamen ut rem meo judicio reliquerit, haud minus obscuram quam invenerit, fusissime licet & elaboratissimè pertractatam. Quid igitur à paucularum horarum Itudio, quid (ut cætera taceam) ah hac extemporanea pene scriptione circa materiam ejulmodi contumaciter perplexam meritò possit expectari? Sed obsequendum est nihilominus instituto nostro; pergendum est in itinere suscepto, prærupto quantumvis & impedito; suggerendum est aliquid utcunque crudiùs & asperius à maturiori judicio vestro excoquendum & elimandum. Hac pralocutus, ad opus accingor atque certamen multiplex. Imprimis autem decidenda venit quastio, dicendorum intelligentiæ maximopere conducens. Quum nemde rationes, hand secus quam absoluta quavisquanta, dicantur inter se comparari, sic hac equalis fit aut inequalis illi; quum componi, refolvi; addi, fubtrahi; multiplicari, dividi; potelt ambigi quo sensu debeant hac intelligi, num proprie vel improprie: vel, an rationes accurate loquendo res quanta fint, quantitatis affectionibus istis, aqualitati, inequalitati, rationi, compositioni, divifioni,

riq tur ner qua Vir dod mu

fior

D. rec Bo qua alie

ne:
do
lar
mi
the

ali mi vio

> mi an nu ca

> > ta af ti:

dia

İ

fioni, reliquisque propriè subjacentes. Pleríque recentiores in hac sententia versantur, ídque disertis verbis affeverant, rationem esfe genus peculiare quantitatis, eiqué quantitatis attributa jure competere: hoc Vincentius toti suarum proportionalitatum doctrinæ substernit, eique succinit eruditissimus ejus consocius Tacquetus; inculcat hoc D. Hobbius adversario suo doctissimo nihil reclamante; agnoscit idem egregius ille Borellus, Agimus (inquit) jam de nova specie Ad 7. def: quantitatis. Quid Mersennum, Meibomium, 116.3. alios referam, cum uno ore videantur omnes, præsertim qui circa proportionalitatis doctrinam innovare studuerunt, huic astipu-Nihilominus audendum est lari sententia? mihi tot & tantis viris obniti, tam illustri authoritati ανλιβλέπεινο Veritas exigit (faltem existimata mihi) à tam validis hostibus aliquale patrocinium : hæc certè sententia mihi non solum falsa, sed & admodum noxià videtur, quippe quæ controversias aliquam multas inutiles genuerit & foverit, plurimasque (sicuti mihi videtur) confusiones, axuponoxias, errores invexerit in proportionum doctrinam Plusculæ, arbitror, resecabuntur lites, difficultates auferentur, evitabuntur errores, & tenebræ discutientur, afferendo rationem non esse genus quantitatis, nec quantitati subjacens quid, & quantitatis attributa neutiquam propriè, per se, directe, nec aliter quam per nard x pnow aut un ovomiar quandam ei convenire. fane mirum videatur aliter quemvis cenfuiffe; quum enim ratio sit & agnoscatur pura puta relatio, quomodo veluti transire potest

rat

lita

add

ter

ita

su.

tuc

Etu

tio

81

Etu

ger

vel

tar

àP

fac

ria

nul

diff

fun

ulla

tur

que

que

cor

fe

tio

3

tu

A

do

me

fir

qu

in aliam categoriam, & genus aliquod con. stituere quantitatis? Quum nil sit aliud quam duorum quantorum respectus in quan titate fundatus, quomodo poterit ipfa concipi res ex se quanta, vel quantitati subjacens? Quum sit abstracte relatio, quomodo concrete dicatur relata? Annon hoc est res absolutas cum respectivis, nomina concreta cum abstractis confundere? Hactenus docuerunt Logici relationes inesse, tribui, niti rebus absolutis; res autem absolutas relationibus inhærere, vel acciderenemini dictum, opinor, vel auditum Logica studioso. Sicut nec relationes ipsas referre, respectus se respicere, habitudines hoc vel illo modo se habere, distantias distare, fimilitudines assimilari, comparationes inter fe conferri, dictu plausibile, conceptu postbile videtur. Cum e.g. dicitur, hac ratio major est illà, primum (ex adversariorum sententia dictum id proprie sumentium) tribuitur rationi magnitudo quædam, seu quantitas, inhærens vel accidens rationi; propter quam refertur ad aliam, vel in qua fundatur ejus ad aliam ratio; tum interpretative consequentérque dicitur, inæqualitas hæc in qualis est illi in qualitati, hæc majoritas major est ista majoritate: ita res abfolutæ relationibus inerunt ac innitentur, relationes attribuentur relationibus; concretæ voces de paronymis suis, & ejusdem familiæ vocibus abstractis prædicabuntur. Porrò qua causa quóque jure, rationes inter se comparando fibi pronunciet aliquis æquales proprie vel inæquales, & inter se rationem obtinere, possit eadem causa aquoque jure,

124

rationes istarum rationum conferendo aqualitatem iis & inæqualitatem novíque generis adeò rationem assignare; quin & harum ulterius rationum alias rationes statuere, ac ita nunquam defituro ad infinitum progref-Si ratio quantitatis genus sit, à magnitudinum comparatarum quantitate distinctum, & rationem ipsa sortitur, hæc nova ratio pari jure novum quantitatis genus erit; & rationis hujus ratio genus alterum distin-Etum constituet, & sic infinita quantitatum genera lucrabimur, hacenus nemini puto vel in fomnis cogitata, neminíque fano cogitanda. Verum merito videtur & respuitur à Philosophis hujusmodi nimium liberalis & facilis entium multiplicatio, minime necessaria neutiquam comprehenfibilis. Addo, quod nulla rationis cujusvis quantitas immediate discerni; vel per se potest æstimari; non senfum incurrit, non per effectus se prodit, non ullà certà ratione colligitur aut comprobatur; ut posthac ostendere conabimur. Itaque gratis supponitur & affirmatur, câdémque facilitate rejici potest ac abnegari. Sed contra primum nostrum discursum objici posse video sic instando percontandóque: relatio patris ad filium; annon fimilis dici folet. & verè dicitur relationi principis ad fubditum; ducis ad militem, palloris ad gregem? Acità relationi relatio, paternitati fimilitudo tribuitur ac inella Repono breviter pris mò, saltem ejusmodi relationes paternitas & fimilitudo funt admodum diverfæ naturæ; neque cum dicitur paternitas est similis, committitur ejulmodi ablona teduplicatio, nominumque concretorum cum abilitactis con-R 2

CO

ci

sc tu

tr

in

nu

ra

m

al

et

ti

fc

P

ti

tı

fe

ta

p

fusio, qualis incurritur dicendo, similitudo est fimilis, vel inæqualitas elt inæqualis. respondeo potius secundo, cum dicitur paternitas est fimilis principatui, ista similitudo non in ipfis fundatur relationibus, nec in aliquo quo l'iis inest, sed in rebus absolutis, quibus & ipfæ dicta relation's innituntur; vel in aliis rebus absolutis qua consequentur & exurgant ab illis fundamentis: quia scilicet gignere filium & populum aggregare, regere familiam & civitati præfidere, fimilia funt ; quoniam affectu prosequi, constio juvare, poenis coercere; curá ac operá prodesse, providere, tutari; reverentiam, obsequium gratitudinem sibi debita exigere, communia funt patri principique; hinc pater & princeps absolute multis de causis & multis nominibus (ut talibus affecti qualitatibus, agentes talia vel patientes) fimiles dicantur: unde per translationem nominis ipse relationes, paternitas & principatus, fimiles prædicantur; non quia se es hæftri-Età proprietate referuntur ad le (quomodo enim intelligi poterit, cum paternitas & principatus nil fint aliud quam rò effe ad alia, convenit ipfis alterum effe ad aliud; ut nempe dicatur, hoc esse ad aliud est ad ali-Sed quia relationibus iltis perpetuò conjunguntur istiusmodi qualitates aut actiones, propter quas ipfi termini relati vere fimiles habeantur. Igitur hac fimilitudinis relatio non tam inharet dictis relationibus, quam ipsas comitatur, ipsisque propter hanc accomirantiam attribuitur. Non absimile quid contingit in hac quam profequimur materia: que nempe quantis abfolutis revera coned

er-

do

li-

11-

el

et

6-

1

1-

)-

convenit aqualitas aut inaqualitas, aut fpecialis qualibet ratio, ipforum rationibus adscribitur. Quum e. g. ratio sextupla dicitur major respectu, & quidem dupla, rationis triola n'I fignificatur alu , quam rem denominatam numero fenario majorem effe, in dupla ratione majorem, re denominata numero ternario; vel antece entem unius rationis aquare duplum rationis alterius antecedentem; propter quem inequalitatis mo lum una ratio, quaft me tonymice dicatur alteri taliter in equalis. Quod fiquis attente rem animo pen itet, agnoscere poterit. eth verifime dicatur & non improprie, fextuplum tripli duplum ell (concretas nempe voces adhiben to, ade oque res qualdam abfolutas involvendo) tamen nec vere nec proprie nominibus abstractis utendo, dici sextuplicitas est dupla triplicitatis. Certe fextuplum semper dividi potell in duo tripla; triplum duplicari potest, & bis accipi, sic ut sextuplum componat. Alt ipsa sextuplicitas vi letur esse qui i indivisibile, neque triplicitas apta elt compositionem ingredi. 3-1-3 exaquat 6; at effe triplum-1-effe triplum (hoc eft, triplicitas - triplicitas) qualem fummam ethciat non affequi possum cogitando. Triplex et triborium hora, triplex triennium anni, ifti triplicitas huic triplicitati adjuncta que Mathematice computabilem fummam eniciant, equidem non capio; video potius ex duabus illis Metaphylice duabus, triplicitatibus fextuplicitatem nullam conflari vel em rgere. Caterum ut hac dilucidius pateant, & quod nulla poltulet necessitas distinctam aliquam ratio-R 3 nibus

1.

nus

ma

pro

que

fin

cu

ful

fie

it

ut

da

tu

fe

Ct

r

11

n

n

nibus quantitatem affignari, circa rationum συ [κρί (ess nonnulla preflius advertemus. Adverto nempe primo, Quod nulla rationes inter se comparari possunt, sicut innotescat aut zitimabilis reddatur illa, qua adverfarii pertendunt, ipfarum ratio, nifi priùs ad commune confequens reducantur, immediate nimirum aut mediate, actu & explicite, vel virtualiter & implicite, Scire v. g. nemo potest aut concipere, quenam ratio, num numeri 12 ad 3. vel 4 ad 2 major fit, aut quomodo major, nifi confiderando quòd 12 ad 3 taliter fe habet ut 4 ad 1, & 4 ad 2 ficut 2 nd 1. (Vel unitatis loco quodvis aliud fubilituendo commune confequens, puta 5, confiderando quòd 12. 3 :: 20.5 & 4. 2 :: 10.5). Quibus confideratis atque perspe-Etis, tum demum ex antecedentium, in hike novis a quipollentibus rationibus, collatione dignoscitur ipsarum rationum inequalitas & ratio (que dicitur), Unde provenic hoc, quam exinde, quòd rationes ipfæ nullam ex se quantitatem habent ullatenus imaginabilem, diffinctam a terminorum fuorum quantitate, nullam proprie dictam inaqualitatem; at faltem, poliquam commune confequens obtinent, propter antecedentium inxqualitatem inæquales & ipfas denominari? Pariter adverti poterit fecundo, quòd cum duarum quarumcunque rationum termini funt hererogenei, nullatenus illæ comparari poffunt aut æftimari, niti priùs ad commune genus aliqued revocentur. Proponantur e.g. duo pondera & duo tempora, quenam fit major ratio duorum iftorum ponderum, an binorum semporum, dignoscatur aliquate-

1.

num

Ad-

ones

Cat rfa-

s ad

iate

vel

mo

um

aut

12

cut

ud

5,

161-

ce

le

8

C,

nus; nec alio ferè quam hoc paclo: matur aliquod quantum, cujufvis generis prolubitu tuo: (fed commodiffime plerunque propter fummam rectarum linearum fimplicitatem, & capacitatem exprimenda cujulvis rationis, adfumetur recta linea) adfumatur, inquam, recta quævis linea, quòd fi fieri possit ut primum pondus ad secundum, ita linea quavis ad lineam acceptam; item ut primum tempus ad fecundum, ita quadam linea ad candem itidem affumptam; tum ficut fe habet prior linea fic inventa ad fecundamita repertam, taliter habere fe dicetur ratio ponderum ad rationem temporum; dicetur, inquam, ideireo quia dicha linex taliter se habent, ab ipsarum ratione denominationem hanc mutuando. Poffet commodiffime loco linea numerus adfumi, modo conflet propositas rationes ponderum & temporum nameris explicabiles fore; at fi non conflet, aut quod multoties evenit, reipsà non contingat hoc, numerus ad hanc ou fueror ineption eft. Unde minus recte, quod obiter adnote, vis eximius, in opere Arith- Pag 226. metico nume is omnibus abfoluto, pronunciaife videtur and rationes existere in genere numerolo: quali vero reliqua quanta, numerorum omni confideratione feclusà, rationem non obtinerent. Imque fatis notabilem atque tractal dem ? Quamobiem prafertim lit ejulmodi ratio, modo quolibet in genere numerofo, qua cum posit aliis terminis exhiberi, numeris tamen null tenus exprimi poffic? "Ut & quod ex hinc infert, veritatis expers videtur, universam nempe rationum doctrinam, Arithmetica potius quam

R 4

Geo-

Lec

mus,

tate

tiz I

fond

meru

mina

(imo

teft.

que

com

effa

que

PEC

cen

affi

nin

pro

bus

ali

ille

na

QU

al

CE

d

Geometricæ speculationi convenire: quid enim, annon pleraque de rationibus adhuc inventa vel tradita plane generalia funt. & quantis ex equo cunclis conveniunt? Et ejulmodi saltem rationes, quæ numerisex. primi nequeunt, Arithmetica speculationis limites egredientur, quales innumeræ funt, quibus elementi quinti theoremata non minus quam Arithmeticis adaptantur, Sed hoc en παρόδω, nescio num alias plenius elucidandum. Consequenter ad hæc advertatur tertiò, quòd nulla ratio seorsim & per se potest æstimari vel comprehendi, nec jer ullam determinatam quantitatem peculiariter apta nata est exprimi seu repræsentari, sed per omnes, vel unamquamvis indifferenter; nec ideo cuivis absolutæ quantitati subjacet, qualis enim illa quantitas foret, per omnia quantorum genera defultans atque pererrans? Et si nullam ex se quantitatem intelligihilem habet, quomodo cum alia ratione collata deprehendetur habere? Quo pacto nullà ratione per se comprehensibilium quantorum feliciter instituetur comparatio, notaque refultabit relatio quantitatum ignotarum? Quinimo cum alia ratione collata ratio non nili vagam & arbitrariam fortitur quantitatem; prout enim commune consequens ex arbitrio varium accipitur, ita rationum collatarum quæ dicuntur quantitates evariantur. Desultariamigitur & inceterminatam quantitatem habent, fiquam habent, hæ rationes; hoc est, nullam. enim aliquid determinate, quicquid est; quod utique est, nusquam est. Vidit hoc, & palam agnovit, luculentéque declaravit acutifimus

3.

mus Vincentius, at seu verborum ambiguitate delusus, seu spe novæ con endæ scientiz nonnihil elatus, aliorfum rapuit. Refondeo (inquit) verum effe, fi ratio quæ in numeris exprimi nequeat, solitarie sumatur, denominatorem eins exhiberi Geometrice non posse (imo verò interpono, semper exhiberi poteft, sumendo quodvis quantum pro consequente, quod eodem munere fungetur, quo communiter unitas defungitur in rationum effabilium denominatoribus exhibendis; neque rationum numeris effabilium quoad hoc peculiare quicquam est) quod & (pergit Vincentius) bina vel plures fuerint data rationes, affignari poterunt singularum denominatores, qui nimirum demonstrent qualis inter vationes ipfas proportio intercedat, atque boc non tantum à dusbus cer is lineis prastabitur, sed à quibuscunque altis, quæ prioribus proportionales existunt. ille. Cum igitur præter hujusmodi denominatores, nullæ possint alfignari rationum quantitates, & himpliciter accepti pollint esse quamlibet varii, non erit ulla rationum absolute determinata quantitas. At Vincentius (ut dixi) verborum ut puto quorundam obscuritate turbatus, aliò deflexit hæc. Quamobrem adverto quarto, quod fundamentum unicum, cui innititur, e quo deducta videtur & enata de rationum quantitatibus & rationibus, illa quam oppugnamus doctrina, est usitatus iste loquendi modus: 1 æ due magnitudines sunt æque inæquales, ac illæ duæ; hæ magis aut minus inæquales funt quam illa, inde rationum quantitates & rationes colligunt dari. Si major elt hæc ratio illa, ergo quanta funt, ergo rationem

1.

aut

nei

let

me

de

qu

ad

tri

nu

id

bu

ti

qi

lu

n

CI

t

b

hat habet ad illam. Ex quo (inquit D. Hob. bius) intelligitur rationem tam excessus quam defedus effe quantitatem (effe quantam opinor vult dicere) quippe que suscipit majus o minus (intelligit, credo, quæ major dicitur & minor). Et Vincentius, in prima demonitra. tione libri de proportionalitatibus Geome. tricis, sic argumentatur; Ratio est mutua quadam ancecedencia ad conjequens babicudo, fe. cundum excessum, & defectum, & aqualitatem, Cum igitur unius rationu antecedens magis exce. dat consequens, vel ab codem magis deficiar quam alterius rationis antecedens suum excedat consequens, vel deficiat ab eodem, manifestum est unam rationem majorem minorémue effe altera. planè ut una quantitas altera major minorve est. Sed ad hunc plausibilem discursum repono, quoad loquendi formulas usu receptas spe-Candum esse, non quid verba sonant, at quid loquentes intelligunt. Nihil autem aliud hujusmodi verbis concipi posse, satis declaratum est nuperrime, quam ad commune consequens reductis quantorum quibuscunque rationibus, illarum antecedentes se taliter excedere, vel taliter deficere, vel fibimet exæquari. Nec enim, ut ipsi necesse habebunt fateri, possunt æstimari, vel inter se comparari rationes ulla, nisi talis fiat reductio; postquam verò reducuntur, haud aliter quam ex antecedentium collatione dignoscitur aut denominatur hæc, quam ipsi nominant, ratio. Quapropter & ex iplorum mente ac usu vocantur antecedentes isti rationum denominatores. Ergo nihil est necesse per locutiones antedictas aliud quicquam præter antecedentium æqualitatem

aut

aut inæqualitatem (hoc eft, ipforum rationem) designari vel intelligi. Nec igitur valet ab hisce loquendi formulis deducta argumentatio. Dixi nihil est necesse, sed neque de facto quicquam aliud concipitur, unde quo coronidem imponam huic dissertationi, adverto quintò, quicquid vulgò rationibus tribuitur, id vere tantum & proprie rationum denominatoribus, hocest, ipsarum ad idem consequens redactarum antecedentibus, convenire. Quam illis adfignant quantitas, nihil est aliud quam denominatorum quantitas & ratio; quum ipfas videri volunt addere vel subtrahere, non nisi denominatores is addunt vel subtrahunt; sed & cum ipsas multiplicant vel componunt, partiunt aut resolvunt, eadem resest. Liquebit hoc propositiones Vincentianas, egregio fane nisu contextas, attentius expendenti; quas quidem is universaliter proponit, & fecundum definitiones ac hypotheles suas ritè demonstrat, at si quis eas speciatim veluti de numericis rationibus prolatas accipiat, ejus totam doctrinam huc recidere deprehendet, ut fractionum quasi numeralium, aut quotientium divisione compertorum, additio & fubtractio, multiplicatio ac divisio, quoadque proportionem comparatio, indagetur atque tradatur. Quod autem in Arithmeticis est numerica fractio, vel divisionis quotiens, id in Geometria est denominator rationis cujuspiam, hoc est magnitudo quæpiam ad homogeneam fibi magnitudinem, unitatis loco habitam, sic affecta, prout fractio vel quotiens numerica refertur ad unitatem. Quare nihil aliud profequi videtur Vincentius.

Lec

ab ha

nibus

torib

hil &

nihil

cian

man

tion

hab

re C

ria

dec

lat

aii

vel

Cti

qu

ne

qu

ra

ca

m

m

ra

tr

0

tius, quam fractiones Arithmeticas, issque respondentes rationum Geometricarum denominatores; quibus congruentia quaque symptomata rationibus iphs ascribit. Sint e.g. duæ rationes numericæ 3 ad 5, & 7 ad 3; harum denominatores erunt iractiones 3& I (quatenus ? ad 1, ita fe hab: t ut 3 ad 5; & 4.1::7.3) vel reducen o dictas fractiones ad communem denominationem, erunt illa. rum rationum denominatores numeri fra. Ai -? & 15. Has ig tur fractiones cum addiderit sibimet, aut unam ab alia subduxerit; cum unam per alceram m diplicarit aut diviserit. & cum ipsarum proportionem exhibuerit, pre le fert iplus tictas rationes addidife vel fubtraxide, multiplicaffe veldivifisse, vel ipsarum rationem exhibuisse. Non igitar ille vir egregius tam novam circa proportiones scientiam con idiffe, quod cenfet Tacquetus, at veterem ante perspectam doctrinam alio modo, nec eo nimis appofito. contexuisse, novisque vocabulis enunciasse videtur; quam tamen à se repertis compluribus theorematis infigniter locupletavit. Commune vero quot diximus, est illi cum cæteris hanc de rationum rationibus & quantitatibus doctrinam amplexantibus, rationes scilicet, dum numeros attrectant, cum numericis fractionibus confundere, dum alias rationes considerant, tanquam suis denominatoribus easdem trastare. Quod nonnunquam aperte disertisque verbis faciunt, imprudenter eo delabentes, sepiùs autem verbis declinantes reipsa incurrunt. Notat hoc & sæpè taxat Hobbius in antagonilla suo, sed nec ipse modo sibi constet immunis 20

que

de-

que

int

8

63

a.

a.

t

ab hacculpa; idem enim est rationem rationibus tribuere, ac rationes cum denominatoribus suis easdem reputare, vel saltem nihil & infignificanter loqui; hoc enim aut nihil plane quicquam concipiunt. At sufficiant hac quadantenus exponenda confirmandæque sententiæ nostræ, quod scilicet rationes nullam propriè dictam quantitatem habent; neque quoad rationem inter fe vere comparantur. Unde nonnulla consectaria deducen us. Hinc primo clare faciléque decidetur quæltio de rationum, quam appellat Euclides compositione our de (e. num rediùs pro rationum additione sit habenda, vel pro ipfarum multiplicatione: nam e dietis quoad rem iplam rationibus, utpote quantitatis expertibus, neutrum convenit, nec addi nec multiplicari; quoad verò loquendi modum, quia cum componi dicuntur rationes, ipfarum denominatores multiplicantur, manisessum est rectius dici rationes multiplicari quam addi. Sicut & cum denominatorum unus alium dividit, rectius operatio talis dicetur rationis divisio quam sub-Quamvis obtinuerit, ut illa prior operatio dicatur mpodems, hæc

operatio dicatur mpódems, hæc posterior autem * dedipems. Secundò, radicitùs hinc evellitur, aut planè decernitur controversia, quam agitant nonnulli, quámque videtur † Mersennus excitasse; num ratio scilicet aqualitatis nihilum referat, aut exæ-

quetur nihilo, ratio majoris æqualitatis attollatur supra nihilum, ratio minoris inæqualitatis infra nihilum deprimatur. Nam 1

* Apud Ptolematum, lih.l. our. & Theonem ishic.

† In Prafat. ad Cogit. Physico-Mat.

Lec

(rect

fet.

fallit

nis d

rem

cè?

jus,

ejula

jore

maj

nibu

ejul

con

illis

que

tion

Et

res

fun

que

po

riv

cai ha

po

ab

Va

as

m

P

ti

ex vero cum nulla ratio quanta fit, interci. dit hujusce quastionis fundamentalis hypothesis, ipsáque simul collabitur & ruit. ex hypothesi quod denominatorum assectio. nes rationibus suis adjudicanda funt, eviden. tiffime liquet etiam minoritatis & æqualitatis rationes supra nihilum assurgere. per enim minoris rationis denominator eff aliquod quantum consequente minus; adeó. que in Arithmeticis pars vel fractio minor Æqualis vero rationis denomina. tor consequenti semper adæquatur, & unita. te fignatur in Arithmeticis. Nec amplius quid ad hujusce quastionis decisionem requi-Tertio, facillime refelluntur hisc quacunque Meibomius, adversus antiquos juxta ac recentiores Geometras, stvlo certe nimisquam inverecundo, disputavit ac adser. Qualia funt, quod ratio submultipla sit eadem rationi multiplæ, propter idem ab aqulitate Sasuna. Præterquam enim quod non idem fit Sasuua, nam longissime distant defectus & excessus, differentia negativa ac politiva, fatis liquebit hasce rationes ad commune consequens exigendo (quod pro rationum collatione toties necessarium monuimus) fubduplæ denominatorem minorem fore (quadrupla ratione minorem) denominatore rationis duplæ. Sit puta commune consequens 2, igitur antecedentes erunt 1 & 4, unde constat propositum. Item, cum colligit rationes excessus & defectus interse non posse comparari; nam æque comparantur hæ, ac aliæquævis, denomihatorum interventu. Etiam, cum folummodo rationem minorem auserendam statuit è majore;

3.

rci.

P0-

Aft

10.

en-

ta-

mest

ó.

10

2.

a.

US

1-

10

2(

e

1

d

(rectius minorem per majorem dividi dixiffet, ut præmonitum eft) in eo liquidiffime fallitur : quid enim impedit minoris rationis denominatorem dividi per denominatorem majoris, seu Arithmetice seu Geometricè? Rursus, cum rationem alicujus ad majus, subinde majorem esse pronunciat ratione ejusdem ad minus: ut rationem 4 ad 7, majorem esse ratione 4 ad 5; adeóque rationis majoris & minoris nomina pe peram abomnibus hactenus Geometris usurpata. Nam ejusmodi rationes, 4 ad 7 & 4 ad 5, ad idem consequens revocando, puta subrogando pro illis æquipollentes 20 ad 35 & 28 ad 35, liquet 20 minorem esse quam 28, adeoque rationem 4 ad 7 majorem esse ratione 4 ad 5. Et univerhm hinc patet quod & quare majores & minores appellamenta commodissimè funt à veteribus applicata; quia scilicet id quod rei ratio depopolcit, ab antecedentium post reductionem quantitatibus legitime derivata sunt, à quibus cum ipsæ rationes indicantur, ac denominationem accipiunt, tum habent omnino quod ullatenus comparari possunt aut comprehendi. Quamobrem & abunde perspicuum est eundem virum nulla validà ratione fretum, definitiones Euclideas falli postulasse. Nam si ratio quævis alia major est, quod ipse non diffitetur, (& si nulla propriè major fit, quod ego fentio, docendi tamen causa nil vetat, nec ego repugno quin aliqua major appelletur) fi, inquam, aliqua major supponatur, ille major jure meritissimo dicetur, cujus denominator est major, & que talis ab Euclide nominatur, egregiéque definitione circumscribitur, ac distinguitur

en

im

ftis

for

ita

que

ilta

rin

qui

or

bre

rat

qu

gia

ftir

nu

the

tin

hi

COL

qui

an

nii

qu

tue

enim

ab aliise Eadem facilitate difflantur, ut autumo, quatunque vir ille communi Geome. trarum sententia pugnantia suggessit animo paradoxa. Neque demum moleftiam nobis facesset ista tantopere jactata λογομαχία, circa rationem multiplam ac multiplicatam. duplam ac duplicatam, triplam & triplicatam, atque confimiles. Nam e traditis manifeste dilucescet rationem (v. g.) duplicatam, quæ dicitur minime duplam esse ratio. nis, quacum confertur. Ut ratio numeri o ad 1, non est dupla rationis 3 ad 1, quoniam existente jam communi rationum harum consequente, denominator unius 9, alterius denominatori e duplato non aquatur. Unde patet istiusmodi rationum multiplicationes abalia causa nuncupari, posthac commodius expedienda. Id folum adjiciam, admisso, quod astruere conatus sum, rationes nullam ex se quantitatem habere, nulla quantitatis attributa sortiri nisi naturalia, quæque debent accepta referre denominatoribus suis, difficultates hujufmodi pleralque statim evanescere, dubia plane tolli vel facile folvi, lites & rixas plerasque consopiri; quæ nimium haud aliunde quam ex ambiguitate per falsam istam hypothesin introducta videntur emersisse. Quamobrem haud abs re duxi quæstionem hanc tam susè seduloque ventila-Cæterum quia vulgo solent rationes inter se comparari, verboque tenus æquales, majores, minores haberi; nec scientiarum magistris deneganda videatur licentia, tales voces cudendi ac usurpandi (doctrinæ nempe clarioris & fuccinctioris gratia, modò de re constet, ac errorum occasio præcidatur. Nec

4.

tau-

me.

imo

Obis

ya,

am,

ica-

ma-

ica-

t10-

19

am

un-

de-

ide

nes

iùs

To,

am

tis

e-

is,

2-

es

m

11ur XI 2-1.

5, n

25

e

enim ego vulgares loquendi modos libenter improbo, sed genuinos ipsorum sensus investigo, ne verba rebus officiant, & per inanes fonos illudatur veritati) hæc, inquam, cum ita se habeant, & non absque fundamento quodam atque causa probabili, locutiones ilta pridem admissa sint, ac dudum invaluerint, quid per illas distincte fignificetur inquiremus. Quæ nempe fint æquales, majores, minores rationes (hoc eft, alio modo breviter nec inconcinne, rationum comparationes istas efferendo, quid sit analogia, quid hyperlogia (aut prologia) quid hypologia, quomodo definiri possint, & a se bene distingui, proximà Lectione quæremus; qua nulla fortaffe fubtilior aut gravior apud Mathematicos disceptatur controversia. Optimè (quantum res ipsa patitur, optimè) mihi videtur ab Euclide definitiones has effe constitutas, plerisque jam secus videtur, cumque nemo fere non in hoc damnat & deferit; an justis de causis & validis subnixi ratiociniis hoc fecerint, id examinatis & expensis quæ dixero penes vestrum erit judicium sta-Interim curpayers.

arredak di Managari sanah menangkan

S LECT.

on di tio

un te

uit

ria

12

to

di

ra

qu

re

ra

ele

qu

pe

ru

me

ne

no

pi

un

CO

m

et

00

cu

de

qu

di

di

g

LECT. VI.

In præcedente Lectione satis astruxisse videmur rationibus ex se, vere propriéque loquendo, nullam quantitatem, nullam rationem competere, nec ideo propter aliquid ipsis inhærens, aut ex se conveniens unam alterius respectu majorem, minorem, aqualem prædicari; sed ab absolutis quantis ad ipsorum rationes hac derivari attributa. Quia verò pridem invaluit usus, ut rationes inter se ceu quanta absoluta comparentur; & aqualis, majoris, minoris rationis nomina fortiantur; & nos locutiones istas, interposità justà cautione, non illibenter admittimus, id proxime fequitur, ut quo certo figno vel indicio dignosci queat, quando ratio una alteri æqualis est, quando major, quandóque minor dici debeat, hoc est, quomodo definiri possint & distingui ratio, major, minor, æqualis, dispiciamus. Et quidem è dictis satis manifelte consequi videtur, siquidem duz rationes homogeneis terminis conflantes, commune confequens habeant, illas commodissime definiri posse per antecedentium respectivam quantitatem, ut æquales nempe rationes dicantur, quarum antecedentes æquantur, & ratio major hæc illå, cum hujus antecedens illius antecedentem excedit; & minor hæc illå, cum hujus antecedens abillius deficit antecedente. Verum cum id quod accidit plerumque, diversi consequentis rati-

mes

I.

lue

ra-

uid

al-

ua-

ad

1a.

les

ir;

na

itâ

id

n-

e-

ni-

iri

r,

1-

12

S,

0-

20

ones comparantur, adeoque deficit ista conditio, liquet aliud indicium requiri, quo rationum istarum relatio dignoscatur; indicium scilicet aliquod universale, sufficiens determinandis quibuscunque rationum habitudinibus inter se. Tale verò fufficiens indicium reperire, magnæ res difficultatis hactenus visa compertaque est; cum obstent variæ caufæ, due præsertim discrimen inter rationes effabiles & ineffabiles (hoc eft, quantorum asymmetria) & terminorum, quibus diversa constant rationes, ETEPOZEVEIA. rationes enim omnes effabiles effent, & inter quantitates tantummodo symmetras versarentur, eodem modo definiri posset aqualis ratio, quo numerorum proportionalitas in elemento septimo, per divisionum nempe quotas æquales; & major minorque ratio per quotorum inaqualitatem respective: fed hoc universim sufficere prohibet terminorum, quibus insunt pleraque rationes, incommensurabilitas, quo fit ut exquisite peragi nequeat divisio, neque per numeros vulgo notos exprimi posit, aut animo clare concipi modus, quo rationum termini fese respiciunt. Terminorum etiam, quibus insunt aut constant comparate rationes, ETEDOYEVERE modos alios nonnullos (excogitabiles aut etiamnum excogitatos) excludit, quibus alioqui rationum respectus universaliter utcunque definiri possit, ut poltea forsan ostendetur. Hinc perdifficile videtur universale quoddam indicium exhibere, quo propofitis duabus rationibus, quarum termini fint indifferenter symmetri vel asymmetri, homogenei vel heterogenei, de ipsarum zqualita-

m

ho

an

no

dic

hal

qui

que

ap

tiù

gra

ner

pra

fior

fer

Fal

tud

ana

Euc

λό

refe

THS

ma

qua

tali

tis

hyp

diff

qua

tas

non

nes

ran

fun

04

lem

macorum

te vel inæqualitate. liquidò pronuncietur &

certo. Videamus igitur quæ talia indicia

Geometræ conati sunt assignare, vel quo pa-

cto rationum hosce respectus definiendos

censuerunt. Et quia si deprehendi posset

apta rationis æqualis definitio, non difficile fit ex illa rationum inæqualium, majoris ac minoris, definitiones efformare, de rationum æqualitate primo disseremus; quæ scilicet anima Matheseôs & nucleus habetur, imò disciplinarum omnium vinculum (Acoμος 7 Μα Эπμά των) à Platone dicitur. itaque tantam velut ex imo fundamento pertractandam ordiemur. Rationis æqualitas unico vocabulo (brevitatis & claritatis causa) vocitari folet analogia. Quæ vox extra Mathefin vulgo quamvis denotat congruentiam, conformitatem, aut aptam rerum inter se quarumvis correspondentiam; ficut (instando) convenientia sermonis cum regula generali dicitur à Grammaticis analogia; & quæ in ratione quapiam communi conspirant, a Logicis dicuntur analoga. Nempe Græcis ava præpositio rerum identitatem, equalitatem, aut convenientiaminnuit qualemcunque. Exempla suggerunt Scripturæ facræ; Joannis fecundo habetur, Ava usportas dio zaps (au ospicu. Hydrix binas metretas capientes æqualiter, aut fin-

gulæbinas. Matthæi vigefimo, operarii lo-

co mercedis, 'Ava' Swapiov Exacov . Unuf-

quisque denarium pariter accepêre. Luca

nono, Kalanxivale aules ava rei lines la Fa-

cite discumbant quinquaginta simul, vel in

singulo discubitu æquè quinquageni. Ne-

que non apud medicorum filios in phar-

In Timao.

t

C

n

0

1.

15

Z

1.

1-

nt

r,

æ

1-) -

1.

æ

a. in

6-

rm

macorum compositione præscribi, Sumantur horum vel illorum tot talésque mensuræ ana, hoc elt, æque, vel fingillatim tantæ, ignotum nemini. Simili fere pacto ανάλογον dicuntur bina quanta binis collata, qua xó200 habent ava congrue vel aqualiter; hocest, quæ rationem habent æqualem: abstractéque rationum ipsarum convenientia talis appellatur avaxozia. Latinis eadem ulitatiùs proportionalitas dicitur, distinctionis gratia, quia proportio sæpiùs ipsam rationem Those defignat. Quanquam, ut mihi præmonitum, Cicero cum in Plat. Timæi verfione vocem avadoviavin Lat. transfunderet fermonem, adhibuerit vocabulo proportio. Fabius autem Quintil. avanoziav per simili- Quintil. tudinem bene censuit exprimi: quapropter lib.V. H; analogia vel proportionalitas definitur ab Euclide λόγων ομοιότης, à Theone Smyrnæo λόγων του ότης · melius (etfi non admodum referat) mea sententia diceretur λόγων 100rus (cùm quia limilitudo verbum est laxiùs & magis ambiguum; & identitas haud optime quadrat rebus actu diversis, immediate qua talibus & sub diversorum ratione comparatis; tum quia rationum habitudines aliæ, hyperlogia nimirum & hypologia, non ex distimilitudine vel diversitate, sed ex inæqualitate denominantur majoritas & minoritas; quia denique rationum æqualium denominatorés, à quibus, ut expositum, rationes habent quòd ullatenus inter se comparantur, non iidem aut fimiles, sed æquales funt) definitiones autem illa non funt sowdes, rei definitæ certam aliquam essentialem passionem exhibentes, sed tantum ovojua-जयवेसड्र

fo

er

La

an

8

OC

ci

Su

iff

n

fu

te

ir

p

d

fe

il

n

wo Ses, quid analogiz nomen significet qua. dantenus indicantes; Euclidi saltem tales funt, ut ex eo satis patet, quod definitioni quintæ (rationem scilicet eandem habentium magnitudinum definitioni) subjicit, Ta 3 αυτον έχον α μερέ θη λόρον αναλορον καλέιδω, quæ mera elt vocabuli ανάλορον ex-Mox autem, interjectis fohim inæqualem rationem babentium definitionibus, 'Αναλορία ή έπ λόγων όμοιότης. Quamobrem Euclidis mentem haud optime capit Borellus, cum existimat eum hanc velut essentialem, & scientificam analogiæ definitionem proponere; cumque censet ex Euclidis mente, rationum fimilitudinem ceu notam & primam analogiæ proprietatem assigna-Nil tale cogitaffe videtur is; at cum fubinde vox analogia, vel avanozov si), rationis aqualitatem concinnius exprimens & concifius, interdum usurpanda videretur, eam nè quid ignorata discentibus facesseret negotii, vel caliginis effunderet, explicatam voluit dare. Quare nec Euclidem merito taxat (taxat, inquam, ex hypothefi quod Euclides istam definitionem tradiderit) quafi fuperfluè, pravéque binas ejus dem rei definitiones exhibentem. Nam eandem vel æqualem rationem habentium unicam exhibuit revera definitionem generalem, per essentialem quandam ipforum passionem; quin autem præterea rationem habentia æqualem appellari avangoy & rationum identitatem vel similitudinem istam analogia quoque nomine designari submoneret, quid obsecrojuste cause debuit impedire? Imo satis habuit causæ vim declarare vocabuli, plerisque for. 12.

les

oni

iti-

Tà

la-

-X.

in-

ni-

m-

pit

n-

0-

lis

ım

12.

im

a-

8

ır,

et

m

tò

1-

ısi

1-

1-

It

1-

1-

11

forsan ignoti. Fraudi verò fuisse videtur eruditissimo viro, quod in Claviana, aliisque Latinis plerisque elementorum editionibus analogiæ descriptio loco suo legitur emota; & anterius protrusa quartum isthic locum occupat, quæ jure meritóque Græcis in codicibus octava numeratur. Itaque rectissimè suboluit nasutissimo viro, descriptionem istam loco quem obsidet inferctam temere; neque forfan in fuum ordinem repolitam ita Quanquam præterea non diffifugillaflet. teor elementi quinti definitiones attentius inspectanti, nonnihil in iis exscriptorum culpå videri transpositum ac immutatum; qua de re non est opportunum conjecturas proferre. Quia eò potius accingimur, ut quod in hac materia præcipuum elt æqualis rationis vel analogiæ definitionem exploremus appolitam & accuratam. Id quod exequemur hac methodo: Primo, definitionem Euclideam explicatam dabimus; neque non ei legitimæ definitionis conditiones ad amussim quadrare monstrabimus. Secundo, que contra definitionem istam adferuntur objectiones adnotabimus & diluemus. Tertio, novas huic definitioni subrogantium doctrinas & methodos excutiemus; & quid in iis defideretur ac deficiat, quousque cedant Euchdez definitioni, vel quatenus ea deteriores funt, adnitemur oftendere. Quod primum caput attinet, elementaris definitio fic Græce sonat; Έν τω αυτώ λογω μεγέ 3n λε-१६) हैं।), काळ राज कार्वेड में ए रहाराज कार्वेड महत्त्वही०४, उत्ता नये नह कार्किन में महानह रिजासाड πολλαπλάσια τ σε δευτέρε κή τετάξ ε ισάκις πολλαπλασίων καθ' όποιδυ πολλαπλασία-5 4

Lec

analo parit

parit

tuo eft, f

tem

rite tuil

hoc

par

An mi

un

ma

Ve

fa

tu

ri

C

σμον έκα τερον έκατέρε ή άμα έλλειπη, ή άμα ίσα η, η άμα τωρέχη ληφθέν α κα αλληλα. Hoc est, reddente Clavio; in eadem ratione magnitudines dicunturesse, prima ad secundam & tertia ad quartam, cum primæ & tertiæ æquemultiplicia a secundæ & quartæ æquemultiplicibus, qualifcunque fit hæc multiplicatio, utrumque ab utroque, vel una deficiunt, vel una aqualia funt, vel una excedunt, si ea sumantur quæ inter se respondent (vel fi ordine fumantur, hocest, ut multiplex antecedentis primi cum sui consequentis multiplice, & multiplex fecundi antecedentis cum sui consequentis multiplice con-Talis est proportionum definiferantur). tio Euclidea; μορμολυκείον illud, quo plerunque deterrentur ingenia virorum modesta vel ignava: modesta, quæ simul ac disficultatis aliqua species objectatur, suis diffidunt ipforum viribus; ignava verò, qua ferme nolunt attentionis aliquid edifcendis icientiis impendere; quafi nobis in hac rerum obscuritate constitutis sapere liceret Quorum utrique monendi funt, illi ne plane despondeant animo, hi ne tantillum curæ refugiant, quando studium res aliquod, at non improbum, desideret. Cxterum verbis aliis concipi poterit hæc definitio, brevius aliquantum, & forfan ad quorundam captum accommodatius. Proportionalia quanta funt, bina binis, quum antecedentium æquè multipla quælibet confequentium æque multiplis quibuscunque sunt, una femper vel aqualia, vel majora, vel minora, ordinate. Vel fic; analoga quanta (vel analogica, nos brevitatis causa subinde dicemus ana-

us.

a.

ne

n-

rtæ

1-

e-

1.

analoga) cum antecedentia quomodocunque pariter multiplicata, versus consequentia pariter itidem utcunque multiplicata perpetuo conservant iidem genus rationis (hoc est, fimul excessum, defectum, aut æqualita-Pariter multiplicata dixi versus pariter multiplicata, sed obiter adnoto dici potuisse, pariter divisa versus pariter divisa; hoc est, pro æque multiplis accipi potuisse partes fimiles aliquotas; scilicet ut talis emergeret definitio, consonans Euclidea. Analoga quanta funt, cum antecedentium fimiles quælibet aliquotæ partes consequentium quibulvis aliquotis partibus semper unà majores, vel æquales, vel minores funt. Vel, cum antecedentia pariter utcunque divifa cum consequentibus, utcunque pariter divisis, idem rationis genus una retinent. Potuissent & hæc in eadem definitione copulari, fic ut ea tam æque multipla, quam fimiles partes sub disjunctione contineret, hoc modo; proportionalia quanta funt, cum antecedentia pariter utcunque multiplicata vel divisa, consequentibus utcunque pariter multiplicatis aut divisis, &c. Horum utrovis modo potuisset, inquam, à soix esolis æqua ratione quod rem iplam spectat, proportionalium definitionem effinxisse. quia divisio multiplicatione nonnihil impeditior videtur, & simplicior, conceptuque facilior est integrorum quam fractorum calculus, & paucioribus expeditur, aquimultiplicia potius quam fimiles partes, confulto felegifle videtur & adhibuisse. Caterum ut hoc modo proportionalitatem declararet, in caufa fuit, quod cum generalem investigaret de-

ter a

itém

poffe

alte

erit

æqu

qua

quo

nis

run

fec

cat

tiu

ph

fu

de

lu

H

de

fe

n

definitionem, tam earum æqualium ratiohum quæ symmetris terminis constant, quam illarum quarum termini forent asymmetri. ipsaque proinde non effabiles; cumque rationum ineffabilium antecedentes explicabi. li modo consequentes suos respicerent, sic ut Immediate quomodo continerent iplos, velin ipfis continerentur, vix concipi posset; non eapropter a continendi modo (per quem effabilium rationum æqualitatem facile definivisset, & actu quidem in elemento septimo definivit) sed aliunde peti debuit universale quoddam fymptoma rationum pariter omni. um, estabilium & inestabilium, æqualitati connexum, eique determinanda sufficiens; quale dum expiscaretur, omnia perlustrans animo tandem advertit, opinor, aliqua quanta cum aliis vel ex naturæ suæ speciali quadam proprietate, velob atifumptam quandam conditionem ita combinari, connectique inter se (vel ab alteris altera, quoad sux quantitatis modum ita dependere) ut cum universaliter ab illorum æqualitate velingqualitate, consequenter horum æqualitas vel inæqualitas ejusdem generis simultanea, tum etiam illorum similia quævis augmenta vel decrementa, prorsus arguerent & secum traherent necessariò similia horum incrementa vel decrementa. E.g. duo quævis æque alta triangula naturæ suæ speciali proprietate quadam in elemento primo demonstrata, cum basibus suis ita connectuntur, ut ipsorum priori modo quolibet aucto vel multiplicato, basis etiam sua similiter augeatur aut multiplicetur: neque non prout adaugetur aut multiplicatur posterius, ita simili-

ter

Iea.VI. Mathematica.

tio-

nain

tri, ra-

ibi-

ut lin

ion

fa.

ni-

no

ile

ni-

iti

S;

ns

n-

2-

n.

ne x

n

a

ter accrescit & multiplex evadit ejus basis: itémque si prius augmentum vel multiplex polleriore majus sit, una basis ei respondens alterius augmenti vel multipli base major erit; si minus illud, hac minor; si illud aquale, hac etiam aqualis. Rursus, duo quavis tota, cum similibus suis partibus aliquotis, propter adfumptam istam similitudinis conditionem, ita connectuntur, ut illorum qualibet multiplicationes includant & fecum deferant harum confimiles multiplicationes respective, neque non si prioris totius multiplex excedat posterioris multiplum, etiam partium prioris multiplex una superabit partium posterioris multiplum; fi deficiat illud, hoc deficiet; fi adæquetur illud, hoc etiam necessariò adaquabitur. Hæc cum adverteret auctor, etiamque porrò deprehenderet, in aliis aliter affectis quantis fecus evenire, verbi gratia, ficut polthac oftendemus, in triangulis differenter altis, neutiquam ex unius cum base sua pariter multiplicati excessu, super alterius multiplum infertur basis sux excessus supra basim alterius, cum altero pariter multiplicatam: neque si tota cum dissimilibus ipsorum partibus comparentur, inde quod prius æque cum fuis partibus multiplicatum excedat polterioris multiplex aliquod, ullatenus confequetur ideo partium prioris multiplum excedere partes posterioris æquè cum suo toto multi-Hæc, inquam denuò, cum observaret Euclides (seu quis alter harum definitionum conditor) & proprietatem istam antedictam omnigenis promiscuè quantis, symmetris & asymmetris, convenire (nulla siquidem

LeE

& pr

confe

perd

idem

nt ni

resa

imm

vari

fubi

hus

illo

dif

que

mu

de

rur pta

no

ve

op

ex

m

ra

8

in

dem illic symmetrix vel asymmetrix cuius. vis intervenit confideratio) hinc ex illa rationum taliter affectis quantis accidentium mutuos ad se respectus generatim æstiman. dos censuit ac definiendos. Arbitratur Clavius auctorem cum primo perspexisset hoc symptoma symmetris quibuscunque propor. tionalibus accidere, tum nonnullis etiam asymmetris quatuor quantis aliquando convenire, inde jure suo usum proportionalita. tem ex illo generaliter determinandam cen! Mihi potius videtur, quando nedum id estabili ratione præditis analogis (juxta definitionem aliquam priorem ità denominatis) fed universim omnibus ità, sicut innui. per naturæ suæ proprietatem specialem, aut per adfumptam conditionem in se connexis bis duobus quantis id comperisset accidere, per ipsum habitudines rationum ejus modi quantis competentium ab aliis existimasse diitinguendas; quas merito quidem easdem vel æquales dixit, quoniam fi quando contingeret ejulmodi rationes idem confequens habere, vel ad idem utcunque consequens revocari posse, semper ipsarum antecedentes adæquarentur. Sed ita forsan auctor hujusce definitionis ratiocinari potuit, & fecum animo versare: è confusa proportionalitatis idza, quatenus ilia rationum summam præse fert similitudinem, perspicitur antecedentes eodem genere rationis fimul ad consequentes referri. Quod si multiplicentur antecedentes per eundem quemlibet numerum, satis adparet hanc similitudinem, quoad rationis genus neutiquam immutari, quum hi termini similiter adcrescant.

3

Lect. VI. Mathematica.

jus-

ra-

um an-

la-

oc or-

Im

n-

a-

m

S

& præterea per eundem quemvis numerum consequentes etiam multiplicentur, adhue perdurabit eadem similitudo, retinebitur idem utrinque rationis genus; quamvis prout numeri multiplicantes adfumuntur majoresaut minores, iplæ fingulares rationum sic immutatarum quantitates innumeris modis variantur, augentur, & minuuntur, fic ut fubinde termini antecedentes confequentibus aquentur, subinde deficiant ab illis, vel illos exsuperent magis minúsve. Hujusmodi fortasse discursu nonnihil Metaphysico, neque tamen admodum obscuro, vir sagacissimus ad hujusce rei fundum penetravit, & inde definitionem nobis hanc extraxit. rum quocunque modo, quacunque ansa arrepta, devenerit auctor ad hujus symptomatis notitiam, ejus saltem ut subtilissima fuit inventio, sic usus est præclarus, & perquam opportunus propositæ materie; siquidem ex eo immediatissime, directissime, brevissimè, clarissiméque præcipuas plerasque generales proportionalium passiones deduxit, ut & specialium quantorum proportionalitates indicavit: id quod deinceps often suri sumus. Sed præmisam definitionem primum explicemus: Imprimis & præsertim notabilis est apposita conditio generalis, Kab' onolovsy πολλαπλασια (μον · fecundum quamcunque multiplicationem, nec enim sufficit ut aliquando contingat homologorum terminorum æque multiplicia sic affici (nimirum ut una excedant, deficiant, aut æquentur) sed argumentis manifestis evinci debet hoc semper eventurum. Debet, inquam, evinci non ex inductione quapiam perpetua (inductio

ced

baf

adl

du

æq

ans

arb

tri

pe

\$

mo

qu

ZA

YI

fuj

de

ift

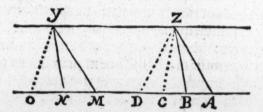
rie

ne

ne

fal

res est infiniti negotii, quamque Mathefis omnino respuit) ast universali demonstratione derivata, ex specialium quantorum proprietate aliqua essentiali, vel fundata in magis universalium quantorum peculiari quadam conditione supposità vel compertà. Accidere potest in aliquo casu simultaneus ille defectus, excessus, aut æqualitas, etiam quantis minime proportionalibus, aft folis proportionalibus universaliter convenit, & ex ipsorum constitutione necessario fluit: adeoque potest & debet de iis universaliter demonstrari, quo constet proportionalitas ipforum, & hanc eis definitionem congrue-Verum non aliter melius illustretur hac definitio, quam exempla præponendo, quibus evidentissime dilucescat hanc conditionem multis revera quantis competere, quódque poterit hæc definitio facili negotio rebus applicari; quod ad intellectum minime difficilis, ad usum satis prompta sit. mur ab exemplis specialioribus.



Sint duo triangula ZAB, YMN æquè alta (vel inter easdem parallelas constituta) super bases AB, MN. Habentur itaque bis duo quanta; duo nempe trigona ZAB, YMN & duæ bases AB, MN; quibus assero definitionis nostræ conditionem accidere. Nam utcunque pro lubitu æquè multiplicentur antecedentes

fis

ti-

0-

la-

la-

tà.

us

m

lis

8

t;

er

as

e-

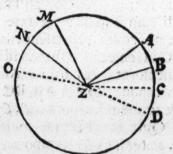
ec

1-

0.

15

cedentes termini, triangulum ZAB ejúsque basis AB, juxta numerum puta ternarium. adfumendo rectas BC,CD æquales ipfi AB. ducendoque rectas ZC, ZD (liquet enim ob aqualitatem basium AB, BC, CD etiam triangula ZAB, ZBC, ZCD æquari). arbitrium æquemultiplicentur confequentes, triangulum YMN, ejusque basis MN, puta per binarium accipiendo rectam NO=MN. & connectendo rectam YO. lam ex demonstratis in elemento primo planissimè liquet, quod fi antecedentis trianguli triplex ZAD superet consequentis trianguli duplex YMO, etiam antecedentis basis tripla AD superabit consequentis basis duplam MO: se defectus fit ifthic, etiam hic defectus erit; fi isthic aqualitas, etiam & hic aqualitas reperietur. Ergo quatuor hæc quanta conditionem obtinent in hac definitione requisitam; nec id ex inductione quapiam, alt ex univerfali discursu adstruitur.



Rursus, sit circulus cujus centrum Z, & ad centrum anguli duo AZB. MZN, insistentes arcubus AB, MN: ostendendum est definitionis hujusce conditionem etiam istis convenire angulis & arcubus. Sumatur arcus AB quomodocunque multiplus, puta triplus, AD:

spa

fpa

ten

spe

tuo

def

adf

ent

mo

tro

æq

me

fur

1113

me

eff

in

10

ce

pl

P!

PZ

AD; & connectatur ZD. Liquet ex ele. mento tertio, angulum AZD etiam triplum esse anguli AZB. Tum arcus MN quiliber accipiatur multiplus, pone duplus MO, & connectatur ZO. Itidem liquet angulum MZO anguli MZN duplum effe. Quod fi angulus AZD superet angulum MZO, etiam (è demonstratis in elemento tertio) arcus AD arcum MO excedet; fi is illum adrquet, etiam hic adaquabit hunc; fin defectus isthic fuerit, etiam una defectus hic erit. Ergo quatuor hisce quantis dicta conditio per demonstrationem quandam universalem ostenditur convenire. Porro, (nam exempla libenter huic penitius enucleanda rei multigena congeram)

inential so continue requirements

Sint duo spatia ZA,XM, ab uniformiter lato mobili cum aquali velocitate percurla diversis temporibus, repræsentatis à lineis (a, Eu. Conveniet dico spatiis istis ac temporibus memorata conditio; Affumantur enim quoccunque spatia AB, BC ipsi ZA aqualia, & totidem tempora as, by ipli(a æqualia. Quin & XN æque multiplex fit spatii XM, ac tempus & temporis & L. quet (y esse tempus lationis per ZC, & Ev esse tempus lationis per XN (ex definitione scilicet motus uniformis, juxta quem temporibus quibuscunque æqualibus peracta spatia equantur; & vicislim equantur, tempora, quibus æqualia conficiuatur spatia). Item, ob æqualem ex hypothesi velocitatem, si Ipaele.

lum

bet

\$

lum 1 fi

am

cus

tus

rit.

tio

em

mrei

er fa

eis n-

ar A

d

ît

1-

e

)-

a

1,

spatium ZC majus sit, minus, vel áquale fpatio XN, erit eodem ordine respective tempus (2 majus, minus, vel æquale erit respectu temporis Ev. Unde liquet hæc quatuor quanta habere se juxta conditionem in definitione nostra præstitutam. Iterum, fi adfamatur, id quod rationi fimul ac experientiæ consentaneum est, momenta seu vires motivas ponderum, pro distantiarum à centro libræ modo fic adaugeri vel imminui, ut aqualia distantiarum incrementa vel decrementa ponderibus iisdem, æqualia momenta superaddant aut detrahant, hinc oftendetur juxta definitionis hujusce sententiam momenta ponderum æqualium distantiis suis elle proportionalia.

N M ABC

v µ ¿ a B r

the figuratum Z sit centrum libræ, cui ad intervalla ZA, ZM appendantur æqualia pondera, rectæque ζα, ζα repræsentent ipforum momenta, juxta dictas distantias; acceptis ipsorum ZA, ζω quibusvis æquemultiplis ZC, ζγ; liquet e suppositione modò præstrata ζγ esse momentum ponderis appensi ad distantiam C. Et similiter acceptis ZN, ζν æquemultiplicibus ₹ ZM, ζα; liquet ζν æquari momento ponderis ejusdem ad N suspensi. Quòd si ZC excedat, vel adæquet, vel deficiat respectu τε ZN; etiam una correspondenter momentum ζγ excedet, vel æqua-

com

in E

ana

cent

tate

niri

ficis

div

effa

ens

diff

(ta

mil

que

qui

tor

cte

16

fal

fu!

die

fu

aquabit, vel deficiat respectu 78 (v. quanta ZA, ZM proportionalia funt ipfis a. (u, juxta definitionem Euclideam. Con. limili pacto specialibus quibuscunque materiis adaptari poterit hac definitio, fic ut postquam è propositorum quantorum proprietate quapiam elicita fuerit hac conditio, per eam ipsorum proportionalitas demonstretur. Sed & exempla plura suggeri possent universalium, hoc est, ad nullam quantitatis speciem restrictorum quantorum, quibus ob a lnexam conditionem aliquam accommodetur hac definitio. fi bina quavis aqualia quanta fumantur A,B, aliaque quavis fibimet aqualia C, D: demonstrabitur A,B ipfis C,D este proportionalia. Namex ista utrinque supposita aqualitatis conditione facile deducetur iis hoc fymptoma convenire. Hujufmodi totum ferè quintum elementum exemplis constat; nec aliud ifth cagitur, quamut hac proprietas oftendatur congruere quantis omnibus certà conditione praditis, & inde proportionalitatis nomen iis deberi. Quapropter ejulmodi pluribus adducendis exemplis non immorabor. Unicum duntaxat adjiciam, a quo ferme con let universaliter ex hac definitione plerasque ab aliis subrogatas definitiones (hoc elt, proprietates, à quibus alii quantorum definiunt analogiam) deduci demonstrarique posse. Sint quæcunque bis duo quanta A, B & C, D juxta definitionem hanc nostram proportionalia, scilicet ut sit ratio A ad B, æqualis rationi C ad D. Dico, consequi quantum A divisum per B adaquari quanto C diviso per D (hoc est, iis com.

gò

is

n-

te-

ut

0-

li-

e-

ri

im

:0-

li-

iti

В,

C.

C=

a-

OC

e-

t;

e-

us r -

er

n à

fi-1-

ii

e.

is

m

it

1.

competere passionem istam ex qua Euclides in Elem. VII. commenfurabilium quantorum analogias definivit, pérque quam non nemo censet etiam asymmetrorum proportionalitatem utcunque posse non incommode definiri. Quandoquidem nimirum etsi v.g. poficis A,B asymmetris, non possit A per B sic dividi, ut quotiens emergat rationalis vel effabilis, attamen aliquis revera talis quotiens confuso modo posit intelligi subesse; qui differat ab assignabili rationali quotiente (tam quoad exceilum quam quoad defectum) minori quam affignatà quavis quantulacunque quantitate. Nec ideo repugnamus, quin supponatur etiam asymmetrorum quantorum divisio qualiscunq; ; quotiénsq; distinde non effabilis concipiatur dari: quinimo libenter hoc fuscipimus, ut eò magis univerfalitas constet sublequentis ratiocinii. Hisce fubnotatis, præmissam hypothesin repetens dico, fi juxta definitionem nostram fit A.B::

. Si neges, elto excef-C. D. eritfus penes alterutram partem, puta fit

Multiplicetur X per aliquem

numerum M, donec MX excedat B (quod fieri potest ex axiomate clarissimo, quod assumunt cum Archimede Geometræ: quodlibet quantum toties accipi potelt, ut ejus multiplex aliquoties acceptum excedere posit quodvis affignatum ejusidem generis quantum) igitur liquet B multiplicari posse per aliquem numerum N, ut NB non superetur ab MA, fed superetur ab MA-I-MX (quoniam

T 2

L

eju

qud

con

2de

pro

ipfe

nes

81

fle

cir

foe

El

Ge

ful

to,

ve

rin

N

an

lit

m

011

ift

tu

èl

fu

ta

91

ur

ft;

V

de

I.

am MX majus est uno B). Quoniam vero A-|-X - ex hypothesi tua) utramque partem æquationis multiplicando per eun-MA-I-MX MC dem numerum M, erit item rursus dividendo partes hujus æquationis per eundem numerum N, erit MA-I-MX MC Itaque quoniam often-ND fum est MA-|-MX NB, erit MC ND (quum enim duæ fractiones æquantur, fi numerator unius excedat ipfius denominatorem, etiam alterius numerator suum denominatorem exsuperabit, alias in equales forent contra hypothesin, una major, altera minor unitate) quum igitur oftensum sit esse MC ND, fed non effe MA NB, liquet non effe juxta nostram definitionem A.B.: C.D; quod primæ repugnat hypothefi. Perperamigitur negavit adversarius quantum A divisum per B xquari quanto C diviso per D. Quod erat demonstrandum. verò tandem è tot hisce prolatis exemplis evidenter patet. Primò, quod hæc definitio nititur hypothesi clare posibili, quæ scilicet

innumeris exemplis commonstretur, haud absque sundamento consingi, sed actu rebus esse; seu quòd hujus definitionis conditio multis quantis revera congruit. Secundò, quòd proprietas hæc ita generaliter extenditur, ut ei nihil obstent quantorum asymmetria nec ê repogéresa. cum nec istæ, nec is oppositæ symmetria & osuogéresa, omnino in

ejus

11.

ors

lue

un-

C

ua-

rit

en-

ND

nu-

to.

no-

fo-

ara

fle

iet ::

efi.

in-

am

lis

tio

cet

ud

us

tio

lò,

11-

11-

IIS

in

US

eius applicatione confiderentur. Tertiò, quòd hac proprietas necessario fluit ex natura, vel intime conjungitur cum specifica conditione quantorum quibus attribuitur, adeoque minime removetur ab ipforum qua proportionalium essentia. Semper enim oftenditur competere quantis propositis per ipforum, ut taliter conditionatoru, definitiones, aut per proprietates aliquas præcipuas & essentiales. Quarto, quod hac definitio sterilis non est, nec inutilis, at conclusionum circa materias tam generales quam speciales fæcunda mater. Ex ea fiquidem totum Elem.V. & quicquid ufpiam in elementis Geometricis circa proportionalitates ostensum est, derivatur ac dependet. Addo quinto, quod neque mososon elt, cum molestia veltædio pariens, at conclusiones quamplurimas admodum facili nixu prodit in lucem. Nam immediate, directoque discursu, nullis ambagibus, quantorum ab illa proportionalitates primæ ac præcipuæ, eliciuntur & de-Sextò, quòd ex hac definitimonstrantur. one fatis facile deducantur cum affectiones ilta, à quibus alii definitiones suas extruunt, tum reliquæ proportionalium passiones, quas e suis ii definitionibus eliciunt; adeoque rurlus quod hac proprietas cum proportionalitatis natura perquam intimè copulatur. Ad. jicio, propter inductionis calumniam, nufquam hic ullam inductionem comparere, fed univerfalibus omnino proportionibus conflare, qui adhibetur, discursum, & ex universalibus principiis dimanare. Neque video qui tot ad exempla tam luculenta mediocriter attenderit, cur Euclidex definitionis T 3

3.

4.

5.

6.

7.

hypothesi nè dum incomprehensibilitatem quandam, at vel obscuritatem ullam aut diffcultatem exprobret meritò. Nifi quod omnes omnium rerum notitix quatenus attentionem expolcunt, eatenus difficiles videantur humanæ mentis fastidiosæ socordiæ. mune nobis hoc vitiumne dicam, an sympto. ma quod immunes omnis cur x degere, not. loque prafertim cum negotio fapere cupia-Quid verò tandem hifce perspectis & rite perpenfis impedit, quin utcunque reclamantibus Neotericis Doctoribus audacter pronunciemus Euclidex huic definitioni definitionis cum primis optima notamac titulum convenire? Quando nempe definitionis optimæ potifimis, quas ego quidemexperientià duce comperio, vel affipulante possum agnoscere ratione, legibus apprime confonet. Cum scilicet hypothesi nitatur claristime possibili; cum subjectum suum ditlinguat ab aliis omnibus: cum ejus ut talis pathionem exhibeat necestariam, effentialem, reciprocam; cum ex ea alix passiones elici possint: ade que sit utilis conclusioni. bus affruendis, & procreandr scientia: cum denique facile, clare, directe rebus applicari posit, & ad u'un transferri; præter quas vix alias mihi bonæ definitionis leges, condtiones, virtutes hactenus licuit observate, qua cum nostra conveniant, optimam afferere non dubito. Quod luculentius apparebit ex telorum depulsione, quibuscum infense petunt adversarii, que certe tam denso nimbo volitant, adeò valida vi contorquentur, iisut excipiendis haud sufficiat præsens Lectio, proxima tentabimus.

LECT

fu

bu

rò

pu

de

pl

qu

111

ac

111

in

111

10

3

em ithomnti-

tur om-100-

ul-

111-

18

da-

Her

lefi-

itu-

tio-

CX-

nie

une

tur

di-

alis

tia-

illes

mi-

nin

cari

uas

nd -

IC.

are.

chic

K.

nbo

SUL

lio.

LECT. VII.

I N proxime differtatis Euclideam proportionalium definitionem utcunque conati fumus exponere, neque non argumentis quibuldam na a nevasinois afferere. Quia vero plerique recentiores éam vehementer impugnant, aut plane rejiciunt (perpauci quidem fimpliciter ut fallam propolitionem. plures ut pravam definitionem) superest ut quas ei dicas impegerint excutiam. Imprimis omnium pestime Ramus eam accepit, Scholing. acerbissimique perstrinxit sententià; sictamen ut planissime monstret se temere, nec intellectă penitus causă pronunciaffe, Primò, valde lubricam dicit & falfam : quæ profecto mera calumnia est, nec aliun le quam ab errore spississimo nata; quia nempe quid fit per quamcunque multiplicationem fimul excedere, deficere, xquari minus recte percepit. Disertissime requirit Euclides ad proportionalitatis indicium, ut excelsus, defectus, æqualitatis de homologorum terminorum æquè multiplis omnimoda fimultaneitas & perpetua comprobetur: hic quia quanta non-proportionalia, fubinde quafdam ejufmodi fimultaneitates obtinere contingit, Euclideam enunciationem lubrici falfique postulat: quid iniquius aut infirmius? Si quis, ut è vulgari materia fimile quid depromam, virum probum definiret aut deicriberet, iftiusmodi virum, qui ad recla rarionis T 4

gum

BOOLV

quo

long

Ubi

tio '

ubi

per

nal

coll

no

um

ip

rit

qu

11

tionis normam suos omnes actus componit & conformat, an descriptionem hanc labefa-Etat, quod subinde vir improbus aliquas actiones edit rationi consentaneas, juste nonnunquam operatur aut sobrie? Imò verò quod ille, juxta sensum loquendo moralem, constanter ac perpetuò, sed incertò hic & contingenter ex virtutis agit præscripto. probum ab improbo fatis dirimit ac fecernit. Pariter & hic; perpetua simultanei. tas proportionalia distinguit ab improportionalibus, que non eam necessario vel perpetuo fortiuntur; neque quod hisce nonnunquam obtingit, quicquam officit definitioni Quid quòd, præterquam quòd Archimedes & alii sagacissimi veteres Geometræ, demonstrationes haud quaquam suas falso fundamento superextruxissent, plerique definitionis hujus, ut talis, impugnatores moderni, hoc eam præsertim nominereprobant, quod demonstrabilis, hoc est, necessario vera, sit; adeóque suis è principiis Tacquetus, Borellus, Hobbius (& quoad numeros è principiis Euclideis ipse Clavius) illam demonstrarunt, tam longe abest ut hac enunciatio falsa sit, aut justa Rami accusatio. Sed instat Ramus hisce verbis ipsissimis; Neque enim proportio ex illa triplici differentia sais accurate concluditur, cum fallacissimus in ifto argumento st elenchus (ubinam verò Rame? me beabis si ostenderis!) subtensa, inquis, aqualis subtendit peripheriam aqualem, major majorem, minor minorem. Ergo (secundum nempe definitionem Euclideam) subtens a sunt propormales. Id quod (recte ais) faljum conjicit Pto-At verò, præclare censor, hæcarlemissa.

gu-

it

fa.

10

n-rò

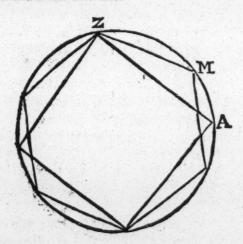
n,

0,

1.

S

gumentatio, juxta diverbium, "Oule vis, er" अधिकार के मीड़ी, nullatenus attingit aut spectat quod præ manibus elt negotium, alt ab eo longiùs quam à tellure coelum removetur. Ubi definitionis Euclideæ ulla hîc applicatio? ubi aquemultiplicium aliqua mentio? ubi quid his affine vel simile, quo deducatur peripheriarum cum suis subtensis proportionalitas? Enimvero neque colligitur, neque colligi poterit, tale quicquam è definitione nostra, non perperam intellecta. Contrarium certe consequitur, & recle colligitur ab ipso Ptolemxo, e propositionibus elementaribus derivatis ex hac, eique cognatis subsequentibus definitionibus Euclidæis. Ne grafis hoc dicere videamur, unam adscribemus facillimam instantiam.



Sint arcus duo ZA, ZM, ille quadrans, hic fextans totius circumferentiz. Dico arcus ZA, ZM non esse proportionales suis subtensis ZA, ZM, juxta nostram definitionem. Multiplicentur enim antecedentes ZA per numerum

cia

ve

di

ni

fe

ly

Ci

merum quaternarium, & consequentes ZM per numerum senarium; liquet quadruplam arcus quadrantis ZA æquari sextuplo arcus sextantalis ZM (cum utrumque multiplex integram adæquet circuli peripheriam). Verum quadruplex chordæ ZA minus eft fex. tuplo chordæ ZM, perimeter scilicet inscri. pti circulo quadrati perimetro hexagoni eidem inscripti: Ergo licuit peripherias ZA. ZM non esse juxta definitionem Euclideam proportionales chordis suis. Quod erat oftendendum; unaque instantiæ Ramæanæ demonstratur infirmitas ac (verbo veniam) impertinentia. Interim demirari subit hujulmodi licentiolam crifin, quam in veteres exercere solet Geometras homo, ne quid graviùs dicam, argutulus & dicaculus. porrò disputat, Ut elenchus iste non subesset (ut quidem interpono minime subest) nibil tamen definitione ift a definietur (quamobrem ita? sciscitor ego) neque enim bec, inquit, docebitur quid fint proportionales, sed alternatio proportionalium proponetur. Denique docebit ifta desinitio simplices terminos esfe proportionales, quorum multiplices alterni fuerint proportionales. Itaque bysterologia duplex eft, &c. At quibus oculis vidit aut legit ullam hic proportionalium alternationem proponi? ubi vel hilum comparet proportionalitatis multiplicium? excessum, desectum, aqualitatem aque multiplicium fignificari video; sed alternationis, aut proportionalitatis nullam volam, nullum cerno veltigium. Num hoc est differere, vel Sabinorum more quidlibet fomniare? Quid, talibus adductum causis, talibus instructum argumentis falsitatis, falla-CIR,

II

ZM

am

cus

lex

n).

χ.

ri.

ei-

A,

m

at

æ

n)

u-

C3

id

b

it

'n

ir

ciz, fophistices, absurditatis notas inurere venerandis illis capitibus; improperiis proscindere tam inurbanis istos scientiarum conditores & corvphæos, absque quibus fuisset, nil forfan haberet magnus hic tricarum artifex, prater Æsopicas fabulas, quarum analyfi mirificam illam fuam addiceret dialecticam? Id quod innocentius plerumque feciffet & tutius, quam in tales viros atrociter invocasset. Sanè vix indignationi meæ tempero, quin illum accipiam pro suo merito, regeramque validius in ejus caput, quæ contra veteres jactat convicia. Reliqua proferre tædet quæ objicit, paris acuminis & peritiæ, quæque nil aliud præter hoc probant liquidissime, quod omnino disparis sit negotii Logicas metho 'os texere, déque scientiarum arcanis judicare. Quod autem peremptorie, trississin aque cum severitate concludit, Quare talis definitio tollatur è Mathematis. Replico, nisi machinis impulsa validioribus æternum perfittet inconcussa, nec unquam è Mathematis dimovebitur. Illo dimisso, Tacquetum aggrediamur, nasi sagacioris hominem; qui ficut modelliùs, ita prout usu venit fortius, & majori cum verisimilitudinis specie, nos laceslit. Differentem audiamus; Imprimis, cerium est ea definitione non naturam æqualium rationum, sed affestionem solummodo aliquam explicari. Repono primò, quòd nulla definitio rei cujulvis naturam aliter explicat, quam aliquam ejus affectionem necessariam & reciprocam, id est, huic nostræ parem, assignando. Siquam exhibere poterit, haud illibenter causa cedam; at si nullam, ut ego confido nullam dari.

dari, definitiones ergò cunctas uno involvit crimine, uno telo configit. Qui circulum è radiorum paritate, triangulum è trium rectarum concursu spatium includente, quadratum è laterum æqualitate, & angulorum rectitudine definit, quid aliud quam figurarum istarum naturam ex assectionibus quibusdam suis explicet? Dico secundò, nullam dari vel concipi posse naturam, qualem ille confingit ac supponit ab affectionibus ejulmodi necellariis diltinctam, iffve prio-Habere talem aliquam affectionem ipla rei natura est. ei essentiale est, eam con-Saltem, quod perinde est. habere quandam affectionum congeriem ita connexarum, ut una quevis alias implicet, & fecum necessariò trahat, ipsissimam rei cujusque naturam constituit. Unde qui dicit, res habens talem affectionem, ejus naturam explicat : ut e.g. circulus est figura pares habens radios, vel figura naturæ talis, ut pares habeat radios: ubi habere pares radios est ipsa circuli natura; velsaltem pares habere radios, & alias hanc concomitantes affectiones, ejus naturam integrè complectitur ac declarat. Sicut etiam habere rectos ad circumferentiam angulos diametro fubtenfos, vel aliam quamvis reciprocam affectionem æquè naturam exprimit circuli. Alias rerum naturas qui cogitant aut quarunt, nil aliud quam chimæras infectando fugaces ac evanidas imponunt ac illudunt fibi; nullas sanè tales unquam deprehendent aut affequentur. Igitur Euclides cum proporcionalium affectionem necessariam exhibuerit, ejus naturam, quantum fieri solet & potelt.

que Por Tac prop bile mon cert

telt,

mod decibile pro

ut ;

qu en pr

> vi di ac

ar

a p

telt, abunde declaravit & explicuit. Ade6que factum satis videtur huic objectioni. Porro, bisulco nos argumento persequitur Tacquetus ; Deinde (infit) illa multiplicium proprietas adducitur vel tanquam fignum infakibile rationum aqualium, ut quandocunque ca demonstrata fuerit, de quibusvis rationibus inferro certo liceat aquales cas ese, vel is sinfue illius est. ut per magnitudines eandem rationem babentes nibil aliud intelligi velit, quam carum multiplices modo jam diso excedere vel excedi. Respondeo, utrumque verum effe, ut fignum infallibile producitur, & exhibetur ut character proportionalium effentialis ac diffinctivus. Que certe duo reipsa nihil differunt, omnique probæ definitioni conveniunt. Nullum enim infallibile rei cujufvis fignum datur præter ejus essentialia attributa. Potest unaquaque resonnibus extra fuam effentiam politis denudari, neque potell ideo quidvisnon essentiale certam rei præsentiam indicare. Sed utrumque figillatim impugnat adverfarius hisce verbis; Si primum demonstrare debuerat cam affectionem omnibus & solis rationibm aqualibus inesse, ut ex ea rationum aqualitas certò possit inferri. Id verò minimè vulgare est theorema, quod neque Euclides neque post Euclidem ullus demonstravit. Respondeo, legem hic Euclidi reliquisque definitionum auctoribus injustam & impossibilem figi, scilicet ut demonstrent definitionis prædicatum subjecto convenire: non tenentur, neque possunt id demonstrare, sed gratis assumunt, hocest, attributo proprium subjecti nomen imponunt ex arbitratu suo. Num incumbit mihi demonstrare circuli nomen solis pares

am]

nali

tem

cide

fpo!

fect

ren

alii

pro

Eto.

ren

pot

pof

feri

con

gat

dia

tim

fin

tus

ad

dut

ma

re

mi

pr

ha

nit

ip

po

pr

10

radios habentibus figuris competere? Minime verò, sed iis omnibus & folis jure meo circuli nomen adfigno. Eodem plane modo pro lubitu suo (quamvis non temere nec imprudenter, at certis quas non femel infinuavi de causis justis illis & idoneis) aqualium rationum nomen attribuit o soix ewins omnibus & folis dictà proprietate præditis rationibus; proportionalium appellamentum appropriat quantis conditionem islam obtinentibus: unde propter hoc ipsum rationum æqualium, & quantorum proportionalium nomen mérito centendum est iis omnibus & solis congruere. Ut enim scientiarum magistris jus sit imponere nomina, diicipuli teneantur ea recipere, jultislimà summéque necessaria lege sancitum est. cum est, quod definitionis auctor oftendere tenetur (exemplis scilicet ad sensum claris, aut per evidentem discursum) attributum definitionis impossibile nihil, aut mere imaginarium complecti, sed revera posse res existere proprietate seu conditione supposita præditas. Ut qui circulum definit e radiorum paritate (utor enim libenter & confulto facillimis & familiarishimis exemplis) nihil aliud demonstrare tenetur, quam non repugnare tales figuras existere, quibus illa conveniat proprietas. Id quod ex ipfarum generatione, per recte linea circumductum aut alio pacto, potett oftendere clarissime. Ita cum perfacile perspicuéque probari possic, idque passim præstetur ab Euclide, ubicunque definitionem hanc applicet materia cuivis determinata, dari quanta, quibus conveniat hujusce definitionis hypothesis, nihil

am-

S

1-

1-

11

a

11

n

æ

1-

il

amplius est exigendum, esque licet optimo jure, quantis iis omnibus & folis proportionalium nomen affigere. Quod subdit autem hanc proprietatem proportionalibus accidere, esse theorema minime vulgare: respondeo, repetens è jam olim expositis, quod fecundum rem ipsam omnis definitio est theorema; propositio scilicet demonstrabilis ex aliis subjecti definitionibus, aut ex aliis reciprocis affectionibus priùs attributis subjedo. Neque non vicifim, quod omne theorema posit in definitionem compingi, modò poterit exemplo perspicuo constare, quòd possibilem includit hypothesin. Quare quòd ex aliis proportionalium definitionibus inferri posit hæc proprietas, & ex ea theorema constitui, nihil ejus ad hoc capacitati derogat aut impedit, quò minus legitimam ingrediatur definitionem: ficut neque permutatim, quia-possit, ut supra oftensum, ex hac definitione deduci proprietas, è qua Tacquetus ipse malit proportionalitatem definire, adeoque quod ejus definitio theorematis indutura fit formam, ullatenus id officit, ne ejus definitio proba cenferi debeat atque legitima, quamvis alia forsan officiant. vero non vulgare theorema dicit, innuens nimirum è definitionibus ac principiis à seipso præstratis difficulter elici proprietatem hanc, nihilad rem facit. Nec enim ad definitionis perfectionem requiritur, ut que in ipla adhibetur proprietas ex allis utcunque positis principiis facile consequatur. Et prorsus eodem pacto quam ipse prolaturus elt definitio theorematis hand vulgaristitulum merebitur, quia non omnibus adeò pro-

na

Si

(ec

les

de

74

ha

sci

fo

pa

ill

ti

ex

cli

lėg

iho

fai

de

ta

fic

rá

eff

eff

gu

nil

UA

741

ce

tù.

clive fuerit eam è definitionibus aliis, nominatimex hac nostra, derivare. Neque deinde mirum est; nec ab Euclide, nec ab alio quopiam demonstratum fuisse hoe theorema. cum in definitionem affumpferint, & principium habuerint aliis demonstrandis inserviens; quis enim unquam principia sua aggreditur demonstrare? Quopropter & nihili pendo discursum istum, quem alibi Tacquetus effert his verbis; cujus quidem negotii cum Satis ardua atque prolixa sit demonstratio, ut jam reipså cognoscemus, facile apparebit præpostere egisse Euclidem, qui aqualitatis rationum primum & fundamentale indicium sumi voluit ex bac multiplicium indemonstrata bactenus proprietate, cujus tam remota & obscura eft cum rationum aqualitate connexio. Quæ fic in accusatorem retorqueo, ut minime dubitem prxposterum ei judicium objectare, qui vitio vertit Euclidi, quòd indemonstratam proprietatem poluerit in definitione fua; quali verò subjecti proprietas in definitione posita fine manifelta contradictione demonstrari posit ab eo, qui per illam subjectum defini-Nam ex eo quod in definitione ponitur, assumitur esse prima omnium proprietas, at quatenus demonstrabilis aliquam supponit priorem, & idcirco nequitesse prima. Quare non præpoltero, sed rectissimo processit ordine magister noster. Cum vero remotam & obscuram esse clamat hujusce proprietatis cum rationum aqualitate connexionem, notoriè petit principium; nam Euclides certe manifestissimam esse ponit, & ponendo facit connexionem ejus cum hac, cum ex ea hanc definierit. Sed peragit, ut opinatur

natur, nos premere; Si secundum (hoc est, Si voluit Euclides per magnitudines eandem rationem babentes nibil aliud intelligi, quam earum magnitudines dicto modo excedere vel excedi) securi quidem erimus de veritate theorematum in lensu definitionis acceptorum, minime tamen ex vi demonstrationum nobis constare poterit de absoluta rationum aqualitate. Ad quæ nihil amplins habeo quod respondeam, quam hic ab eo nescio quam rationum absolutam æqualitatem fomniari, præexistentem & distinctam à passionibus per quas rationum aqualitas definiatur; qualis profecto nulla datur, & ab illo fine fundamento dari supponitur. Rationum æqualitas (sicut aliæ quævis in scientiis confideratæ materiæ) non aliunde quam ex convenientia cum definitione sua, seu Euclidea seu quævis alia, siqua reperiri potest, legitima censeri potest. Rationes funt exinde absolutissime formalissiméque æquales, hociplo quod proprietatem habent expresfam in definitione sua: quare cum in Euclideis theorematis demonstratur hac proprietas quibuscunque quantis convenire, simul constat iis rationum æqualitas competere; sicut quando de figura qualibet oftenditur radiorum paritas, eo ipfo demonstratur illam Infirmum igitur & irritum effe circulum. est epiphonema, quo suas hasce claudit argumentationes; Quomodocuna; igitur illa definitio accipiatur librorum 5; ac 6 demonstrationes vacillant, quamdiu demonstratum non fuerit veramrationum æqualitatem cum ea multiplicium proprietate semper effe connexum. Juxta quam certe sententiam vacillabunt omnes cujus tunque scientiz demonstrationes. Nam si per-

Le

qua

der

per

ref

nes

exi

flit

TIS

pro

tur

int

hu

æq

ad

æq

de

eo

eö

fai

nu

ne

ec

P

te

C

æ

Ĕ

d

ń

I.

2.

*73C

perpetuò demonstrari debet in definitioni. bus attributas proprietates veris fuis fubie. ctis connecti, nullus omnino finis erit de. monstrandi, vel nullum potius principium; aft ad infinitum retro procurrat oportet omne ratiocinium : præterquam quod quamcunque proportionalitatis definitionem ipfe nobis assignaverit, idem ei verbis & sententiis iisdem objectari poterit; sua lege constrictus tenebitur ipse demonstrare proprietatem, quam affumit rationibus æqualibus congruere, è priore scilicet aliqua, & illam porrò ab alia, donec interminabilis mole-Hix pertxfus errori suo renunciandum agnoverit. Demum ad hosce Tacqueti discursus universim adnoto; Primo, quod abique prindipium petit, & vitiofos committit circulos: non est proxima (vel est remota) proprietas, quia demonstrari potest, hoc est, quia datur alia propior: datur alia propior, quia demonstrari potest, aqualitatem rationum non constituit hac proprietas (hoc est, ejus definitionem ingredi nequit) quia differt ab ea, non clare connectitur, valde removetur ab ejus natura. Et ita passim. cundo, quòd nec ille nec alii plerique, quantum judico, definitionis naturam satis perspiciunt; in quibus revera nihil fit aliud quam nomen imponitur rei, quatenus illa paffioni subjacet, atcunque per sensum aut per ratiocinium evidenter exploratæ: verum nescio quas illi naturas, essentias, formalitates abstrufiores cogitant, in apricum nunquam proferendas. Per quas naturas rem ad vivum resecando, dilucebit eos nihil aliud intelligere, quam rei definitæ nomini,

qua-

quatenus in ulu communi versatur, respondentes conceptus aut fignificatus aliquos inperfectos & indistinctos, in scientils minime respiciendos, & ad condendas demonstrationes ineptos; ad quos proinde nullatenus exigendæ sunt definitiones: imo secludendis & eliminandis iis, ipforumque loco subflituendis rerum certis, diffinctis, atque claris idais efformantur definitiones, rebus appropriantes nomina, quatenus illæ fubjiciuntur affectionibus quibusdam ad sensum vel ad intellectum conspicuis. Noto tertio, quod hujusmodi ratiociniis adductus Tacquetus, aqualium rationum definitionem affignarit admodum vitiosam & inutilem. Ait enim aquari rationes, cum unius antecedens eodem modo continet funm consequens, vet in eo continetur: quo alterius antecedens fuum consequens continet, aut continetur in Qua definitio non nifi crassam & confusam ingenerat proportionalitatis idaam; nulli procreande conclusioni parem aut idoneam. Anceps enim & obscura phrasis est; eodem modo continere, neque revera, nisi per aliam definitionem limitetur, aliquid dis stincte significans. Multi modi sunt aliquatenus iidem & continere; majora quælibet continent minora eodem excessus modo; inaqualia duo quavis eodem inxqualitatis modo se respiciunt quo alia bina inæqualia. Erge nifi per aliquod restrictius & certius indicium declaretur, quid fit eodem modo continere, quænam modi defignetur hic identitas, & proinde quid fit æqualitas rationu ignora bimus aut ambigemus. Ut alia jam præteream incommoda, quib9 ista subjicitur definition finica

adl

ut

au

nù

fall

fub

gn

cili

cul

qui

pro

tar

po

em

ex

nei

COL

ter

fen

dif

te

diff

Vic

fib

on

Cel

8

de

ipí

eo

jul

1118

me

rai

en

Car

unica superest exceptio, præ reliquis maxi. mè plausibilis, & cui vereor ne penitus expedienda non fim; non quia magnam vim habet in fe, verum quia multorum prajudi. ciis favet, & patrocinatur iguaviz: his ab eo verbis proponitur ; Denique, ut sibi constarent omnia, tamen ille multiplicium labyrin. thus mibi, alissque semper displicuit, & tyronibus semper plurimum facessivit negotii, quorum ita plerumque mentes intricat, ut exitum vix reperi-Quod capitale crimenant aliquatenus amoliar atque depellam, respondeo primo, dispiciendum esse quibus ex causis ista multis adeò fastidiosa quam obtendunt perplexitas oriatur; num ex reipla, que commodiorem nullam aut clariorem expositionem admittat; vel ex interpretum incuria, qui non fatis hanc definitionem perspicuis exemplis elucidarint; an ex discentium culpa, qui priusquam animum adverterint sedulò, serióque perpenderint, faltidio correpti difficultatem fibi quandam insuperabilem imaginantur & persuadent. Si quid horum in causa sit, ut certe mihi compertum est hac omnia nonnihil conferre, quo perplexior videatur hæc definitio, absolvendus est auctor, alissque causis hoc quicquid est culpæ imputandum. Res ipsa penitus excusari nequit, quæ propter asymmetrian quantorum aliqua peculiari difficultate laborat; fic ut nemo non arduum effe fateatur, affectionem aliquam proportionalibus zque congruam deprehendere, definitionem aliquam cunctas rationum aqualitates complectentem exhibere. Quod & hinc patet, quia praclaris viris huic morbo remedium

21-

adhibere connisis hactenus accidisse videtur, ut vel nihil præstiterint omnino sufficiens, aut ut viis institerint prolixioribus, nec minus impeditis & implicitis; aut methodos faltem tradiderint culpæ cuipiam graviori subditas: adeò res ipsa contumaciter repugnat, ut ratione pertractetur admodum facili & expediti. Nec interpretes omnino culpa libero, ne quidem optimum Clavium, qui licet hanc definitionem cum explicuerit probè, tum judicio meo validè propugnarit, tamen exemplis eam satis illustribus & appolitis haud videtur declarasse Nam exempla que profert verborum sensum potius explicant, quam (id quod præcipue definitionem quamvis commendat fimul ac illustrat) conditionis in definitione positz possibilitatem, & veram in rebus existentiam reprzsentant; ut & nimia generalitate quadam sus discentium phantasias obturbant, tum fortè non satis expresse luculentéque cavet, nè discentes (im) potius occasionem præbere videtur ut ipsi) inductionem quandam exigi, fibique putent infinita quædam multiplicationum tentamina mente percurrenda; quod certe mirum non est, si confusos eos reddat & desperabundos; cùm tamen nihil hic tale desideretur, uti toties monuimus. iplos discentes attinet, nimis quam apparet, eos fibi plerunque deesse. Cum enim hujusce definitionis verba clarissima fint & omnis homonymiz expertia, quotusquisque tamen est qui vel iis penitus intelligendis operam navat, qui tantam à suo stomacho patientiain impetrat, ut trium lineolarum senfum accurate perpendat? Equidem haud momodico pignore contendere, meámque penè sidem obstringere non dubitem, qui definiti. onem hanc ferio perlegerit, ac ad ejus tantum in prima, vel in ultima fexti elementi propositione applicationem haud segniter attenderit, illi deinceps hanc definitionem haud ita perplexam, intricatam, aut diffici-Iem apparituram. Hisce præmissis ad Tac. queti verba repono, negando plane quod ullus hic extet labyrinthus, rem quam in se est intricatiorem reddens, quem non expositoris extricet mediocris folertia, a quo non attentionis modicæ filum tyrones expediat. Addo, ubi nulla versatur in vocabulis amphibologia, ubi nullum à prolixitate tædium, ubi semper directissimus adhibetur discursus (qua sedulo rimanti deprehendentur omnia in hoc casu concurrere) non ibi tanta subesse potelt obscuritas aut difficultas. In paucis elementi quinti propositionibus, issque prz. cipuis, adhibetur hæc definitio; sed ubique quantum memini directe per eam, & immediate demonstratis. Ac ubi specialibus accommodatur materiis in aliis elementis, vel in aliis libris Geometricis, conclusionem semper infert uno simplicissimo directissimoque modo, non ut alii fuis in methodis faciunt indirecte, vel ad absurdum reducendo; qui demonstrandi modus (ut omnes agnoscunt) obscurior est & ignobilior. Porro, si liceret cum Tacqueto quicquid velimus, ut suà luce ciarum adfumere, quódque maximopere veteres devitarunt Geometra, axiomatum numerum in immensum comulare, magnoquidem sæpe compendio res agi posset, at quanrum brevitatis accederet, & exurgentis inde non

not mit fpe oli Quantin

pro ut i jeći um Suo

ana

pratio fini

defi fur ph go tio

lur na tar op nii

re fol re pe

no

non nullius evidentia, tantum decederet firmitati, que multo potior est; & imprimis spectari debet in scientiis. Qua de re jam olim plura (si commemini) dissertavimus. Quare non est quod suz methodi brevitatem aut evidentiam jactitet Tacquetus; præsertim cum nullam (aut æquipollentem nulli) analogiæ definitionem ipse substraverit, & propositiones suas, seu gratis assumptas, seu ut ipse existimet demonstratas, incerto subjecto accommodaverit. Ast videmur eximium hunc adversarium jam satis repulisse. Succedit D. Hobbius, quo tamen brevissime defungemur, quoniam ejus argumentis in præcedentibus adaptabiles fuggessimus folu-Audiamus: Sed invenire per banc detiones. finitionem bujusmodi quatuor quantitates impossibile est, quia multiplicatio per omnes numeros, cum infiniti sunt, est imposibilis; non est ergò definitio bæc, sed bypothesis. Ad hunc discurfum prænoto, quod malè fumit hic philosophus Euclidem, id in hac fibi definitione negotii dedisse, ut proportionalitatis generationem traderet. Nihil ille tale meditatus aut molitus est, sed ut proportionalitatis solummodo distinctivam proprietatem adfignaret, uti cum circulum ex radiorum paritate definivit. Ubi forsan er maeos w sit operæ pretium annotare, quod etsi communiter optimæ fint ejusmodi definitiones, quæ rerum generationes exprimunt (imò revera folæ tales accurate loquendo bonæ funt, cum res definitæ sunt immediate generabiles, & per se quasi primario subsistunt) attamen nonnullis rebus ejusmodi definitiones non conveniunt; iis scilicet quæ non per se ge-

Dial.z.

Let

Impo

nem

pifca

ritat

& ex

fita (

men

adm

tuoi

altis

pro

faci

ofte

om

ritt

lus

Igi

10

qui

bil

pr

ve

ri

91

m

b

n

d

generantur, at ceu passiones secundaria ex aliarum rerum jam progenitarum constitutione resultant, & promanant ex insarum primariis affectionibus. E.g. qui focum parabolæ vel ellipsis definiendum suscipit, postquam animadverterit inesse talem parabolz jam constitutæ proprietatem, ut omnes ad axem paralleli radii a curva parabolæ linea, ad certum quoddam in axe punctum refle-Cantur; ut & ellipsi tale quoddam symptoma competere, quod ab uno quodam in axe pun 30 prodeuntes radii, ab ellipsis ambitu versus aliud in axe punctum retorquentur: hác (inquam) proprietate (que è primariis aliis linearum istarum proprietatibus fluit) deprehensa, focum optime definiat, non e generatione sua, quod impeditissimi foret negotii, sed è comperta dicta proprietate; punctum in axe scilicet, in quod radii ad axem paralleli, vel ex uno quodam defignab li in axe puncto prodeuntes dicto modo reflexi congregantur aut tendunt. Ita proportionalitas, cum non fit res primario subsistens, nec immediate generabilis, at passio quædam e quantorum aliqua prædeterminata conditione refultans, vix heri potell, faltem non expedit, ut per generationem aliquam definiatur. Utcunque manifellum erit, hupisce definitionis verba perscrutanti, nullam hic de facto generationem attingi, sed aliquod duntaxat symptoma quatuor subinde quantis conveniens innui, quibus ex hypothen quod illo gaudent symptomate, nomen inditur eandem habentium rationem seu proportionalium. Iam ad exceptionem Hobbianam respondeo, quod etsi prorsus im-

impossibile concedatur, per hanc definitionem quatuor proportionales quantitates expiscari (ficut impossibile est e radiorum paritate circulum invenire, tentando scilicet & experiendo, num finguli in figura propofita qui infunt infiniti radii pares funt) tamen id quod hic solum intenditur & sufficit. admodum facile est demonstrare, quod quatuor nonnullis quantis (v.g. duobus zquè altis parallelogrammis & eorum basibus) hec proprietas universaliter conveniat (ficut & facile fuerit è datis quibusdam conditionibus oftendere figuram aliquam habere radios omnes inter se pares). Ad illud nulla requiritur per omnes numeros multiplicatio, nullus labor infinitus, ut multoties offensum. Igitur hæc objectio nihil efficit. Sed porrò: Non est (inquit) definitio bac, fed bypothe fis, & quidem vera, sed non principium, quis demonstrabilu eft, & ab Hobbio demonftratur. Rezero primum, quod eandem rationem habentia vel proportionalia quanta vocitari debuerint ab Euclide, qua proprietatem obtinent hac in definitione fignatam, nec ille nec alius quisquam demonstravit, aut potuerit demonstrare. Hoc enim solum ab Euclidis libero pendebat arbitrio. Non igitur omnino verum est hanc definitionem ab ipso fuisse demonstratam. Secundo, ut priùs dico, nihil officere definitioni cuivis, quod proprietas, à qua definitur, possit de subjecto per aliam quandam pathonem definito demonstrari; alias nulla definitio bona foret. Sane nonnulla res modumadas (multis passombus præditæ) possint compluribus modis commode satis & recte definiri: fint exempla

plo conice fectiones, que cum admodum va. riis modis progigni possint (per motuum dependentias, & per motuum compositiones diversimodas; per variorum corporum se-Etiones, pérque multifarias methodos infini-

ille,

Lec

ille, c

tis ex

rer a

deve

Bore

præ

vam

pulc

nime

renc

ine

nia

defi

dia

viu

gui

re

qui

len

Bo

na

ru

ne

pi

ta puncta defignandi) cúmque passiones innumeras obtineant intimè fibi connexas, & ex parte rei æquè primas, æquéque claris hypothefibus subnixas, eapropter pluribus modis definiri possunt & solent; adeo quidem ut ego nullam ex iis rejiciendam arbitror, quamvis una quavis selecta, ceu prima. reliquarum ex ea proprietates confectentur, & proinde demonstrabiles sint. Ex quo liquet obiter fallum esfe, quo præsertim niti videntur adversarii, pronunciatum illud seu placitum Aristotelis in Topicis traditum, Theirs in cult ze) To dute ooi (wis ii) (Fieri nequit, ut ejusdem rei plures sint definitiones). Imo fieri potest, ut reipsa plusculæsint, tot nempe rei cujusvis definitiones, quot ipsa proprietates reciprocas habet, liquido nobis expositas & apparentes. Igitur nequicquam D. Hobbius definitioni nostræ repugnat. Recitabo tantum quæ circa definitionem hanc in opere profert Arithmetico vir clarissimus & eruditissimus partim ei faventia, partim adversantia; Nos (ait) banc definitionem, quamvis veram quidem, & Euclidis Satis accommodam, in noftris demonfrationibus omittendam duximus, neque ad boc upilipior proportionalia accommodamus. Quippe quod perplexius videtur, nec adeò forsan, tyronibus pra-Jertim, perspicuum. Nec quidem tam proportio-

nalium naturam immediate respicit, quam eorundem affectionem aliquam satis remotam. Hæc

Topic. VI.5

Cap. 35.

ille, quibus haud abludentia cum antehac fatis expenderim, causæ nihil est cur iis immorer amplius discutiendis. Ad triarios jam deventum est, ad ipsum illum subtilissimum Borellum, adversarium acerrimum, quique præ reliquis hoc præstitit egregium, ut novam proportionalitatis doctrinam, equidem pulchram & folidam, attamen Euclidea minime ficut existimo cunctis expensis anteserendam, è sua penu protulerit. Verum nec in ejus disputatione sedulo perscrutans, omnia quicquam repetio gravioris momenti, definitioni nostræ derogans, cui non in prædictis videatur abunde satisfactum. Clavium pleraque magis quam Euclidem attingunt; Clavii verò dicta, ut ut possem, non è re nostra jam duco propugnare. Utcunquequia modulum fuum etiamnum excessit prasens dissertatio, qui cunque nova pertendit Borellus consideratu digna, posthac examinanda relinquo; cum & in ejus ac alio-. rum recentiorum methodos animadversionem instituam. Interim sufficiat hactenus prodiiffe.

sold that is a few with the state of the sta

Lect

gia cu arbitr fo, fec nifice

rem r

SERE!

Et (

quar

tio q

diffi

nali

prie

falt

telt

con

(cu

por

rar

ral

br

84

16.

971

in

R

LECT. VIII.

Ostrema Lectione connisi sumus à nonnullis pracipuis adversariis contra defi. nitionem proportionalium Euclideam vibrata tela depellere. Superest Borellus, omnium gravissimus, opinor, & acerrimus ejus impugnator, coque pluris habendus, quod ab aliis frultra tentatam novam proportiomalitatis eruenda methodum, admodum (ut quod verum est liberaliter agnoscamus) pulchram è proprio cerebro concinnarit; operam in eo præstans (fateor ultro) laudabilem & non inutilem, cum variis modis easdem pertractari materias, e diversis principiis eadem deduci theoremata voluptati fimulac usui sit; in sua tamen (ut arbitror) extruenda methodo felicior fuit, quam in communi diruenda. Id quod è vestigio jam aggredimur ostendere. Quid objiciat audiamus: Revera (inquit) dici non potest, quod affignata proprietus naturam rei declaret, & distinguat à qualibet alia, imò rem difficilem obscuriorem reddit. Ita judicat: at nos hæc temere dici fatis (opinor) in præcedentibus oftendimus; scilicet proportionalitatis non aliam esse naturam, quam hujusmodi proprietatem aliquam habere, quam aliæ proprietates sequantur; adeóque naturam ejus in hac definitione (quantum in ulla fieri potest) abunde declarari: quó ique diftinguat hæc proprietas analoga à non analogis, cùm analogia

Pag. 125.

gia cum ea reciprocetur, & ex instituto vel arbitrio definientis (non quidem illo licentiofo. fed legitimo ac rationabili) nil aliud fignificet analogum, quam 70 hanc habere proprietatem. Denique, rem ab ea obscurioremreddi pernego: Nam & (id quod iple verbis difertis fatetur) verba definitionis exponunt absque ambiguitate quid se talis proprietas : Et (ego addo) clarissimè patet eam rebus quamplurimis inesse; nec non ejus applicatio quod experientia plane monstrat, haud difficilis elt; & nihil obstat quin proportionalium nomen, aut aliud quodvis, hanc proprietatem habentibus quantis attribuatur; saltem è nominis istius assignatione nulla potell obscuritas oriri. In quo igitur (obsecro) confiltit ubi versatur, unde resultat hæc obscuritas? Nusquam certè. Nisi quis proportionalitatis arcanam nescio quam naturam, omni definitionem ingrediente proprietate priorem somniet. Verum judicii sui rationes ac firmamenta subjicit; illas & hæc breviter expendamus: Ignoratur (ait) an in natura reperiri possunt quatuor quantitates babentes talem passionem, quod nimirum infinitæ aquemultiplices antecedentium, & comparentur cum infinitis aquemultiplicibus consequentium debeant una excedere, vel una deficere, vel una aquaria Respondeo, non ignoratur hoc, quoniam exemplis perspicuis commonstrari potest, exiflere complura 4 quanta dicta conditione do-Quòd fi non constaret, haud quaquam hac definitio posset ad usum applicari. Nam quoties applicatur, tot suppeditantur exempla quantorum hac proprietate gaudentium Non aliter ignoratur dari figuram zquales

radios habentem, donec id ex generatione qua piam ad fenfum, vel ad mentem, ex aliquo fatis evidente discursu certius fiat. que nihil valet hoe primum enxelprus, Rurfus, Infinite (inquit) infinite ift e comparariones comprehendinon possunt; & ideo bec passio non erit evidentiffima, qualis debet effe illa, que principium scientie conflituit. Primum, demiror ab acutifimo viro ejulmodi dilcuffus in. Altui, tum (ne repetam que ad fimiles dilcurius antea repolui) fcifcitur an non experientia doceat ab Euclide, Archimede, cateris plerifque Geometris fæpe, minimoque negotio demonstrari, quod multis quantis (triangulis videlicet & parallelogrammis aquè altie ac fuis bafibus, pyramidibus, prifmatibus, conis, cylindrisitidem cum fuis bafibus, circulis & Iphæris cum fuis fimilibus fectoribus, angulis cum arcubus quibus infiftunt, fpatia uniformi velocitate percurfa cum fuis temporibus, momenta ponderum cum fuis à centro statera distantiis, innumerisque talibus) conveniat hac proprietas? Quomodo igieur incomprehensibilis etse potett? Secundo, dico nullam hie comparationum infinitatem supporti, non certe magis quam in quavis enunciatione generali, terminorum universalitas infinitatem supponit. Nam quod habetur in definitione xal onoiares mondantaria (uor (per quancunque multiplicationem) quid alind quam univerfalltatem inmit conditionis præffitute; non ex omnium fingularium fulfratione, vel inductiva quavis collectione, fed ex univer-Sati ratiocinio comprobanda? Requiritur nempe duntagat, ut omnia aquemultiplicia 817-

Lett

antece

confe

quam

nus,

fum,

hic in

omni

unive

parit

que !

Omr

mati

qui

Ter

am

non

inde

tion

tiun

foru

fus

cun

pre

arg

rat

tiò

eft,

110

ut

aff

TC

qu

to

be

fa

10

antecedentium taliter afficiantur erga omnia confequentium aquemultiplicia; taliter (inquam) afficiantur, hocest, idem rationis genus, seu modum eundem obtineant, excesfum. defectum, aut æqualitatem. Si subelt hic incomprehensibilis aliqua infinitas, etiam omnia fcientiarum omnium theorematas universalibus quippe terminis constantia pariter incomprehenfibilia fint oportet. Neque comprehensibilis erit hac propositio, Omnis homo est animal, quoniam in ea affirmatur animalitatis proprietatem infinitis qui existere possunt hominibus competere-Tertio, manifestissime refellit hancinstantiam ipfa definitionis hujus applicatio; que non aliter procedit, quam unam quamvis indeterminatam & arbitrariam multiplicationem antecedentium unamque consequentium pro omnibus, quæ cogitari possunt ipforum multiplicationibus substituendo; prorfus eodem modo quo foient univerfales quacunque propositiones applicari. Nulla deprehenditur hic infinitas, ambages nulla, led argumentatio simplicissima. Nec igitur hæc ratio quicquam efficit. Cæterum infit tertio, Licet bypothetice concedatur adbuc ignomm eft, quidnam ex ambage ifta infinitarum comparationum colligi debeat. Repono nihil opus este ut quid hypothetice concedatur, potelt enim afferi positive, potest velis nolis extorqueri reipsa dari quanta tali conditione prædita, quod multoties oftendimus. Dein, percontor quid fibi velit ignorum est quid colligi debeat; nihil-hicquicquam colligitur : at verò faltem fit, id quod in omni definitione fieri folet, aliqua conditione seu proprietate preditis

no

m

ca

ni ni

po

til

pe

pl

qu

no

nu

P

OI

ha

de

ci

.qı

ra

ni

P

C

n

Se

d

t

İ

ditis quantis nomen imponitur, aqualem fcilicet rationem habentium aut proportiona. lium nomen imponitur quantis ità conditionatis aut affectis. Ex quo postea colligitur. si quando per discursum aut aliunde patet hanc conditionem quibulvis quantis convenire, quod illa quanta proportionalia funt. Addo, quod male rurfus ambagem increpat infinitarum comparationum, que nusquam hic ulla comparet: Sed instat porro; Nam nec ipse clavius expedite & lumine nature collis gere potuit, ex passione æquemultiplicium in magnitudinibus commensurabilibus proportionalicatem; fed coaltus fuit bot demonstrare in sui illis quatuor propositionibus. Sed quomodo erit notissimi illa paffio. que absque denionstratione accepsari non potest in magnitudinibus commensurabilibus? Respondeo, ad hoc ut proprietas aliqua uon injurià definitionem ingredi possit nihil referri quomodo demonstretur, aut demonstrari posit ex alia quavis proprietate præsupposita; alias, ut antehac ostensum, nulla definitio daretur bona, possint enim omnes ita demonstrari. Seundo, quod Clavius propriétatem hanc ex alia symmetrorum proportionalium definitione (non quidem in quatuor, alt in uno exquatuor, nec illo perquam intricate prolixéve demonstrato theoremate) deduxerit, id non propterea fecit (opinor) quia necesse suit ut reciperetur hec proprietas eam demonstrari; nec ut ejusevidentiam propalaret; sed ut hujusce consensum & connexionem cum altera symmetrorum bene nota passione monstraret: Id quod conati vel efficere, nihil hujus propriocatis aliunde per exempla nota (vel no3.

t.

n

1:

noscibilis) evidentiæ præjudicat. Porrò tertiò, licet (hoc ei demus) hac non sit notissima passio quantorum commensurabilium eandem rationem habentium, ut talium; nil tamen impedit quin sit generalium, omnibus tam symmetris quam asymmetris proportionalibus convenientium, passionum notissima; quódque de facto notissima sit, experientia suadere videtur, quoniam etsi complures operâ maximâ contenderint, nemo quòd sciam hactenus genuinam aliquam hâc notiorem affignaverit. Quinimo denique, nullius hypothesis possibilitas evidentior esse potelt, illà qua subnititur hæc definitio. Non igitur ulla potelt proportionalium evidentior passio demonstrari; nec igitur succedit hæc argumentatio. Sed Euclidem ichu tandem atrocissimo ferit, & tantum non prosternit, ipso suo testimonio reum, & proprio tacite judicio condemnatum. Insufficiens (inquit) judicata fuit ab ipsomet Euclide, quando proportionalitatem commensurabilem (commensurabilium vult dicere) iterum libro feptimo definivit. Ad hanc criminationem respondeo prorfus inficiando, quod eapropter Euclides hanc definitionem suam insufficientem judicavit, quoniam in Elem. VII. adhibuit aliam; necenim hanc si insufficientem ipse judicasset, omnino adhibuisset, sed aut nullam tradidiffet, aut aliam investigasset. Abhorruit hoc ab Euclides cum ingenio tum instituto fibi minus probata, nedum improbaca proferre; fuam ut sciens prudens soixeway insufficientibus principiis contaminaret. E contra potius quia septimi elementi definitionem omnigenæ proportionalitati deprehendit

nal

ea,

(In

lan

nit

cer

que

nin

den

qui sin

ba

qu ea

eo

ces

ne

m

jec

211

tes

pos

716

Sp

fe

de

la

hendit haud competentem, folis utpote symmetrorum proportionalitatibus adaptabitem; hanc verò comperit universis congruam, idcirco dum hic loci generalem iniret analogiæ tractatum, illi rejecta hanc amplexatus est, jure meritoque. Illam verò (postea vel prius haud dixero) symmetris proportionalibus applicuit, non tam necessitatis quam commoditatis gratia, quia nonnihil ad vulgarem captum inius specialis materia respectu facilior ac simplicior videbatur. Neque mirandum adeo cum Arithmeticam theoriam separatim, & abaliis independenter susciperet pertractandam, simpliciffmam delegiffe proprietatem, qua numericas analogias determinaret, eth neutiquam illa conveniret aliis analogiis, neque generali proportionalitatum doctrinæ fufficeret. Quod autem liceat, & nonnunquam expediat (varietatis ac facilitatis causa) fpeciales doctrinas especialibus principiis extruere (Logica communi rigore quantumvis adversante) quamvis ad plenam Euclidis defehhonem spectat, extra tamen præsentem . controversiam ponitur adserere, neque nos ideireo qualtionem illammune attingemus. Sufficiat indicaffe non exinde, quod pertendit adversarius, sequi quia particularem de--finitionem alibi particulari materia accommodavit Euclides, quod ideo generalem hanc, & materia generali a aptatam definition m iple fuam improbarit, aut infufficientem judicarit. Ex hisce tandem patet quod haud firmis nititur pramifis, quam Borellus subjicit conclusio: certum ergo est obfeuram Sdifficitem effe proprietatem proportio. nalium

t

ò

1-

į.

ie

G-

m

e-

is

6-

m

OS

19.

n-

e-

n-

m

li-

1.

et

0-

6-

0 .

im

nalium definitionis fextæ, propterea quod nedum evidenter naturam proportionalium incommensurabilium declarat, ut vicesima definitio septimi facit, sed rursus quod mirum est neque manifestat ea, que de reipsa definienda pracognovimus. (Interpono, quod fæpiùs inculcatum est, nullam esse proportionalium naturam dicia proprietate priorem, nec à nobis ante definitionem de iis quicquam, distincte saltem & certò præcognosci. Sed pergit) Nam ex eo quòd quatuor magnitudinum æquemultiplices babent illam conditionem excessis vel defessis minime percipitur quando aut quomodo, si antecedentes una excedant aut deficiant à suis consequentibus, sint proportionales, neque si excessus sint inter se æquales, necne. Quæ Borelli verba perquam obscura videntur & ambigua; quicquid verò fignificant, mihi certum est, ea nobis haud quaquam officere. Nam ex eo quòd quatuor quantorum æquemultiplices illam habent conditionem, omnino percipitur iis proportionalium nomen congruere, neque refert aliud quid percipi. Post hæc omnia superest una, præque reliquis gravissima, (verâ modo suppositione niteretur) objectio submovenda: Nec demum (ait) bac minima cognitio ex dicta proprietate colligi potest, quodscilicet quatuor magnitudines sint proportionales, cum prima excedit secundum, necessario tertia magnitudo quartam superare debet, quod Clavius confiretur in prop. 16. lib 5. Elem. Respondeo i Clavio faliam, ut videtur, confessionem impingi; nihil in loco citato tale deprehendo. 2. Si non ex illa proprietate, quomodo demonstravit Euclides, quando nullam proportionalium alteram definitionem pta-X 2

do

(eq

ei

me

am

que

rúi

tia

(ci

cei

Étî

ma

ex

pr

mi

tic

lic

cu

Et

ef

di

re

de

ti

Ci

9

n

præmiserit? Per eam certe demonstravit, etsi non immediate. Et quis nescit in plerisque demonstrationibus subjecti proprietatem non immediate ex ipsius definitione deduci. Sufficit id fieri mediate per proprietates alias è subjecti definitione priùs ena-2. Ad 'o, quamvis Clavius non college. rit, tamen immediate, neque difficile, colligi polle cognitionem istam ex hac ipsa proprietate; quod fic (apagogico discursu) probo: Sit A.B:: C.D, juxta definitionem nostram; fitque A B, dico fore C D. Si negas. effo C= vel D, & multiplicentur omnes termini per eundem quemvis numerum M; éstque ob A E (ex hypothesi) etiam MA MB; & ob C Derit MC MD. non erit juxta definitionem A.B :: C.D. contra primam hypothefin; maléque negavit adversarius posito esse A fore CD. Ita dicta cognitio (quam vocat) è nostra definitione prolicitur, & adversarii diluitur objectio. Quis ergo (demum infit objectator) dicet (extam definitionem effe bonam, & principium scientia. si tam obscuram affert cognitionem & imperfectam. Ego, coronidem imponens huic prolix e disputationi, me non diffiteor esse qui (quicquid ille, quicquid alii contradixerint) affeveranter dicam quod definitio sit in primis optima, quòd accommodatissimum huic ipsi scientiz principium, quòd cognitionem suggerat evidentissimam & perfectissimam. Id quod mihi videor adversus omnes contra nitentium afsultus evicisse; ita cum non magis antiquitatis adductus reverentia, quam rei verifimilitudine compulsus, Euclideam definitionem, & ab eo pendentem proportionalitatis dorit,

le-

ta-

ie-

na-

ge.

igi ic-

00:

n;

as,

les

1;

gà

n-

D.

e-

11

2-

i-

1-

n

1

doctrinam, utcunque vindicarim; proxime sequitur, ut quo l pollicitus sum aliarum quas ei subrogandas autumarunt definitiones ac methodos paucis perliringam, quo conflabit amplius Euclideæ doctrinæ præstantia; neque non quali necessitate constrictus, quorumque devitandorum incommodorum gratià, toties memoratam buc proprietatem adsciverit. Prima methodus est illorum, qui censent similitudinem vel identitatem respectus effe passionem proportionalium notissimam, a qua debent definiri. Juxta quam existimant pracipuas nohnullas Elem. V. propositiones axiomatum loco habendas, lumine quippe naturali perspicuas, & probationem nullam deliderantes; tum ex iis reliquas proportionalium a fectiones dedu-Hanc fententiam jampridem vir doctidimus Johannes Benedictus amplexatus esse dicitur; eam verò (saltem ei reipsà non disparem) nuperrime vir acutissimus And. Tacquetus in formam redegit & expolivit. H.rc methodus insufficientiz arguitur à Porello, milique laborare videtur multiplice defectu. Nempe primò, videtur inepta quedam in hujuscemodi definitionibus tautologia committi, próq; definitionibus enunciationes apponi prorfus identicas; tales fcilicet similes (vel easdem) rationes obtinent quanta, que similes (vel eosdem) in quantitate respectus habent; h.e (quid enim aliud intelligi datur) quæ fimiles (vel eafdem) rationes habent. Annon hoc est idem per idem definire? num hoc elt rei proposite naturam declarare? num demonstrandi principium fubfleraere? vel faltem, quod codem recidit. Nihil hoc videtur aliu l, quam per fo-

qual

nihi

mo

tas

mo

tio

un

po

(il

CO

ha

fi

e

lam genus, adhibita nulla differentia definire, tali pacto: identitas rationis est identitas respectûs; eandem rationem habent, que habent eundem respectum. Num obtestor hujusmodi definitio censeri meretur perfesta? Secundo, similitudo vel identi. tas respectûs vocabula perquam ægnivoca funt, & fignificationis incertæ, nullum audientis animo distinctum conceptum imprimentia. Multæ fiquidem fimilitudinis & identitatis species, multi gradus sunt. go nisi distinctio quædam ulterior excogitetur (hoc eft, nisi passio quædam hac notior & specialior adsciscatur) ex hoc vocabulo nil elucebit. Quare definitiones laxis hujusmodi terminis constantes nihil explicant, inutiles & minime scientifica funt. asymmetra quanta quo modo se respiciunt, vix comprehendi potest aut explicari; non ergo quid fit illa fimili vel eodem se modo respicere, perspici potest immediate; neque quando tali respectus similitudine sunt affecta dignosci. Videatur Borellus his oppositam Tacqueti responsionem impugnans, nam mihi deproperandum. Ex his verò consectatur quarto, quòd que de proportionalibus vel affumant axiomata, vel demonstrare præ se ferunt theoremata qui huic methodo infistunt, illa nec assumi recte, nec verè demonstrari. Nam quomodo sumi vel probari potest aliquid proportionalibus competere, quum ipsum quid sit esse proportionalia nondum certò constet, aut clarè concipiatur? Quare nullo fundamento nititur hæc methodus, & quasi de nihilo tra-Ut præteream, quod adeò multa graIII.

fini-

nti-

ent,

ob-

tur

nti-

oca

au-

im-

\$ &

Er-

te-&

nil

uf-

nò,

it,

on

lo

6-

it

ò

)-

tis arripere, vel indemonstrata petere, & quafiemendicare, Gsometriz dignitati nonnihil deroget, & nimiam inferat Matheli li. His adjicio quinto, quod hujufcentiam. modi definitiones nequeunt specialibus materiis adaptari; sed earum proportionalitas per intermedias, easque bene prolixis & intricatis ratiociniis fultas conclusiones demonstratur. Ut patebit Tacquetianam primæ vel ultimæ propof. Elem. VI. demonstrationem inspectanti. Non ibi proportionalium definitio citata comparet, sed alia propolitio, propria Tacqueto, ab eo alibi longo (illoque indirecto & apagogico discursu) comprobata. Quod mihi fignum videtur haud dubium incommoda, & imperfecta definitionis præstratæ, methodique parum scientifica. His defectibus breviter animadversis, obnoxia videtur methodus Tacque; ti; quorum nullus Euclide & doctrina potest Nihil isthic nugatorium, ambiguum, incomprehensibile; recto pede procedunt, firmo tibicine fulciuntur omnia, paucissimæ præstruuntur hypotheses; & denique (quod præstantissimæ definitionis optimum est judicium) specialium materiarum analogiæ immediato directóque discursu ex ipsis ejus visceribus derivantur; ut patebit omnes in elementis, aut alibi prostantes ejus adplicationes, & nominatim allegatas libri fexti propositiones consulenti. Verum adhuc obiter adnotabo, quod A. Tacqueti methodum attinet, eum longè (meo quidem judicio) consultius facturum, si per illud quod affert, & qualitercunque demonstrat, pro- Part 2. portionalitatis indicium definivisset ipsa th.s.

X 4

pro-

Lec

recer

opino

nulla

rant

ceps

poli

scio

doc

ra (a)

Tin

ne

nil

cit

tic

Sa

n

proportionalia; nec non ejusce definitionis fubfidio reliquas (quod opinor potuit, & ipfe se potuisse profitetur) proportionalium affectiones demonstrasset. Id agens Euclidem fuillet zmulatus, & scientifica via processifset, incommodæ quæ attigimus pleraque devitaffet, & eodem quo Euclides modo defendi potuisset. Cui assinem ego (quanquam ut videtur aliquanto faciliorem) hanc proportionalium affectionem exhibeo, qua subnititur hujusmodi definitio. Proportionalia quanta dicantur, cum antecedentes in consequentium zquemultiplicibus (vel consequentes in antecedentium a quemultiplicibus) quibusvis æquali numero continentut (vel illa ab his æquè toties auferri possunt). E cujusmodi quidem definitione tota proportionalium coctrina non difficile posset extrui, juxta progressum Euclideo persimilem, attamen ut exiltimo nequaquam eo succinctiorem aut dilucidiorem. Cui saltem objici posset, quicquid Euclidez methodo objectatur; neque non aliquid fortassis præterea, è quantorum asymmetria petitum, à quo liberior est Euclidea doctrina: quapropter operæ pretium esse non sentio quicquam innovare. Tacqueto jam, & cum eo sentientibus dimissis D. Hobbii methodum quasi per transennam inspectabo. Analogiam is ita definit (ipso judice perquam accurate) ratio Geometrica rationi Geometrica eadem elt, quando causa aliqua æqualibus temporibus xqualia, faciens ntramque rationem determinans eadem assignari potest. De qua desinitione temperare mihi nequeo quin dicam, fi quis omnia Mathematicorum (veterum,

De Corp. 13.86. Dial.2.p. II

nis ple

af. lem

Tif-

de-

ndi Vi-

10-

ur

n.

nin

TIS is

di

m

a

it

it

,

t

recentiorum (scrinia pervolutet, nusquam opinor comperiet ullam rei, quam illustrandam accipit, offuscandæ magis comparatam, nullam pluribus & gravioribus vitiis laborantem. Nam & intellectu difficilis ac anceps est (adeò quidem ut mihi constet ab authore suo non penitus intellectam) & à propolito commiscet admodum aliena; & nescio an ullis (certè perpaucis) materiis accommodari potest; & quæ illi superstruitur doctrina tota sic infirma, confusa, præpostera (nec non in aliquibus magni momenti falfa) nihil ut ufquam fimile præstitum viderim in Mathematicis. Illam certe (Physicam potius quam Mathematicam) definitionem dum excutio, nihil video quod probem. nihil fere quod improbem, adeo nihil explicitum continet aut evolutum. Quid fit rationem ab aliqua causa determinari, vel quomodo determinetur, haud explicat, & per se satis obscurum est. Cur eandem causam ingerat, non liquet (cum sæpius etiam rationum fingularum homogenei termini diversimodis causis procreentur; & rationum collatarum termini sæpiùs itidem heterogenei fint, nullisque proince causis iisdem determinabiles videantur) cur ista causa determinans rigido jure teneatur uniformiter agere, vel æqualia temporibus æqualibus effecta producere (cum rationes quantorum inequali quantumvis impetu productorum æquari possint) haud adeo cuilibet in propatulo. Quamobrem deinde rationum aqualium expositioni generalis particularis interveniat temporum confideratio, perspici Id certe conftat nihil horum ad nequit

ana-

fic

111

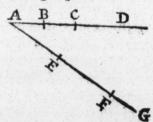
ti

fi

d

n

analogiam necessario pertinere vel accede. re. Cum e.g. dico duo quanta fuis aque. multiplis proportionari, quanam ifthic rogo caufæ cajufvis facientis aqualia temporibus aqualibus incidat mentio, nifiperquam impertinenter & importune ? Cum sphæram & cylindrum elicii cumscriptam proportiona. les enuncio boffi vel affi, quam oro fuerit in promptu causa comminisci, que temporibus iifdem aqualia patrans facinora rationes iftas determinet corporum, & ponderum, vel numerorum? Imò cum ostendere cupio duo tempora duobus spatiis proportionalia fore, quænam caufa temporibus æqualibus aqualia conficiens has unquam determinabit rationes? num propositorum temporum ratio determinabitur ab ipsis hisce vel ab aliis temporibus? Sed andabata fum, & in obscuro specu dimico. Quod ad definitionis applicationem spectat, nec in ea quicquam extra meras tenebras, confusiones, discrepantias, comperio. Prima super hac base fundata propositio sic habet:



Sint à puncto A moto uniformiter descripta dux linex AD, AG; exrum partes omnes contemporanex erunt binx binis proportionales: boc est, si AB, AF, & AC, AE, describantur iisdem temporibus, erunt AB, AC ipsis AE, AF proportionales. Id quod ex hac definitione (succinchiùs

Elius & clarius ejus ratiocinium exhibendo) fic infert: Quoniam velocitas in AD, ob uniformitatem motûs, est semper eadem, ratio 78 AB ad AC determinatur ex fola temporum differentia. Nec non ex pari caufa ipforum AE, AF ratio determinatur ex differentia temporum. Eadem verò tempora funt hinc inde, & eadem proinde temporum differentia. Ergo eadem causa determinans has rationes affignatur (hactenus aliquid affequor; at porrò subjicit) causa verò que rationem utriusque sic determinat. aqualia efficit temporibus aqualibus; est enim motus uniformis (hîc incipio excutire & cespitare, prius pro causa determinante temporum assignabatur disferentia; jam verò, quoniam absonum videbatur differentiam temporum æqualia facere temporibus equalibus) alia causa substituitur motûs uniformis; quamvis nec hîc unicus, at duo saltem motus uniformes habentur. Num hæc confentiunt fibi? num aliquid liquido conficiunt? num suam ipse definitionem assequitur, aut applicare novit? Sed utcunque concludit; itaque per definitionem proximè præcedentem AB ad AC, & AE ad AF, funt proportionales). Ex hoc particulari, talitérque demonstrato theoremate, generalia de proportionalibus theoremata; generales complectentia proportionalium affectiones, pleraque cum illis eadem, quæ in quinto habentur elemento, ceu corollaria videri vult deducere: quis hoc ferat, ex uno exemplo generalem adstrui doctrinam; quæ de duabus lineis, duobásque temporibus utcunque possent ostendi, ea statim ad omnes extendi ma-

tæ n-

HI

ede.

ue-

ogo bus

im-

am

na-

in

bus

nes im.

cu-

10-

ua-

er-

m-

fce

ata

ad

ea

io-

per

oc m

nùs

Le

tem

8 2

tip

acc

del

liu

pr

nit

log

re

tu

tu

31

p

ti

materias? Quasi verò proportionalitasom. nis in folis temporibus, & uniformi mota peractis spatiis versaretur & consisteret? Lit alia conticescam hujus methodi parum firma vel sana. [Nempe videtur huic accidisfe viro, quod illis consuevit evenire, qui cùm diutiùs in rem aliquam vivido colore tinctam oculorum intenderint aciem, omnia videntur isto colore diluta conspicari: ita videtur hic Philosophus iis quæ de motu æquabili Galilæus conscri. pfit intentior, ant alias Phyficorum in motuum contemplatione defixus, ad præconceptas quasdam de motu species, qua magnitudinem & quantitatem spectant omnia retulisse. Sed in omni re, prout vulgo fertur. Qui pauca respicit male judicat. Hæccum ita se habeant, non est quò i novellam hanc methodum ullatenus moremur. Enimyero fier injuria doctrinæ Euclider, si cum hac conferatur tam imbecilla tam inepta? Succedit proxime breviter attingenda, quam in opere proponit Geometrico vir eruditisti-Affi mit is definitionis loco, rationes aquales esse, cum antecedentibus per consequentia divisis quoti sibimet aquantur. Quæ sane definitio minime differt ab illa, quam Euclides adhibet in Elem. VII. pro fpeciali numerorum doctrina. Sed ne proba fit & accurata proportionalitatis universim sumptæ definitio, videntur hæc obstare. Primo, quod constituta non dum proportionalitatis doctrini, vel antecedenter ad ipsam difficile conceptu fit quid fit ista divisio quantorum, aut quomodo peragatur; quid nempe fit lineam dividi per lineam, aut corpus per corpus;

III.

om.

lotu

et?

um

ac-

qui

co-

iis

ri.

0-

e -

u-

n

0

pus; quomodo pondus à pondere, tempus à tempore dividatur. Sunt quidem linearum & aliorum quantorum divisio quædam & multiplicatio, Arithmeticis istis (a quibus nomen accipiunt) operationibus affines; alt quæ definiuntur & peraguntur ex proportionalium inventione, proportionalitatem adeo prænotam supponentes. Quinimo communiter apud Arithmeticos ipsa divisio per analogiam definitur, illam scilicet quæ divisoreminter ac dividendum, unitatem & quotum versatur. Non igitur tam idonea videtur divisio, vel ex ea resultans quotorum aqualitas proportionalitati generatim explicandæ Dices fortè, satis facile concipi quid fit lineam in linea toties contineri, quoties pondus in pondere, vel tempus in tempore; nec aliud hic intelligi. Recte fateor; sed ad hoc requiritur, ut rationum inter se collatarum termini numeris repræsententur; id quod alterum fundat adversus hanc methodum argumentum; nempe secundo, quod proportionalitatem folis numeris alligare videatur: & quantorum rationes haud aliter inter se comparabiles statuit, nisi quatenus ipsa quanta numeris denominantur. Quoties enim unum in altero continetur dispicere, nil aliud est quam ipsorum in numeris proportionem exhibere, vel ea numeris denominare. Verum etsi quanta nullis repræsententur, aut exprimantur numeris (nec fortè repræsentari possint vel exprimi) tamen ipforum rationes exhiberi, proportionalitates innotescere possunt, Euclidea vel confimili methodo. Cumque quantis immediate conveniat ut talibus, & non ut ea

nu-

rit ?

Tibe

ven

PIO

dra

tim

aru

ter

mò

ten

her

do

du

mi

cit

pil

ta

1p

ne

al

10

P

fr

n

0

K.

u

1 24

numeris accidit fignificari, rationes ad fe mutuashabere, rationibusque consequenter inter se comparari, rei natura convenienti. us videtur, ut hac generali modo determinentur, à numeris potius abstracta quam ils fubjecta. Porrò tertio, quando rationum comparatarum termini funt afymmetri, consequentes in antegedentibus non continentur aliquoties, ade que peragi nequeunt accuratæ divisiones, nec ulli distincte comprehenlibiles quoti exhiberi. Quoti verò fub confutione quadam imaginarii, quando vel quomodo fibimet aquentur, haud ita fuerit in promptu discernere, vel ano lendinos oftendere: Quare vix poterit hac definitio speciales ad ulus accommodari, qua definitionis est imperfectio ferè potissima. Breviter, que contra Tacqueti methodum disputata funt, adversos hanc xque militant, abea vix aut ne vix reipsa discrepantem. Sed enim aliam præclarus idem vir definitionem innuit; Si quis (inquit)tamen mallet affe-Atomi alicujus opem in auxilium advocare, quo demonferationes commodifis procedant, ego nullant potiorem novi bac; si quatuor quantitates fucrint proportionales, faction ab extrevui aquatur faite à media, & contra, De quo mhil amplius dicam, quam propolitam illam affectionem non effe generalem, & proportionalibus (juxta nomen receptum) adæquatum. Ductus enim & multiplicatio numeris in fe, vel in alia quanta propriè solis convenit; proxime per fimilitudinem quandam lineis in fe, vel in superficies per motum paralle-Sed lineas in corpora, pondera in cempora duci seu multiplicari, quis concepe-III;

le

iter

ntimi-

119 um

on. tur

cu-

re-

ub

vel

rit

ews

tio

ni-

re-

di-

nt,

m.

ti-

Te-

110

2 221

10-

ur

11-

ti-

li-

n.

e,

t;

is

e-

in

20

?

rit? Sint due pondera A,B duobus temporibus Y, Z proportionalia, dic miniquid proveniatex pondere A ducto in tempus Z. nil prorius imaginabile. Non ergo stricte quadrat hac affectio proportionalitati generatim definiendz; numeround fatrem & linearum, proportionalitati qualitercunque determinandæ pollit infervire. Sed jam ultimò reltat, ut de Borelli methodo feramus fententiam; & ne tanti viri meritis detrahere videamur, agnotcimus ultro primum doctrinam ejus, quantum percipimus, admodum effe firmam, & bene fundatam. Fatemur ab eo proportionalium affectiones præcipuas è fuis ipfius deinitionibus ac principiis rite deductas effe, probeque demonfra-Non abnuimus ejus methodum in fe spectatam satis esle pulchram & clegantem, nec non à candidis ingeniis, fi nulla daretur alia, haberi posse pro sufficiente, & latis abfoluta. Veruntamen eam cum Euclidea comparando quosdam in illo fas sit egregio infperfos deprendere corpore nævos; cumque pleraque non displiceant, hac utcunque minus arrident. Primo, quod cum aqualitas enmigenis quantorum rationibus (phrois x diperrois) aque conveniat, eique congruant univerfalia quædam fymptomata, non tamen hicea fimul omnis universim, led ritu 7 mpos 4 (que vocat Philosophus) particularim & per species successive definitur. Nam primo rationum effabilium æqualitas ex suo quodam attributo speciali definitur, tum'ex ea major & minor rationes effabiles; tumex his tandem rationum appirtus requalitas. Quorfum he generalls subject diffractiones,

(ut

ina

tùi

bre

cli

na

fy!

qu

de

qu

tic

CU

Id

CC

n

P

n

& per inferiora circuitus, fi dari potelt, & quidem exhibetur ab Euclide rationum aqualium omnigenarum (ut & inaqualium) proprietas aliqua generalis, ex qua possunt universaliter definiri? Si deprehendi poterit animalitatis in genere quæpiam essentialis proprietas, an non ex illa prællat (rei natura, scientia genio, bona Logica regulis exactius quadrat/ animalitatem una vice fimul integram, quam animalitatem hominis, & animalitatem bruti seorsim, unam ex alia definire? mihi certe videtur. dò, minus placet quòd ineffabilium rationum æqualitas negative definitur, ac ita quidem ut præmissas supponat & præcognitas inxqualium rationum definitiones. Nam universim definitionibus negativis præpollere censentur positivæ, seu perfectiorem, nobiliorem, & clariorem rerum notitiam progignentes. Tam præposterum videtur ex inequalitate de equalitate statuere; quum hæc illa prior, fimplicior, stabilior videatur, & in se penitus indivisibilis sit. Unde veteres; Nicomachus, 'H ioo ms a'gas @ nab' Éaulli n adlaige G. Damascius, Etal e πνι η Ισότης αναλογά. Theon Smyrnæus, 'O रें जिला कि २०२ कि वे १ ११ १९ के के के हिन x solvior mailor T denuever xonor, x 7 καθ' αυθες αναλορών. Itaque rationum æqua. litas inaqualitati postponi videtur immeritò, pérque illam statui dijudicanda. Annon rectiùs Buclides æqualitatem primò per affectionem quandam positivam, & inxqualitatem responenter ex alia contraria proprietate definivit? Tertio adverto, prolixitatem hujusce doctrinz, quæ per longiuscularum đe.

Nicom.l.2. Vide Bull. notis in Theon.p. 273. Theon.c.51

Lect. VIII. Mathematica.

III.

It, &

onum

lium)

flunt

1 po-

ffen-

(rei

egu.

Vice

omi-

n ex

cun-

num

dem

mx-

uni-

lere

bili-

gig-

in-

num

tur,

ete-

eas'

CH

eus,

हंत्र

7

ua.

tò,

re-

cti-

em

ate

em

ım

le.

definitionum ambages vix illud affequitur (ut rationum scilicet æqualitatem ab ipsarum inæqualitate disterminet) quod duabus tantum (issque si rem bene perpendamus multo brevioribus & fimplicioribus) exequitur Eu-Idem observari posit in toto doctrinarum processu, ubique multo paucioribus fyllogismis rem conficit Euclides. quarto, adnoto Borellianas propositiones ac demonstrationes inspicienti compertumiri, quod in illa sua methodo præcipua proportionalitatum symptomata, non nifi per discursus eliciuntur obliquos & a ogogicos. Idquod nimis arguit principia non optime constituta. Certè ocet philosophus, & omnes fatentur ejulmodi ratiociniis haud ita per picuam animóque blan lientem comparari scientiam. Neque mirum e definitionum negativarum fontibus anfractuosas promanare demonstrationes. Annon præhabendus Eucli es eadem è definitionibus pofitivis immediato directóque colligens ratiocinio? Quinte, mihi potissimum displicet & vitio vertitur harum definitionum ad fpeciales materias accommodatio; vel potius quòd ad eas commode nequeunt applicari. Nec enim definitionum ope fatim innoteicit, aut ex iis prompte deducitur rerum proportionalitas, sed ex intermediis propofitionibus, issque non adeò comprehensu facilibus, & per indirectam argumentationem comprobatis demonstratur. Inspicite fultis demonstrationes primi postremíque theorematis Elementi sexti, quæ apud Borellum lunt prima quarti & secunda quinti, remita comcomperietis habere; neque non fortasse me-

Lec

tion

lia,

pro

mod

tim

cum judicabitis haud recte à Borello doctri. næ suæ præ Euclidea evidentiam jactitari. Etenim evidentia doctrina præcipuè com. paret, & confiftit in usu, facilique definitio. num primarum ad fingulas aut speciales materias adaptabilitate; nec ulla major est harum virtus, quam ut immediate constare posit, eas rebus subjectis convenire. De fuis hoc clarifime monstravit Euclides, non ita de suis Borellus. Quidni pronunciemus igitur ab illo præstita hujus conatibus. utlibet egregiis, antestare. Hac breviter animadverti non ut laudi quicquam derogarem præclari viri, fed ut Euclidez do-Arina præstantiam illustrarem, unaque Geometras veteres illam amplexos, illi acquiescentes defenderem, augustissimum imprimis Mathematicorum principem Archimedem illi fuum calculum apponentem, illum quoties usus postulat usurpantem. Quin addo, & cum hoc elogio præfixam hanc disputationem claudo, nihil extare (me judice) in toto Elementorum opere proportionalitatum doctrinam subtiliùs inventum, solidiùs stabilitum, accuratiùs pertractatum. Id quod mihi cum hanc ingrederer de rationibus & analogiis oxe Liv ac Dewplay prx-

cipuè fuit in animo declarare. Quà jam operà non indiligenter perfecto secedendum est; ut tamen doleat mini præter spem ac propositum accidisse, quòd neque totam hanc proportionalis materiam exhaurire potuerim; neque quæ de magnitudiaum determinatione, similitudine, genera-

ione

III.

me-

Ari.

tari.

om:

tio.

maelt
are
De
non
ieieiien

n

.

tione succurrebant dictu forsan hand inutilia, nec injucunda proponere. Reservanda proinde vel supprimenda pro capiendo postmodum consilio. Vos interim auditores optimià bono Deo valete.

FINIS.

Michematice. C.VMI. generation didentioning that innerte and the nade propoders. The reads Toward the analysis of the North Co. 319

317

ISAACI BARROW

Mathematicæ Profesioris Lucasiani

LECTIONES

Habitæ in Scholis Publicis

Academiæ Cantabrigiensis:

CONTINUATIO.



LONDINI,

Ex Typographiâ J. P L A Y F O R D,

I

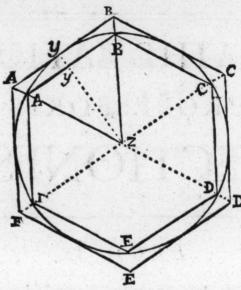
MATHEMATICI PROFESSORIS LECTIONES.

LECT. I.

Ropositum est nobis methodum exponere, qua Archimedes praclara sua theoremata, libris qui extant comprehensa, adinvenit; subtilissima mentis istius utcunq; vettigia persequendo. Conabimur autem id essere singulas materias ad problemata revocando, qualia nimirum ille sibi solvenda proponebat, & è quorum solutione cum theoremata sua, tum ipsorum demonstrationes, deducebat: (Un le patebit qualem analysin, & quam nostra moderna similem exercuerit.)

PROBL. I. De circuli Dimensions.

Ordinatæ figuræ (ABCDEF) circulo inscriptæ vel circumscriptæ, pat triangulum Y 4 (aut parallelogrammum) rectangulum invenite.



lem.

Ab Z circuli centro ducatur ZY perpendicularis ad unum quodvis figuræ latus AB, & *41. I E- connectantur rectæ ZA, ZB. * Evidensest triangulum AZB aquari rectangulo ab ZY Similitérque resolvendo totam figuram in ejusmodi triangula (ipsi scilicet AZB & fibi mutuo æquilatera) fingula æquabuntur rectangulo ex dimidia sua base, & altitudine æquali 7 ZY. Unde simul omnia æquabuntur rectangulo ex dimidia perimetro figura, & ZY. Vel triangulo, cujus basis est tota perimeter, altitudo ZY. Quod eft

THEOR.

Figura regularis circulo inscripta vel-circumscripta, æquatur dimidio rectangulo ex peLed

perim unum tur pe dicula

No culari

> **z**qua rem, parv feren later

> > præ

In

circ cuju rad

> cur 3

ba Tu pt tis

th

perimetro & perpendiculari, à centro ad unum latus; vel triangulo, cujus bafis aquatur perimetro figura, altitudo dicta per pendiculari.

Nota In figura circumscripta perpendi-

cularis est radius circuli.

PROBL. II.

Invenire rectangulum (vel triangulum)

aquale circulo.

Ponatur circulum esse figuram regularem, habentem latera indefinitè multa, & parva; & consequenter perimetrum circumferentiæ perpendicularem, e centro ad hæc latera, radio coincidere; hinc igitur, juxta præcedens,

THEOR. II.

Circulus aquatur dimidio rectangulo ex circumferentia & radio. (Vel triangulo, cujus basis æquatur circumferentiæ, altitudo radio.)

Hocest, posito (ut semper posthac) circumferentiam vocari o, & radium R (vel r)

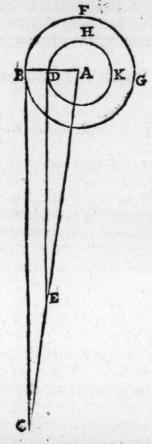
& diametrum
$$\mathcal{S}$$
 (vel D) $\bigcirc = \frac{\Gamma \pi}{2} = \frac{\mathcal{S} \pi}{4}$

Corollaria circulorum circumferentiæ fe babent ut radii. Nam hoc similium figurarum, circulis inscriptarum aut circumscrie ptarum, competere perimetris, in * Elementis demonstratur.

Secundum indivisibilium hypothesin hos

theorema facile sic ostenditur:

Leal



Super AB, circuli BFG radium, erigatur perpendicularis BC aqualis circumferentia circuli BFG, & connectatur AC. Tum in AB fumendo quodvis pro lubitu punctum D, centro A per D describatur circulus DHK; & ducatur DE ad BC parallela. Estque circumferentia BFG ad DHK, ut radius AB ad AD, hocest b, ut BC ad ED. Ergò quum circumferentia c BFG=BC, d erit circumferentia DHK=DE. Et simili ratione circumferentia omnes concentrica constituentia

* Cor. prac. b 4.6. c Hyp.

4 14.5:

tes

tes circu quibus c culus Bi

Simi 2quatu & radi Cor

T Mo

Det

tes circulum BFG æquantur parallelis restis, quibus constat triangulum ABC. Unde circulus BFG triangulo ABC æquatur.

COROLL.

Simili discursu, sector quilibet circuli aquatur dimidio rectangulo ex arcu sectoris & radio circuli.

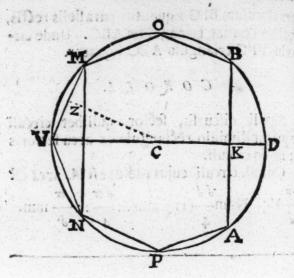
Coroll. circuli cujus radius est M, area est

 $\frac{\pi}{4}$ Mq. Nam $\frac{\delta \delta}{4}$ (rr). mm: $\frac{\delta \pi}{4}$: $\frac{\pi}{\delta}$ mm. Cor.2.12.

LECT. II.

De Sphara & Cylindro.

Ux de sphæra investigavit Archimedes, vel ad superficiem sphæricam pertinent, vel ad soliditatem. De superficie primo dispiciemus.



Sit circuli portio BVA, cujus axis VK transiens per circuli centrum C, & basim BA bisecans in K. Portioni autem inscribatur figura parilatera & zquilatera VMN PBA. Confideravit Archimedes, qu'd ficirca axem VD circumrotetur portio cum inscripta figura, descriptura sit circuli portio spharicam portionem; figura verò solida con-Itans cono MVN, & fruftis conicis (vel'cylindricis) OMPN, BOPA: per circulos paralle. los MN, OP, BA comprehensis; adeòque superficiem corporis inscripti è superficiebus constare conicis vel cylindricis OMNP, BOPA. Dein advertit, quò magis laterum figuræ multitudo avgetur, eò magis figuram planam ad circulum, & folidam ad fphæram, & solidi superficiem ad superficiem sphæricam accedere; adeò quidem ut latera multiplicando perveniri tandem possit ad figuram, cujus superficies minori differat à Sphafpharquolii fph r posse te lat (CZ) dio spigitur jusmo quam

rum ret perf fequ

> Ir prif N

mur mat prif omr gre

> æqu bafi

> > Ai

da

sphæricæ portionis superficie quam affignato quolibet utlibet minimo defectu; adeóque Iph rx superficiem quodammodo haberi posse pro ejusmodi figura indefinitam habente laterum multitudine; & cujus distantiam (CZ) à centro sphæræ minimè differat à radio sphæræ, vel in eum definat. Tandem igitur secum animo reputavit, si posset hujulmodi figuræ luperficiem ad planam aliquam figuram, puta circulum, sub generali qualibet ratione referre, inde fibi constiturum quam ad planam talem figuram obtineret relationem sphærica superficies. perscrutari aggressus est feliciter, hac qua fequuntur problemata resolvendo.

PROBL. I.

Invenire rectangulum æquale * laterali * Hoceft,

prismatis erecti superficiei.

Manifestum est singulum parallelogram- ceptis. mum, eorum quibus constat lateralis prismatis superficies esse rectangulum ex latere prismatis, & uno latere basis; & proinde omnium istorum parallelogrammorum aggregatum: hoc eft,

Lateralis erecti prismatis superficies, equatur rectangulo ex latere prismatis, &

basis perimetro.

PROBL. II.

Invenire rectangulum æquale * curvæ re. * Hoc cft, Ai cylindri superficiei.

Supponatur cylindrum esse prisma quod- sbin. dam super polygonam basem, latera haben-

bafibus ex-

Theor.I.

demptis ba-

tem

Lea

Unde

A 2qu

Inv

Lic

ramid

ftitut:

ficien altitu

trian La

es æq pone

is pe

In

coni

per

elt, c

dine

later

ctan

fere

ad t

bali

RA

2

R

C

tem indefinite parva & multa (hoc est, super circulum) & ex præcedentibus liquet, quod

Curva recti cylindri superficies aquatur Theor. II. rectangulo ex latere ejus, & circumf. basis.

Coroll. 1. hinc. Curva cylindri superficies se habet ad basim ejusdem, ut latus cylindri ad dimidium radii, vel ut duplum lateris ad radium.

Estque (ex hoc) Sit enim L == lateri.

L= superficiei, ac basis est -. Atqui Lz.

<u>г</u>π:: *1.—:: 2l.г. ¥ 1.6.

> Coroll.2 etiam hinc. Superficies cylindrorum super basibus iisdem (vel æqualibus) sele habent ut latera: & habentium eadem vel zqualia latera, superficies sunt ut circumserentiz basium, vel ut diametri, vel ut radii balium.

PROBL. III.

Invenire circulum æqualem datæ curva

evlindri recti superficiei.

Sit A radius quasiti circuli. e Estque 3 e I Cor. 2. rad. A. @ rad. R .:: 2L. R. f Hoceft, Ag. bujus. Rq.:: 2L. R :: 8 2LR. Rq. Quare Aq h =

2LR. i Unde S 2L. A .: A.R. £ 1.5.

, h 9.5. vel ? L.A :: A.2R.

1 17.6. Hinc, Radius (A) circuli aqualis superficiei cy-Theor. III. Archi. 13.1. lindri est media proportionalis inter latus

k 17.6. cylindri (L) & bafis diametrum (2R).

Nam (retrograde) quia L.A :: A. 2R erit 1 1.6. 2LR = Aq. Sed 2L.R1:: 2LR.Rq. " Erm 7.5. * Cor. 2.12 gò 2L. R :: Aq. Rq n :: @ rad. A. @ rad. R.

Unde

Unde per Coroll. 1. pracedentis erit @ rad. Azqualis superficiei cylindri. Q.E.D.

PROBL. IV.

Invenire rectangulum æquale laterali pyramidis zquilaterz, super regulari base constitutæ, superficiei.

Liquido patet, fingulum pyramidis superficiem componens triangulum, æquari ipsius altitudini ductz in dimidiam bafin. Unde triangulorum omnium aggregatum, hoc elf,

Lateralis aquilatera pyramidis superfici. Theor. IV. es aquatur communi triangulorum eam componentium altitudini ducta in dimidiam bafis perimetrum.

PROBL. V.

Invenire rectangulum zquale curvz recti

coni superficiei.

i

d

el

2

us

r.

R.

Conus supponatur aquilatera pyramis super regulari base indefinite multilatera (hoc elt, circulari) & consequenter habens altitudinem triangulorum affurgentium aqualem lateri coni. Hinc ex præc.

Recti coni curva superficies aquatur re- Theor V. changulo ex latere coni, & dimidia circum- Archim. ferentia basis.

Coroll.1. Curva coni superficies se habet ad bafin ejusdem, ut latus coni ad radium balis.

Nam coni superficies est -; & basis est

$$\frac{R\pi}{2}$$
 * Verum $\frac{L\pi}{2} \cdot \frac{R\pi}{2}$:: L. R. co- *1.6.

8

Et

M

M

tu

A

gu

coroll.2. Superficies conorum super eadem bafi (vel æqualibus) fe habent, ut latera. Et superficies conorum hab ntium æqualia latera, se habent ut radii basium.

PROBL. VI.

Circulum invenire parem data coni curva

fuperficiei.

Sit radius circuli quæsiti A. Quum igitur (ex Coroll. 1. ultimi) fit @ rad. A. 6 rad. R :: L.R. oEt id o Aq. Rq :: L. R.P. . Cor. 2.12 :: LR. Rq. 4 Erit Aq=LR. PQuare L.A.

9 9.5. :: A.R. Hinc,

P 1.6.

r 176. Theor. VI. Circulus habens radium (A) proportione Archim. medium inter coni latus (L) & basis radium (R) æquatur curvæ coni superfic ei. 14.1.

f Hyp. Nam quia L. A:: A. R, erit LR-Aq. t 1.6. Verum L. R :: * LR.Rq. " Ergo L. R :: Aq. Rq::x @ rad. A. @ rad. R. Eigo (ex Co-1 7.5. roll. 1. præc.) est @ rad. A. æqualis superfix Cor.2.12.

ciei coni. Q.E.D.

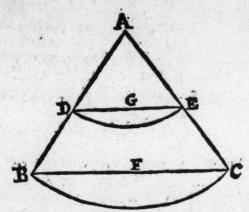
PROBL. VII.

In cono recto (ABC) invenire circulum æqualem superficiei conicæ (DBCE) inter-

ceptæ planis parallelis (BC, DE).

Nota] Supponitur ABC triangulum per axem; & EG, DE communes hujus fectiones cum planis parallelis. Unde BC, DE funt parallelæ per 16.11.

earalia



Ponatur L=AB, & R=BF, & M=AD, & R=DG; & quzsiti circuli radius sit A. Et ob AB. BF:: y AD. DG; hoc est, L. R:: y 4.5. M.S: Erit LS=2 MR; & 2 proinde LS=2 16.6. MR=0.

Jam (per ultimum) superficies ABC æquatur circulo, cui radius \(\text{LR}, \) Et superficies

ADE circulo, cui radius \(\text{MS}. \) Et sconse
guentér superficies DBCE, vel c \(\text{O} \) rad. \(\text{A} = \text{CIP}, \)

O rad. \(\text{LR} - \text{O} \) rad. \(\text{MS}. \) Unde Aq = \(\text{d} \) Prins.

LR \(- \text{MS} \) \(\text{d} = \text{LR} - \text{MS} + \text{LS} - \text{MR} \) \(\text{c} = \text{Sch.1.2}. \)

L \(- \text{M} \times : \text{R} + \text{Sf} \)

Square L-M. A :: A. R-S. Unde hocest, DB. A :: A. BF-DG.

Circulus, habens radium (A) proportione Theor. Vit. medium inter interceptam parallelis planis Archim. (BC,DE) lateris partem (DBVL—M), & 16.1. fummam radiorum (BF—DG, vel R—S) circulorum qui in parllelis planis, equatur conicæ superficiei (DBCE) parallelis planis interceptæ.

Nam (analysis vestigiis insistendo) quia

L—M.A &:: A. R+S. h Erit Aq = LR & Hyp.

—MS+LS—MR, Hoc est, Aq=LR—MS h 16.6:

Z (quia

Le

MN

NS?

PU

OX

PM

+.(fpec

MN MV

× M

culo

u Ite

raci

fupe cuju

KK. hoc

por volu (V) icri VI tur tine con

VK

diu

cuju

cuji

fph

VI

i 6.6. k 16.6. 1 3.ax.1. m (or. 2.12

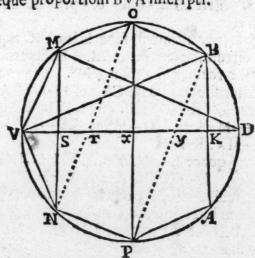
n 6. bujus.

base

(quia ob L.M::: R.S. keft LS=MR. & propterea LS-MR=0). m Ergò circulus radio A æquatur differentiæ circulorum. quorum radii / LR & /MSn; id el, differentia superficierum conicarum ABC, ADE. idest, superficiei conice DBCE. Q.E.D.

PROBL. VIN.

- Circuli fegmento BVA (cujus axis VKD) inscripta sit figura * parilatera & æquilate-* Except â ra VMNOPBA, & segmento unà cum inscripta figura circa axem VK rotato; invenire Archim. circulum æqualem superficiei corporis abin. 32.1. script r figuræ revolutione procreati, sphæ-23. ræque proportioni BVA inscripti.



Jungantur anguli hinc inde pariter distantes a vertice V rectis MN, OP, BA; & connectantur NO, PB ac DM: liquet autem angulos VDM, VMN, MNO, N P. OPB, PBA, æqualibus infilentes arcubus æquari; & inde o parallelas esse rectas MN.

º 27.1.

"Itémque superficies BOPA circulo, cujus " 1.2. racius est / SOB × OX-1-BK. * Ergò tota * cor. 2.12

fuperficies VMOBAPN aquatur circulo, cujus radius est VVM x: 2 MS - 2 OX -

KK. Hoc eft, $\sqrt{VM \times MN} + OP + \frac{BA}{2}$ hoc eft, $\sqrt{DM \times VK}$. Unde,

Superficies folidi (VMOBAPN) sphæræ Theor. Villi portioni (BVR) inscripti, productique e revolutione figuræ parilateræ & æquilateræ (VMOBAPN) circuli portioni (BVA) inscriptæ, æquatur circulo, cujus radius est VDM×VK (existente DM recta, quæ ducitur ab extremo diametri VD, axem VK continentis, ad terminum lateris VM, vertici V contermini)

Coroll. Ducendo VB; quoniam DV x VK Cor. 8. 5

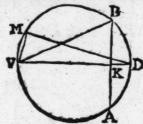
VBq. Et DM DV, liquet esse DM x 17.66

VK VBq. Et proinde circulum cujus radius est VDM x VK, minorem esse circulo cujus radius VB; id est, superficiem solidi cujus imodo præmonstrato descripti in sphæra, minorem esse circulo cujus radius VB.

Z2 Proble

PROBL. IX.

Circulum invenire parem superficiei portionis spharica (BVA).



Si circuli segmento BVA, è cujus circa axem V revolutione producta fuit fpharz portio, inscribatur figura parilatera & aquilatera, cojus VM fit unum latus. & ex istius figurz rotatu producatur figura; fuperficiem habens constantem è superficiebus conicis, aut ex parte cylindricis (ficut in pracedenti;) manifestum est ex ultimo Corolla. rio, quod hujus figura superficies minor est circulo cujus radius VB; prout autem VM magnitudine minuitur, & consequenter DM crescit eò ad aqualitatem magis appropinquat ; posito igitur VM esse infinite (velindefinite) parvam, figura plana segmento BUA coincidet, & solida figura cum sphara portione BVA, & DM cum DV; & proinde superficies inscripti solidi, hoc est, sphæricz portionis superficies, aquabitur circulo cujus radius VB. Hoc eft,

Theor.IX.
Archim.
36.637.1.

Superficies sphæricæ portionis (BVA) æquatur circulo, cujus radius est recta (VB) ducta à portionis vertice (V) ad circumserentiam basis (BA). (Yel cujus radius est chorda

chor ticur proc

Led

fux

hen VB qui con

est

lis

fph Ar ut ho

Pe

chorda subtendens dimidium arcum segmenti circularis, cujus revolutione sphara portio procreatur).

COROLLARIA.

1. Superficies hemisphærii (BVA) bass fuz dupla elt.



Nam per proxime pracedens superficies hemisphærii æquatur circulo cujus radius VB, hoc est, duplo circulo ad radium VK; quia VBq=VKq+BKq=2VKq. Unde consectatur immediate, quod

2. Superficies totius sphæræ quadrupla est maximi in ea sphæra circuli; (vel æqualis circulo, cujus radius aquatur diametro fphæræ.

Quod nobilissimum theorema demonstrat Archim. Archimedes separatim; quod non opus erat 30.1. ut faceret adeò statim deducitur è generali hoc theoremate.

3. Sphæræ superficies æquatur curvæ superficiei cylindri circa ipsam descripti, hoc Z 3

qu be

(B

æ

pl

cæ

æ

tu fp dr

P

lis

Su

20

no

in

N

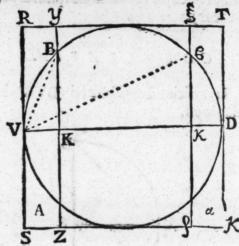
m

en

po

di

eff, cujus latus & basis diameter æquantur singula diametro sphæræ.



Nam (per I. Coroll.2, hujus) curva superficies cylindri se habet ad basin, ut latus ejus ad ½ radii basis, id est, ut diameter ad ¼ diametri; id est ut superficies sphæræ ad maximum in sphæra circulum, vel ad basin cylindri. Ergò cylindri curva superficies æquatur superficiei sphæræ, imò generatim

4. Cujusvis portionis superficies (BVA) zquatur curvz superficiei cylindri (RSYZ) habentis eandem altitudinem, vel axem (VK) & diametrum (YZ) zqualem sphzrz

diametro (VD).

* 3. bujus. Cor. 8.6, Nam superficies cylindrica RSZY * æquatur circulo cujus radius est \(RY \times YZ, id est, \(VK \times VD, id est, \(VBq \) (nam DV.VB :: VB VK) id est, superficiei portionis sphæricæ BVA.

5. Superficies portionum BVA, BDA se habent ut axes sui BV, BD.

Nam

Nam cylindrice superficies RSZY, TXZY, 2 Cor. 2. quibus hæ sphæricæ æquantur, taliter se ha- bujus. bent. Imo.

6. Sphæricarum quarumvis portionum (BV A, 6 Va) superficies axibus suis (VK, K) proportionales funt.

Nam & cylindricis superficiebus, quibus 2 cor. 2. bujus.

aquantur, hoc convenit.

7. Sphærica superficies &EAz parallelis planis 6a, BA intercepta aquatur cylindricæ superficiei ¿YZ? iisdem planis inter-

ceptæ.

Nam si acylindrica superficie ERSZ, cui æquatur sphærica superficies &Va, detrahatur cylindrica superficies YRSZ, cui æquatur sphærica superficies EVA, reman bit cylindrica superficies EYZ (æqualis sphæricæ superficiei &BAa. Unde quoque,

8. Zonz, seu superficies sphæricæ parallelis circulis intercepta, se habent ut axes

Quin ex hoc fœcundissimo theoremate. nobilifimo & utilifimo inter authoris nostri inventa, complura deducantur confectaria. Nobis hac in prasens sufficient, declaranda methodo, cui author infiftebat, in eo reperiendo. Proxima Lectione, qua soli itates portionum sphæricarum ad conos & cylindros retulit, viá dabimus operam enucleare,

Led

u

Acie

& si

tice

tion

CV

cus

duc

f.

LECT. III.

Ethodum postrema vice conatisumus exponere qua Archimedes superficies conicas, cylindricas, & præsertim sphæricas cum superficiebus planis comparavit, iis æquales circulos assignando. Nunc eadem brevitate modum expiscabimur, quo soliditates sphærarum & sphæricarum portionum atque sectorum cum conis & cylindris contulit; assumentes imprimis ea quæ in Elementis demonstrata sunt, nempe

Conos & cylindros æqualibus infifentibus basibus se habere ut altitudines; & si altitudines æquales sunt, se habere ut bases.

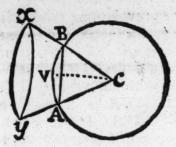
Et si coni vel cylindri pares sunt, bases & altitudines proportione reciprocari: & inverse, si proportione reciprocantur, ipsos equari.

Et similes conos ac cylindros in triplicata esse ratione laterum, vel radiorum, vel diametrorum bass.

Et cylindros conorum æque altorum & super æquali base constitutorum triplos esse. Præmittimus & definitionem unam ac alteram.

1. Solidus sector (vel sector sphæricus) est figura comprehensa superficie coni, verticem habentis in centro sphære, & sphærica superficie intra conum.

Ut

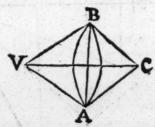


Ut figura BCAV comprehensa sub super-Acie conica BCA, parte superficiei coni XCY, & superficie sphærica BVA.

Veleit figura composita è cono CBA (verticem habente in centro sphara C) & portione spharica BVA, super eadem base BA.

Vel si sector circularis VCB circa radium CV revolvatur, procreabitur sector sphæricus BCA.

2. Solidus rhombus est figura constans duobus conis rectis inversis, super eadem base constitutis, & vertices habentibus in eodem communi axe,



Talis est CBVA, cui communis bass BA & axis VC.

Sit jam sector circularis * BCV, cui inscribitur figura æquilatera BOMV, & sector cum figura circa radium CV revolvatur, & a sectore circulari producetur sector sphæricus; figura autem corpus solidum constans spim mrhombo MCNV; tum eo quod producitur

* Minos
vel non
major quadrante.

Lo

cuj

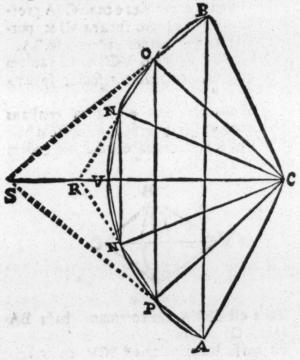
dat

qu ut CO X X It

F

Confer bac cum præmissin Lectione prima.

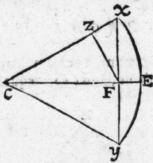
ducitur ex revolutione trianguli OCM, hoc eft, (productis OM, PN ad occursum R) ei quod supererit, si detrahatur rhombus MCNR & rhombo OCPR; eo denique quod fit è revolutione trianguli BCO, hoc est, (productis BO, AP ad S) differentiæ rhombi BCAS & OCPS. Itaque fi fciri possit hujusmodi cujusvis figuræ relatio ad conum aliquem, eo forte ratio dignoscetur sectoris sphærici ad conum. Huc collimant sequentia problemata.



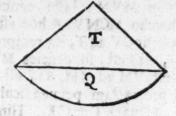
Probl.

PROBL. L

Invenire conum aqualem dato cono (CXY) cujus basis (Q) aqualis sit curva superficiei dati coni (CXY).



Analysis. Sit T altitudo coni quæsiti, & quia coni XCY, TQ ponuntur æquales, y erit y 15.12. ut altitudo CF coni XCY ad T, altitudinem coni TQ, ita reciproce basis Q ad basin XEY; hoc est, superficies XCY ad basin hoc est, superficies XCY ad basin hoc est, superficies XCY ad basin hoc est, superficies XCY ad basin hoc est, superficies XCY ad radium FX. 7.5. Ita ut sit CF. T: CX. FX. Atqui ducendo hoc est. Sit ad perpendicularem, hos cox fill con compassion for the constant hoc est. Significant for the constant hos est. CFZ). Ergo FZ T. Hinc, how est con con (TQ) cujus basis (Q) æquatur Theor I. superficiei coni (XCY), & altitudo (T) rectæ Archim.7.1



20ro

(FZ) quæ ducitur à basis centro (F) ad latus (CX) perpendicularis, æquatur cono (CXY).

Nam

pe

æq

M

tuc

&

VC.

M(bo

inv

nis

jus

pe

tu

4 Hyp.

7.5.

6 4.6.

8 Cor.5.

1 Led.

b Hyp. 5

7.5.

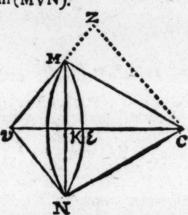
15,12.

Nam quia T=dFZ, erit CF. T:: CF. FZ:: fCX FX:: s superficies XCY, basis XEY:: h Q. basis XEY. Ergò altitudo CF ad altitudinem T, ita est reciprocè basis Q ad basin XEY. i Quare coni XCY & TQ aquantur. Q E.D.

Lectiones

PROBL. II.

Invenire conum zqualem dato rhombo (MCNV) habens basin (Q) zqualem superficiei coni (MVN).



£ 14.12.

18.5. m Hyp.
15.12.
hyp. 5

P Car.s.

1 4.6.

Analysis. Altitudo coni quæsiti sit T, & quia conus MCN, conus MVN:: CK. KV. & componendo rhombus MCNV conus MVN:: CV. KV; hoc est, ut conus cujus basis æquatur basi MEN, & altitudo ipsi CV ad conum MVN; liste conus igitur æquatur rhombo MCNV, m hoc est, cono TQ. "Unde ut CV ad T, ita reciprocè erit Q ad MEN, oid est, superficies MVN ad MEN, p id est, VM ad KM, q id est, (ducha CZ ad VM protracham perpendiculari) ut GV ad CZ. "Quare T=CZ. Hinc,

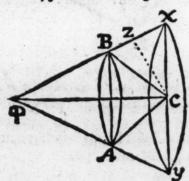
Conus

Conus (TZ) cujus bafis (Q) zquatur su-Theor.11.
perficiei coni (MVN), & altitudo (T) rectz Archim.
(CZ) quz ducitur à vertice (C) coni (MCN) 18.1.
perpendicularis ad latus (VM) coni (MVN)
zquatur rhombo (MCNV).

Nam ob T=CZ, ferit CV.T::CV. CZ [7.5.
:: VM. VK:: "superficies MVN, basis 4.6.
MEN:: Q MEN. y Unde conus, cujus alticor.5.
tudo zquatur ipsi CV, & basis circulo MEN, 1. Led.
zquatur cono TQ (ob reciprocam basium x Hyp. 8
& altitudinum proportionem). Ejusmodi
verò conus zqualis 2 ostensus est rhombo y 15.12.
MCNV. 2 Ergò conus TQ zquatur rhomla analys.
bo MCNV. Q.E.D.

PROBL. III.

Si rhombus BCAφ detrahatur è cono χφΥ, invenire conum refiduo æqualem, habentem basin (Q) æqualem superficiei χΒΑΥ, planis parallelis χΥ, BA interceptæ.



Coni qualiti altitudo sit T, & primo hujus) liquet conum, cujus altitudo est CZ (perpendic ularis è centro basis ad coni xoY latus ox) & basis par superficiei xoY aquari cono

(per CZ,

æqu

cuju ficie

Hor ean

diffe

fupe

CZ: C

fupe OP

veri

OF

rhor N

basi æqu

beni

æqu

* h.

Und Q.E

cono XoY. It m (fecundo hujus) conum, cupus altitudo est CZ, & basis par superficiei BoA. aquari rhombo BCAp. Un le fi detrahatur rhombus BCAp a cono XoY, refiduum equabitur cono, cajus itidem altitudo est CZ, basis par residuz superficiei conicz yBAY, vel circulo Q. Adeóque CZ = T. Hinc,

Theov. III. Archim. 19.1.

Conus (TO) cujus bafis (Q) æquatur fue perficiel conice (xBAY) parallelis planis Y, BA interceptz, & altitudo (T) perpendiculari (CZ) ducta a centro (C) basis coni (xoY) ad ejus larus (ox), æqualis elt differentiz coni (xpY) & rhombi (BCAp).

Nam conus, cujus altitudo est CZ, & basis aqualis superficiei conica xBAY aquatur differentiz duorum conorum, habentium communem altitudinem CZ, & bases aquales superficiebus conicis xoY, BoA; * id est, differentiz coni xoY & rhombi BCAc. Unde conus TQ isti differentiæ æquatur. Q.E.D.

* Per duo postrema sheoremata.

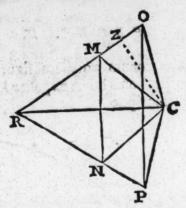
PROBL. IV.

Si à rhombo CCPR detrahatur rhombus MCNR, invenire conum refi uo MOCNP parem, habentem hasin (Q) æqualem conicæ superficiei OMNP, parallelis rhomborum bafibus OP, MN interceptz.

Tale but in the first of the fi

and tet condition of the action of the per-

and the street of the single of the



Sit T rursus altitudo coni quasiti, erítoue (per secundum hujus) conus, cujus altitudo CZ, & basis par superficiei conica ORP. aqualis rhombo OCPR. Itémque conus, cujus altitudo eadem CZ, & basis par superficiei conicæ MRN æquatur rhombo MCNR. Horum conorum differentia est conus habens eandem altitudinem CZ, & bafin æqualem differentiz superficierum istarum, hoc est, superficiei OMNP, vel circulo Q. Ergò CZ=T. Unde,

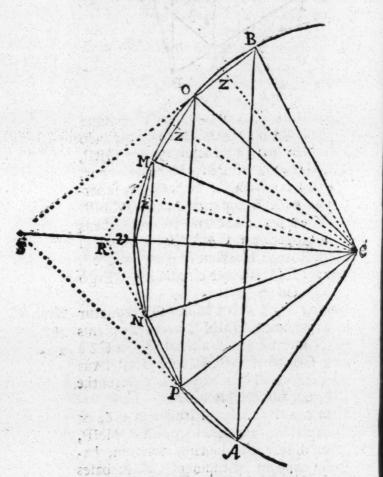
Conus (TQ), cujus basis (Q) æquatur Theor. IV. superficiei conicæ OMNP, parallelis planis Archimo OP, MN interceptæ, & altitudo ductæ CZ à 20.1. vertice C coni OCP ad coni ORP latus (OR) perpendiculari, æquatur differentiæ rhomborum OCPR, MCNR.

Nam conus habens altitudinem CZ, & basin æqualem superficiei conicæ OMNP. æquatur differentiæ duorum conorum, habentium eandem altitudinem CZ, & bases equales superficiebus conicis ORP, MRN; *h.e. differentiæ rhombor. OCPR, MCNR. * Per 2. Unde conus TQ isti differentia exaquatur. bujue. Probl. Q.E.D.

¢

PROBL. V.

Invenire conum aqualem figura (qualis est initio Lectionis hujus exposita) spharica portioni inscripta.



A centro C ad latera demittantur per pendiculares CZ; & quia rhombus MCNV 2. bujui * aquatur cono, cujus altitudo aqualis est

& & & tu C ite

e

to alt

tu

lut cto CV æquies ctæ

qui

fup

(BC

est Th CZ, & basis superficiei coni MVN; & corpus MOC N, refiduum nempe subducto rhombo MCNR è rhombo OCPR æquatur cono, cujus etiam altitudo par est eidem CZ, & basis superficiei conica MOPN; item folidum OBCPA quod restat subducto rhombo CCPS è rhombo BCAS, * æqua- * 4 bujus. tur cono, cujus itidem altitudo CZ, & basis aquatur superficiei conica OBAP; liquet totam figuram inscriptam æquari cono, cujus altitudo æquatur perpendiculari CZ, & basis toti superficiei figuræ inscriptæ,

Hinc.

Figura folida (CBOMVNPAC) inscripta Theor. V. fectori spharico (BCA) (& producta e revo- Archim. lutione figuræ æquilateræ (CVMOBC) fe- 34.1. ctori circulari (BCV) inscriptæ, circa axem CV rotatu) æquatur cono, cujus altitudo æqualis est perpendiculari (CZ), è centro fectoris ad unum inscriptæ figuræ latus ductx, & basis superficiei (VMOBAPNV) figuræ solidæ inscriptæ. (Exclusa scilicet superficie coni BCA).

Nota | Procedit hoc de sectore sphærico,

qui non major est hemisphærio.

PROBL. VI.

Conum invenire parem sectori sphærico (BCAV).

rio Vic

basi est, dio

ead

den

dri

stra ræ, abe

fpha

dius

fpha

ræ,

tur

& b

nebi

um

fpha

ctor

æqu

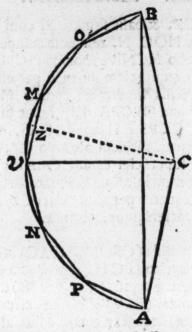
ræ,

min

bent

6

N



Si fectori sphærico inscribatur sigura VMOBCAPNV, qualem mox descripsimus, cujus lateri perpendicularis sit è centro ducta CZ; liquidò constat è dictis hanc siguram æquari cono cujus altitudo CZ, basis æqualis ipsius superficiei VMOBAPNV. Quia verò latus VM minus assumi possit quavis assignabili linea, vel indefinite parvum; adeò ut consequenter CZ minimè disserat à radio sphæræ, & superficies inscriptæ siguræ designat in superficies inscriptæ siguræ designat in superficiem sphæricam BVA; & sigura ipsa quasi transeat in sectorem sphæricum, satis manifestum est, quod

Theor.VI.
Archim.
38.1.

Sector sphæricus æquatur cono, cujus altitudo æquatur radio sphæræ; basis autem perficiei sphæricæ portionis, cui sector insistit.

Pro-

Procedit de sectore, qui non est hemisphærio major. At consectatur etiam de majore. Vide Coroll.5.

COROLL.

1. Hemisphærium æquatur cono, cujus Archint, basis æquatur superficiei hemisphærii (hoc 26.1. est, duplæ hemisphærii basi) & altitudo radio sphæræ. Et,

2. Hemisphærium duplum est coni super eadem base, & sibi æque alti. Et proinde,

3. Hemisphærium elt ? cylindri super eandem basin, & æque alti. Et consequenter,

4. Tota sphæra subsesquialtera est cylin-

dri fibi circumferipti.

Separatim hoc nobile theorema demonstravit auctor, quidni melius pepercisset operæ, cum in isto generali contineatur, aut abea immediate resultet?

5. Etiam * fector sphæræ major hemi- * Kalafphærio æquatur cono. Cujus altitudo ra- xpusixos dius sphæræ, & basis æqualis superficiei suæ distus.

sphæricæ.

Nam fi,è cono, cujus altitudo radius sphæræ, & basis superficies totius sphæræ, auseratur conus cui altitudo etiam radius sphæræ, & basis superficies minoris portionis, remanebit conus itidem altitudinem habens radium sphæræ, & basin æqualem superficiei sphæricæ residuæ, qui proinde par est sectori majori residuo.

6. Sphærica portio hemisphærio minor aquatur cono, cujus altitudo est radius sph xræ, basis æqualis superficiei suie sphæricæ; minus cono super eadem base verticem ha-

bente in centro sphæiæ.

Aa 2

7. Sph 2-

L

late

qua

cipi

latt

æqu

cyli

si fia

lin

ut I

CF

gò I

prin

port

7. Sphærica portio hemisphærio major simili quoque cono æquatur, sed addendo conum super eadem base verticem habente in

centro sphæræ.

Complura deducantur hinc corollaria, circa conos & cylindros fpharæ inscriptos; fed non id agimus, at verò tantum ut authoris nostri methodum elucidemus. Et cum nihil in primo libro notabile reliquerimus intactum, transibimus ad secundum.

LECT. IV.

Actenus conati sumus modum expone-re, quo Archimedes præcipua sua circa sphæram theoremata investigavit. Et possemus hanc principalem assequuti scopum jam conquiescere. Verum operæforfan pretium fuerit analyticam problematum, quæ in secundo libro habentur, solutionem tradere, quo planius appareat, qualem ille fubtilissimus vir analysin usurparit, & quam hodiernæ nostræ parum dissimilem.

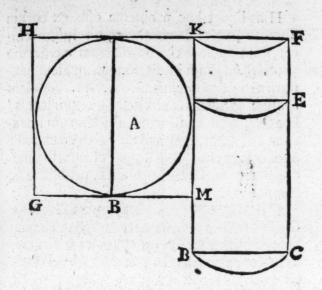
LIB. II.

PROBL. I.

Archim.I.

Invenire sphæram æqualem dato cylindro BE.

Sit



Sit D=BC diametro basis, & L=CE lateri cylindri dati; & A diameter sphæræ quæsitæ. Jam sphæræ circumscriptus concipiatur cylindrus GHKM (habens nempe latus GH, & diametrum basis GM, utrumque æquale ipsi A). Et liqu t è prædictis esse cylindrum GHKM b = ½ sphæræ A. Unde b cor.6. sis sat CF=½CE, erit cylindrus BF c (½ cv- 2 Lest. lindri BE)æqualis cylindro GHKM. Unde c 14.12. ut BCq ad GMq d, ita reciprocè erit GH ad d 15.12. Acub

CF; hoc est, Dq.Aq:: A. \(\frac{2}{2}\)L. Unde \(\frac{Acub}{Dq}\)

= L. Atqui D, A, $\frac{Aq}{D}$, $\frac{Acub}{Dq}$ funt \vdots . Er-

gò D, A, $\frac{Aq}{D}$ L funt $\stackrel{\cdot \cdot \cdot}{\dots}$ & proinde A est

prima è duabus inter D & 3L mediis proportionalibus.

it

A a 3 Hinc

c 15.12.

f Cor. 6.

2 Lect.

14.12.

Theor I.

& Conft. &

Hinc liquet hoc problema esse ex eorum numero quæ solida vocantur, ad ipsius scilicet solutionem exigens duarum mediarum proportionalium inventionem, qualem prastare nequit communis Geometria, regulam tantum adhibens & circinum; requiritur ad hoc sectionum conicarum, aut asiarum linearum auxilium, quo multis modis essici possit & essectum est. Sed supposita duarum mediarum inventione ceu possibili, problema sic componimus.

Fiat CE. CF:: 2.3; sintque BC, A, O, CF:. Dico esse diametrum sphærææqualis cylindro BE. Nam sphæræ A circumscribatur cylindrus GK; & quia A (vel GH). CF:: BC. O:: BCq.Aq (vel GMq). Erit cylindrus GKæqualis cylindro BF. Verum sphæra A s = \frac{2}{3} cylindri GK; & cylindrus BE s = \frac{2}{3} BF. Ergo Aæquatur cylindro

BE. O.E.F. Hincemergit,

Diameter (A) sphæræ cylindro (BE) æqualis est prima duarum inter diametrum (BC) basis cylindri, & rectam lateris (CE) sesquialteram mediarum proportionalium.

PROBL. II.

Invenire conum æqualem portioni (BVA) sphæræ (BVAP) habentem eandem cum portione basin (BA).

Ana-

al

Et

X

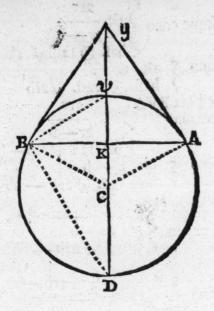
gu

By

nis

BY

Fa



Analysis. Conus quæsitus sit BYA, cujus altitudo KY=a. Et sit radius CV, vel CD=r. Et axis KV=b, unde CK=r-b. Et DF=2r-b. Et VBq=2rb (quia DV xVB=VBq) unde KBq=2rb-bb (ob angulum rectum VKB). Jam quia portio BVA * æquatur cono, cujus altitudo est radius siphæræ, basis æqualis superficiei portionis, id est, circulo cujus radius VB, subducto tamen hinc cono BCA. Hoc est, portio BVA=cono alt. r=CV

bas. o rad. v2rb= o rad. VB

-cono Salt. r-b=CK

¿baſ. 6 √2rb—bb=⊙KB

Fac reciprocè

12.

 $\begin{cases} 2rb - bb \cdot 2rb : r \cdot \frac{2rr}{2r - b} \end{cases}$

KBq AEq::CV

Aa 4

* Erit-

Synthesis. & Const.

Nam quia KY.KV * :: DK-|-CV.DK. Erit dividendo VY. KV :: CV. DK. Et permutando VY. CV :: KV. DK. Et componendo CY. CV (hot est, cono bas. © rad. KB. alt. CY.

cono

Le

COI

cor

Un

COI

rio

pr

ta

da

qu

ax

di

cono Sbaf. rad. KB.) :: DV. DK :: DVq.

DBq. (ob DV, DB, DK:) :: VEq. KBq: : cono baf. o rad. VB. cono baf. rad. KB.

Unde erit conus \ baf. rad. KB. \ alt. CY.

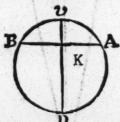
=cono Sbaf.rad.EV. = port. BVA +

cono BCA. Ergo conus 5 baf. rad. KB.

= port. BVA. Hoc est, conus BYA = port. BVA. Q.E.F.

PROBL. III.

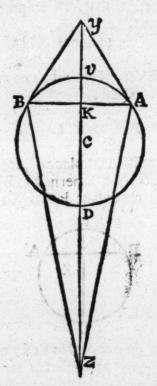
Sphæram (BVAD) plano secare, sic ut portionum essectarum superficies (BVA, BDA) proportionem habeant datam (X ad Y).



Secetur diameter VD in K, sic ut segmenta KV, KD rationem habeant eandem cum data X ad Y, & per K transeat planum BA; quódque superficies BVA, BDA se habent ut 5 cor. 9. axes K-V, KD, hoc est, ut X, Y patet e supraticular. dictis. Quid ergò plura?

PROBE IV.

Analysis. Datam sphæram (BVAD) secare, sic ut portiones (BVA, BDA) rationem habeant datam (X ad Y).



Factum fit à plano BA perpendiculari ad diametrum VD, & fint VD = d. CV = r. DK = a.

Unde KV=2r-a.

Jam fi DK. DK--CV:: KV. KY. Hoc elt, a. a--r :: 2r - a. KY =

2TT

KZ

po

co

31

m

E

2rr--ra-aa h Erit conus BYA aqualis h 2 bujus, portioni BVA. Item fi VK.VK-I-CV :: KD. 2r-a.3r-a:: a. Hoc eft, KZ. ara—aa Erit conus BZA æqualis 2r-a portioni BDA. i Ergo K. Y :: cono BYA i Hyp. & 2rr-|-ra -- aa 75. cono BZA k :: KY. KZ :: k 14.12. - . Quare (ducendo in se extrema & media) erit 3xra—xaa zyrr--yra — yaa Et (utrumque latus æquationis multiplicando per 2r-a & a) erit 3xraa-xa3-4ry3-3yraa - ya3. Et (per transpositionem) 3xraa - 3yraa - xa3 - ya3 = 4) r3. Et (dividendo utrinque per x-1-y) 3raa-23= vrdd - (substituendo dd pro 4rr). x-|-y x-|-y Et faciendo x-1-y, y::r, p = $\frac{yr}{x-1-y}$. Erit araa - a2 = pdd. Vel reducendo hanc æquationem ad analogismum erit 3r -- a. p :: dd. aa, Id eft, CV - |-KV - |-X:: VDq. DKq. Qui ipsissimus est analogismus iste, ad quem rem deduxit Archimedes; quod ip-

sum satis prodit ac arguit, qualem is analysin usurparit. Nam huc eum devenisse va-

rias

Le

YZ.

DZ

:: H

DK

-1-1

Qu

pro

VK

VK

CV

Et

BZ

bu

bu

aff

N

H

C

rias istas proportionum compositiones, divifiones, permutationes, ac inversiones, quales in discursu suo ostentat adhibendo, pene supra fidem eft. Quod si fecisset, casui potius imputandum effet quam rationi vel arti, quod in genuinas inciderit questionum solutiones; & ut hoc adeo constanter obtingeret, nullo pacto fieri potest aut concipi.

Quod ad ipsum problema spectat, liquet iplum effe folidum, n.c ex ilto genere facillimum effectu. Integram pollicetur author ejus resolutionem & compositionem, sed non apparet an præstiterit. Cui supplendo defectui nonnullas exhibet Eutocius laboriolas & prolixas constructiones, per conicarum nempe sectionum intersectiones, quas nos omittimus. Concinnam & expeditam tradit excellentissimus Hugenius, in libello de constructione problematum illustrium: vide sis. Vel adhibeas ipse generalem Cartesii methodum, quam pro construendis hujusmodi problematis edocet.

Nihilominus ut eò progrediamur quò processit author, supposita possibili hujus analogismi effectione, problema sic compo-

nimus:

Fiat X-Y.Y:: CV. P, & fecetur DV in K, ita ut fit CV-J-KV. P :: VDq. KDq; & per K transeat planum ipsi VD rectum. Dico factum. Nam fac CV--DK. DK::KY. KV, & CD-VK. VK :: KZ. KD. Erítque dividendo CV. DK :: VY. KV, & CD. VK :: DZ. KD, & permutando CV. VY :: (DK. KV::) DZ.CD. Et inverse componendo CY. CV (CD) :: CZ. DZ. Et componendo tam antecedentes quam consequentes,

YZ. CZ:: CZ.DZ; unde YZ.DZ:: CZq. DZq:: DVq. DKq (quia priùs erat CD. DZ Cor.20.6. :: KV. DK, & componendo CZ. DZ:: DV. DK). Atqui erat primo DVq. KDq:: DV Const. -- KV. P. Ergo YZ. DZ:: CV--KV. P. Quinetiam fuit CV-VK.VK :: KZ.KD; & proinde per conversionem rationis CV-VK.CV:: KZ.DZ; vel inverse CV.CV-1 VK :: DZ. KZ. Ergo ex aquo perturbate, CV P :: YZ. KZ; id eft, X + Y. Y :: YZ. KZ. 14.12. Et divisim X. Y :: YZ. KZ :: con. BYA. con. BZA (h.e.):: port. BV A, port. BDA. O.E.F.

LEMMA.

Ponatur coni GOI, DMF aquales fimilibus sphæricis portionibus, super iisdem basibus constitutis GHI, DEF; dico conos hos assimilari.

Producantur axes MNR, OPT, & fint Q. Scentra sphærarum; & quia EN. ND:: HP.PG (ob fimilitudinem portionum) & ND NR :: PG: PT; & ex æquo EN. NR :: HP. PT; erit componendo ER NR:: HT. PT. Et antecedentes dimidiando QR. NR:: ST. PT Et componendo QR-I-NR 2 bujus. :: NR :: ST-|-PT. PT Hoc elt, MN. EN OP. HP. At prius erat EN. ND:: HP. PG. Ergò ex aquali MN. ND:: OP. PG. Unde coni DMF, GOI funt fimiles.

PROBL. V.

Efficere portionem sphæricam æqualem datæ portioni (ABC) & similem alteri datæ (DEF).

Ana-

Le

proj

vide

GI

A

requa

dati

KL

reportion and tio

por

con

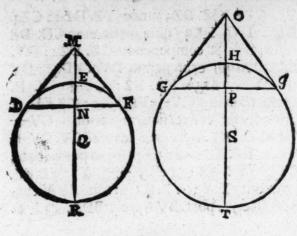
MN

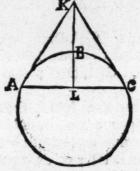
::0

X, Z tes l

ni C

GH





Analysis. Sit GHI portio quæsita, siantque coni AKC, DMF, GOI æquales portionibus ABC, DEF, GHI, singuli singulis ordine. Quare conus GOI = cono AKC; & idcirco m ACq. GIq :: PO. LK. Unde ACq × LK

 $\frac{\overrightarrow{ACq} \times LK}{Glq} = PO. \text{ Item ob } n \text{ fimilitudinem}$ conorum GOI, DMF est DF. NM:: GI. PO

GI. ACq x LK :: GI cub. ACq x LK. Qua-

i 1.Ax.

* Lem. Pract.

pro-

propter $\frac{DF \times ACq \times LK}{NM} = GI \text{ cub.}$ Et (di-

videndo utrinque per ACq) $\frac{DF \times LX}{NM}$

GI cub.

Acq. Atqui AC, GI, GIq, GI cub.

ACq

funt

ACq

Figò GI est prima duarum inter AC,

& DF × LK mediarum proportionalium.

Vides problema esse solidum, utpote quod requirit duarum mediarum inventionem; qua supposita sic componetur:

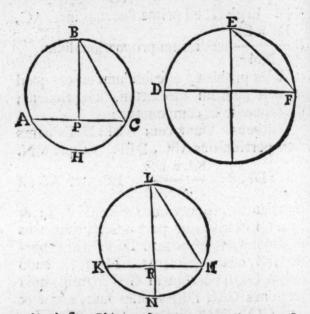
Synthesis. Fiant coni AKL, DMF pares datis portionibus ABC, DEF. Sitque MN.

KL::DF. $Z = \frac{KL \times DF}{MN}$. Et inter AC, Z

reperiantur proportione mediæ GI & X; & circa GI describatur portio GHI, continens angulum GHI = angulo DEF. Erit portio GHI, quam desideras. Nam (faciendo conum GOI portionem GHI parem) quia portiones GHI, DEF similes sunt, erunt & coni GOI, DMF similes. Unde PO. GI:: MN. DF:: KL. Z. Et permutando PO. KL:: GI. Z:: AC. X:: ACq. GIq (quia AC, GI, X, Z sunt :). Quare reciprocam habentes basium & altitudinum proportionem, coni GOI, AKC æquantur, & proinde portiones GHI, ABC æquantur. Q.E.F.

PROBL. VI.

Datis duabus portionibus Sphæricis (ABC, DEF) invenire sphæricam portionem fimilem earum uni (ABC), & superficiem habentem alterius (DEF) superficiei parem.



Analysis. Sit portio KLM qualis expositur. Unde ob superficierum KLM, DEF æqualitatem, circulus radio LM æquatur circulo ad radium EF, adeóque LM = EF. Item ob portionum KLM, ABC fimilitudinem, est BC. BH: : LM. (EF). LN. componetur fic; Fac BC. BH :: EF. LN. Et fit LN diameter sphæræ, secetur LN in R, ita ut fit BP. PH :: LR. RN. Et per R transeat planum KM ad LN perpendiculare. Liquet portionem KLM ipfi ABC fimilem effe,

8 de ex fur

ab de rai

> AI pr qu FΙ

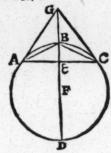
X. X EL ad po

AI

AI AE & effe LM. LN::BC. BH::EF.LN. Unde LM=EF. Adeóque circulus radio LM exæquat circulum radio EF; h. e. sphærica superficies KLM superficiem ABC. Q.E.D.

PROBL. VII.

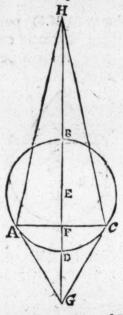
A data sphæra (ABCD) portionem plano abscindere, ita ut portio ad conum super eadem basi, & æquè altum habeat assignatam rationem (Y ad X).



Portio quæsita sit ABC, & conus etiam ABC, quibus communis altitudo BE; in qua protracta sit sphæræ centrum F. Ponatúrque conus AGC par portioni ABC. Unde FD-ED. ED:: EG. EB:: cono AGC. cono ABC:: Y. X. Et dividendo FD. ED:: Y—X. X. Componitur autem sic; Fac Y—X. X:: FD. ED (& consequenter Y. X:: FD-ED. ED) & per E secetur sphæra plano AC ad ED recto; & faciendo conum AGC—port. AEC, erit GE. BE (id est, con. AGC, ABC):: FD-ED. ED:: Y X. Unde port. ABC. con. ABC:: Y. X. Q.E.F.

PROBL. VIII.

Sphærå ABCD per planum AC divisà, superficierum & soliditatum ABC, ADC proportiones inter se comparare.



• 14.12.

P & Cor. 9.
1 Lect.

9 2 bujus.

I Lem.
infra.

4 5.2.

† 14.5.

Supra & permutando

Si fiat conus AHC port. ABC, & conus AGC port. ADC; ° evidens est portionum ABC, ADC rationem eandem esse cum ratione HF ad GF; P& proportionem superficierum ABC, ADC eandem esse cum ratione axium BF. FD; hæ igitur rationes comparandæ sunt. Et quia HF. BF 9:: R - - DF. DF. Et divisim HB. BF:: R. DF = BF.R. (quia Rq * BF x DI = FAq). Unde HBx r R BFq:: FG. FD. Et permutando R - BF. BF 9:: FG. FD. Et permutando R - BF. FG:: BF. DF s:: HB. R = HF (HE-1-BF)

R-|-BF. *Quare Qu. R-|-BF HF x FG. * Lem. in-*Unde Qu. R-|-BF. FGq HF x FG. FGq; fra. † hoc ett, BFq. DFq HF. FG. Id ett, *8.5.

Concl. 1. Portiones ABC, ADC minorem † supra & habent rationem duplicata ratione superfici- 1.6.

erum.

Porrò, faciendo Xq = HB x R * BFq. * Priùs.

Quia HB, X u:: X. R. Et componendo u 17.6.

HB-|-X. X-|-R:: X.R; x erit Qu. HE-|-x 22.6.

X. Qu. X -|-R:: Xq. Rq. y:: HB. R. Sed y 20.6.

HF(HB-|-BF) R-|-BF. * BB-|-X. R-|-X * 3 Lem.

(quia X u BF). Quare HFq. Qu. R-|-x 2 supra.

BF HB. R. u:: R-|-BF. FG. Pone Z, R-|-BF, Y, FG effe : Unde Zq. Qu. R-|-BF y:: Z. Y:: R-|-BF. FG a HFq. a Priùs.

Qu. R-|-BF. b Ergò Z HF. Verum rabio Z ad FG eft fesquialtera rationis R-|-BF ad FG. c Ergo proportio HF ad FG mac 8.5.

yel rationis BF ad DF. Id est,

Concl. 2. ABC, ADC habent rationem majorem sesquialtera rationis, quam habent

ipfarum superficies ABC, ADC.

Lemmata. Affumptum est, 1. Si HB. BF

BF. R. esse HB × R BFq. Id quod sic 10.5.

ostenditur: Sit A. B C. D, dico esse AD

BC. Nam puta A. B:: C. E. * Ergò

EDD, ergò AD AE BC.

Simili discursu, si A. B C. D. erit AD

BC.

S

111

r-

2-

F.

XI

3F.

F)

Et inverse fr AD _ EC, erit A.B _ C.D.

2. Si HB R, assumendo quamvis BF, erit HB. R HB-|-BF. R-|-BF. Sit inquam A B, & quevis C, dico esse A. B A. C. B-|-3. Nam ob A B erit C. B 35.

Bb 2 CA;

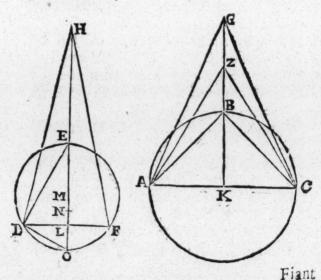
CA; & componendo C-B, BC-A.

A. & permutando C-B. C-A B. A. Et retrogradè A.B C-A. C-B.

* Priús.

PROBL. IX.

Superficie hemisphærii(AB) possit æquali superficiei portionis (DEF), ipsarum portionum soliditates comparare, (vel utrum sit majus indagare hemisphærium ABC, am portio DEF).



Fiant coni ABC, DHE æquales portionibus ABC, DEF. d Quare & KG=2KA, f & d M cen-EM + LO. LO :: LH. LF. Ponatur EM trum pha-=t. & KA=s. Quare BA (vel ED, quia ra DEFO. superficies supponuntur æquales) & √255, e cor.6. & ob OE, ED, EL, hoc est, 2t, \2ss, - & 14.12. $\stackrel{\cdot \cdot \cdot}{\longrightarrow}$) EL $= \frac{ss}{t}$. Atquit, s, $\frac{ss}{t}$ funt $\stackrel{\cdot \cdot \cdot}{\longrightarrow}$.

Ergò faciendo EN=AK=s, erit punctum N inter M & L. Et EN × NO & EL × LO, & 5.2.

hocest, s x: 2t—s (2ts—ss) = 35 x 2t—

 $\frac{ss}{t}$ (2ss $-\frac{s4}{tt}$). Et (addendo ss utrinque)

 $2ts 3ss -\frac{s_4}{tt} 3t -\frac{s_5}{t} :\frac{s_5}{t} =EM -$

LOxLE=LOxLH=2t-ss xLH.Hinc

 $c \dot{u} = 2s \times t = 2t - \frac{ss}{t} \times LH$, erit 2s. LH

2t _____. t:: 2ss _____. ss. Id est, KG.LH

LDq (EL × LO) KAq. Unde posito KZ. IH :: LDq. KAq, h erit KG KZ. Verum h 10.5 (ob reciprocam proportionem) i est conus i 15.12. AZC æqualis cono DHF. Ergò conus AGC, hoc est, portio ABC, major est cono DHF, hoc est, portione DEF. Unde

Omnium sphæricarum superficierum sub Theor. aqualibus superficiebus comprehensarum Ult. Armaximum est hemisphærium. Nam chim.11.

k Const. Nam quia 2ENq k = 2KAq 1 = BAq m = EDq n = EO x ELk 2EM x EL, erit 147.1. m conft. & ENq = EM x EL. Quare EN EM. Er-9. 1. Leit. gò EN × NOP EL × LO. Additis igi-& cor. 2. tur æqualibus ENq & EM x EL; 9 est EN x EOr (EN x NO--ENq) TELXLO--ELXEMI = LHXLO: (quia EM--LO. 17.5. LO::LH.LE). Quare EN. LH " LO. 05.2. ED :: ODq. EOq x :: DLq: EDq y :: DLq. P 2.ax. 2KAq. Et antecedentes duplicando 2EN 9 3.2. (KG). LH C 2DLq. 2KAq : : DLq. KAq. r 16.6. Fiat KZ. LH :: DLq. KAq ; zeritque KZ f 2 bujus. a Et consequenter conus AZC mi-□KG. t I Lemma nor elt cono AGC; hoc est, conus DHF mipr.ec. nor cono AGC, b vel portio DEF minor por-" Cor. 8. 3 tione ABC. Q.E.D. 20.6.

× cor.8. ♂ 22.6.

y 7.5. & Sugra.

Hoc secundi libri postremum est theoreita.12.8 ma; itaque proposito desunctus sum, & manum sumo de tabula.

b const.



FINIS.

